ПРОБЛЕМЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ И ИХ РЕШЕНИЕ В ТЕОРИИ ФИЗИЧЕСКОГО ВАКУУМА

Г.И. Шипов

Институт Физики Вакуума, Москва

warpdrive09@gmail.com

Введение

Самой разработанной и, одновременно, самой проблематичной теорией поля в фундаментальной физике является классическая и, тем более, квантовая электродинамика. Как известно, уравнения Максвелла были получены обобщением четырех экспериментальных законов: закона Кулона, закона Ампера, закона Фарадея и закона отсутствия источников магнитного поля. К этим экспериментальным законам Дж. Максвелл добавил уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\vec{j} = 0\,. \qquad (1.\mathrm{B})\,.$$

В электродинамике уравнение неразрывности *(1.B)* рассматриваться как закон сохранения точечного заряда [1]

$$\frac{de}{dt} = \frac{d}{dt}\int \rho dV = \int \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\vec{j}\right) dV = 0\,,\ \ \vec{j} = e\vec{u}\delta(\vec{r} - \overrightarrow{r_0}) = \rho\vec{u},\ \ \rho = e\,\delta(\vec{r} - \overrightarrow{r_0}), \qquad (2.B)$$

где $\vec{u}$ – скорость заряда. В результате Дж. Максвелл получил уравнения вида [2]

$$div\vec{E} = 4\pi\rho, \quad rot\vec{H} = \frac{1}{c}\left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + 4\pi\rho\vec{u}\right)\ ,\ rot\vec{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0,\ div\vec{H} = 0. \qquad (3.B)$$

Как известно, собственная электростатическая энергия точечного заряда представляет собой расходящийся интеграл

$$W = (8\pi)^{-1}\int E^2 dV = (8\pi)^{-1}\int_0^\infty \frac{e^2}{r^4} 4\pi r^2 dr = -\frac{e^2}{2r}|_0^\infty = \infty, \qquad (4.B)$$

Этот несовместимый со здравым смыслом результат породил массу работ, модифицирующих уравнения электродинамики Максвелла [3-33]. Согласно Нобелевскому лауреату, Р. Фейнману: «теории перенормировки – это просто один из способов заметать под ковер трудности электродинамики, связанные с расходимостью» [34]. Еще более радикальную позицию в этом вопросе занимал один из создателей квантовой электродинамики, лауреат Нобелевской премии П. Дирак, который писал [35]:

«Правильный вывод состоит в том, что *основные уравнения неверны*. Их нужно существенно изменить с тем, чтобы в теории вообще не возникали бесконечности, и чтобы уравнения решались точно, по обычным правилам, без всяких трудностей. Это условие потребует каких-то очень серьезных изменений: небольшие изменения ничего не дадут.»

Рассматривая заряд как жесткую сферу радиуса a с равномерным распределением заряда на ней, М. Абрагаам и Г. Лоренц нашли уравнение движения излучающего заряда в виде [36]

$$\left(m+\frac{2e^2}{3ac^2}\right)\ddot{\vec{x}}=e\vec{E}+\frac{e}{c}\left[\dot{\vec{x}}\vec{H}\right]+\frac{2e^2}{3c^3}\dddot{\vec{x}}+\cdots,\qquad \vec{u}=\dot{\vec{x}}=\frac{d\vec{x}}{dt},\tag{5.B}$$

где $e\vec{E}+e\left[\dot{\vec{x}}\vec{H}\right]/c$ - сила Лоренца, $2e^2\dddot{\vec{x}}/3c^3$ - сила реакции излучения и $2e^2/3ac^2$- «электромагнитная масса» электрона. Очевидно, что для точечного электрона $a=0$ и электромагнитная масса обращается в бесконечность. Сдвинуть с места такой электрон невозможно никакими силами. Поэтому бесконечную массу *просто выбрасывают* из уравнения (5.*B*), записывая его как

$$m\ddot{\vec{x}}=e\vec{E}+\frac{e}{c}\left[\dot{\vec{x}}\vec{H}\right]+\frac{2e^2}{3c^3}\dddot{\vec{x}}.\tag{6.B}$$

При отсутствии внешней силы уравнение (6.*B*) запишется как

$$m\ddot{\vec{x}}=\frac{2e^2}{3c^3}\dddot{\vec{x}}.\tag{7.B}$$

Уравнение (7.*B*) имеет два решения:

а) тривиальное, когда $\ddot{\vec{x}}=0$;

б) самоускоряющееся, когда

$$\ddot{\vec{x}}=\vec{\mathrm{A}}\,exp\left(\frac{3e^3}{2\mu c^2}t\right),\tag{8.B}$$

где $\vec{\mathrm{A}}$ – ускорение в момент времени $t=0$. Из полученного решения следует, что достаточно небольшого начального ускорения, чтобы заряд начал самоускоряться. В квантовой электродинамике соотношение (8.*B*) означает автоматическое самоускорение, поскольку в любой момент времени заряд подвергается действию нулевых колебаний вакуума («дрожит»), что приводит к его быстрому самоускорению, что, с физической точки зрения, неприемлемо.

1. Нарушение релятивистской инвариантности уравнений Максвелла-Лоренца

Большинство теоретиков уверены, что четырехмерная запись уравнений электродинамики Максвелла-Лоренца

$$\frac{\partial F^{ik}}{\partial x^k}=-\frac{4\pi}{c}j^i,\qquad j^i=\rho\frac{dx^i}{dt},\qquad \rho=e\delta(\vec{r}),\tag{1.1}$$

$$\frac{\partial F_{ik}}{\partial x^l}+\frac{\partial F_{kl}}{\partial x^i}+\frac{\partial F_{li}}{\partial x^k}=0,\tag{1.2}$$

$$\frac{du^i}{ds_0}=\frac{e}{mc^2}F^{ki},\qquad i,k\ldots=0,1,2,3,\tag{1.3}$$

где u_k – четырехмерный вектор скорости заряда

$$\frac{du^i}{ds_0}=\frac{d^2x^i}{ds^2{}_0}=\frac{d}{ds_0}\left(\frac{c}{c\sqrt{1-v^2/c^2}},\frac{u^\alpha}{c\sqrt{1-v^2/c^2}}\right),\tag{1.4}$$

$$ds_0=cdt\left\{1-\frac{1}{c^2}\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right]\right\}^{1/2}=cdt\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}\tag{1.5}$$

- корень квадратный из метрики пространства Минковского, F_{ik} - антисимметричный тензор электромагнитного поля, определяемый как

$$F_{ik} = A_{k,i} - A_{i,k} = \frac{\partial A_k}{\partial x_i} - \frac{\partial A_i}{\partial x_k} = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -H_z & H_y \\ -E_y & H_z & 0 & -H_x \\ -E_z & -H_y & H_x & 0 \end{pmatrix} \tag{1.6}$$

инвариантна относительно преобразований координат и полей вида

$$x' = (x - vt)\beta, \qquad y' = y, \; z' = z, \quad t' = \left(t - \frac{xv}{c^2}\right)\beta, \qquad \beta = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2},$$

$$E'_x = E_x, \qquad E'_y = \left(E_y - \frac{v}{c}H_z\right)\beta, \quad E'_z = \left(E_z + \frac{v}{c}H_y\right)\beta, \tag{1.7}$$

$$H'_x = H_x, \qquad H'_y = \left(H_y + \frac{v}{c}E_z\right)\beta, \; H'_z = \left(H_z - \frac{v}{c}E_y\right)\beta.$$

при любых энергиях (при скоростях, сколь угодно близких к скорости света c) и для любых напряженностей полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$. *Это, широко распространённое мнение, является ошибочным*, поскольку игнорирует результаты пионерских работ лауреатов Нобелевской премии А. Эйнштейна [37], Г. Лоренца [38] и В. Паули [39], в которых вычислениями доказано, что инвариантность уравнений (1.1) - (1.3) относительно преобразований Лоренца (1.7) выполняется при малых ускорениях частиц (т.е. в слабых полях $\vec{E}$ и $\vec{H}$) и при не ультрарелятивистских скоростях. При доказательстве инвариантности уравнений (1.1) - (1.3) в работах [37-39] все исследователи предполагают, что система отсчета S' связана с зарядом, который движется во внешнем поле с малым ускорением. Поэтому, приближенно мы можем рассматривать систему отсчета S' как почти инерциальную и считать, что для неё выполняется приближенное равенство

$$u_x \approx v = const, \tag{1.8}$$

где $v = const$ - скорость инерциальной системы отсчета S и u_x- скорость заряда при движении вдоль оси x. А. Эйнштейн в работе [37] показал, что плотность заряда ρ' определяется как

$$\rho' = \rho\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)\beta. \tag{1.9}$$

Соответственно, заряд в системе отсчета S' находим из соотношения

$$e' = \int \rho' dV', \qquad dV' = dx'dy'dz' = \beta dxdydz.$$

Плотность точечной модели заряда равна $\rho = e\delta(\vec{x})$, поэтому имеем

$$e' = e\int \delta(\vec{x})\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)\beta^2 dxdydz = e\beta^2\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right), \tag{1.10}$$

Из этой формулы следует, что инвариантность заряда

$$e' = e = inv \tag{1.11}$$

имеет место только когда

$$\beta^2\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right) = 1, \tag{1.12}$$

т.е. когда выполняется условие (1.8). Подставляя (1.12) в (1.9) получим формулу

$$\rho' = \rho\beta^{-1} = \rho\sqrt{1 - v^2/c^2}, \tag{1.13}$$

которая используется в уравнениях (1.1) при переходе в систему отсчета S'. Поэтому, инвариантность уравнений электродинамики Максвелла-Лоренца (1.1)–(1.3) относительно преобразований Лоренца (1.7) *выполняется лишь приближенно и только при условиях (1.8) и (1.11).* Более точно условие малости ускорения заряда (1.8), движущегося во внешнем электромагнитном поле, (например, электрона) можно получить из уравнения движения (1.3), приведенного к безразмерному виду, путем умножения его на классический радиус электрона $r_{\text{кл}} = e^2/mc^2$

$$r_{\text{кл}} \frac{d^2x^i}{ds_0{}^2} = \frac{e^2}{mc^2}\frac{d^2x^i}{ds_0{}^2} = \frac{e^3}{m^2c^4}F^{ik}\frac{dx_k}{ds_0}. \tag{1.14}$$

Полагая безразмерное ускорение в уравнениях (1.3) малым, получим

$$\left|\frac{e^3}{m^2c^4}F^{ik}\frac{dx_k}{ds_0}\right| \ll 1. \tag{1.14а}$$

В структурном виде это неравенство запишется как

$$\left|\frac{e^3}{m^2c^4}\frac{F}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right| \ll 1. \tag{1.15}$$

При нерелятивистских скоростях $v^2/c^2 \ll 1$ мы получаем из (1.15) неравенство

$$E, H \ll \frac{m^2c^4}{e^3} \approx 10^{16}\text{ед. СГСЕ}. \tag{1.16}$$

Важно отметить, что условие (1.15) нарушается даже в слабом электромагнитном поле, если частица движется во внешнем поле с ультрарелятивистскими скоростями, когда $v^2/c^2 \approx 1$.

Неравенство (1.15) приводит нас к следующим выводам:

а) релятивистская инвариантность уравнений электродинамики Максвелла-Лоренца нарушается в сильных полях E и H, в которых неравенство (1.15) не выполняется;

б) релятивистская инвариантность уравнений электродинамики Максвелла-Лоренца нарушается и в слабых полях E и H, когда скорости частиц в неравенстве (1.15) становятся ультрарелятивистскими.

Сделанные нами выводы оказываются справедливыми как для классической, так и для квантовой электродинамики. Действительно, вот что говорит П. Дирак о границах применимости квантовой электродинамики:

Существующая квантовая теория хороша до тех пор, пока мы не пытаемся распространить ее слишком далеко, а именно когда мы не пытаемся применить ее к частицам высоких энергий, а также в области малых расстояний [35].

А вот, что пишет В. Паули об уравнениях (1.1) - (1.3) [90 стр. [39]:

Они строго справедливы только для равномерно движущихся тел и, в следствии аддитивности полей, так же при наличии многих тел, движущихся равномерно с различными скоростями и разделенных вакуумом. Степень точности уравнений (1.1) - (1.3)*, вообще говоря, тем больше, чем меньше ускорение материи.*

Когда я слушал лекции в 1962 по классической электродинамике на Физфаке Московского государственного университета, то лектор с уверенностью говорил, что четырехмерная запись уравнений Максвелла-Лоренца (1.1) - (1.3) всегда релятивистски инвариантна. Такое же мнение преобладало на многочисленных теоретических семинарах, в статьях ведущих физических журналах и учебниках по физике. Заканчивая МГУ и работая в 1966 году над защитой диплома под названием «Дисперсионные соотношения для многофотонных процессов» под руководством доктора ф-м. наук Леонида Веньяминовича Келдыша, будущего академика РАН СССР и директора ФИАН, я обратил внимание на неравенство (1.15), ограничивающее применение СТО к электродинамике Максвелла-Лоренца. Поскольку многофотонные процессы наблюдаются при воздействии сильных электромагнитных полей в оптически активных средах, то, естественно, возник вопрос о том, каковы должны быть уравнения классической электродинамики для полей, нарушающих неравенство (1.15)?

2. Электродинамика сильных полей как решение первой проблемы Эйнштейна

Ответ на поставленный вопрос был найден в работе [40], доложенной и одобренной в 1971 г. на семинаре по теоретической физике Физфака МГУ под руководством профессора Дмитрия Дмитриевича Иваненко, который превосходно разбирался в работах А. Эйнштейна по созданию Единой теории поля.

Изучая работы А. Эйнштейна, я обнаружил, что уравнения релятивистской теории гравитации Эйнштейна

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}, \tag{2.1}$$

$$m_{in} \frac{d^2 x^i}{ds^2} + m_g \Gamma^i{}_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0, \qquad m = m_{in} = m_g\,, \quad i,j,k \ldots = 0,1,2,3, \tag{2.2}$$

где m_{in} – инерционная масса и m_g – масса гравитационная (слабый принцип эквивалентности), в нерелятивистском приближении слабого гравитационного поля

$$g_{ik} = \eta_{ik} + \gamma_{ik} \approx \eta_{ik} = diag(1-1-1-1), ds \approx ds_0 = cdt\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}, R^i{}_{jkm} \approx 0 \tag{2.3}$$

сводятся к уравнениям для векторного потенциала

$$\Theta_0 = \frac{c^2}{2}\gamma_{00}, \quad \Theta_\alpha = \gamma_{\alpha 0} c^2, \qquad \alpha,\beta = 1,2,3, \tag{2.3}$$

подобным уравнениям (1.1), (1.3) электродинамики Максвелла-Лоренца

$$\frac{\partial M^{ik}}{\partial x^k} = -\frac{\partial^2 \Theta^i}{\partial_k \partial x^k} = -\frac{4\pi}{c} j_g^i, \qquad j^i = \rho_g \frac{dx^i}{dt}, \qquad \rho_g = m\delta(\vec{r}), \tag{2.4}$$

$$\frac{du^i}{ds_0} = \frac{1}{c^2} M^{ki}, \quad i,k \ldots = 0,1,2,3, \tag{2.5}$$

$$M_{ik} = \Theta_{k,i} - \Theta_{i,k} = \frac{\partial \Theta_k}{\partial x_i} - \frac{\partial \Theta_i}{\partial x_k} \tag{2.6}$$

Здесь гравитационные аналоги $\vec{E}_g$ и $\vec{H}_g$ электромагнитных полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$ определяются А. Эйнштейном как [41]

$$\vec{E}_g = -grad\Theta_0 - \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\Theta}}{\partial t}, \quad \vec{H}_g = rot\vec{\Theta}. \tag{2.7}$$

Наиболее последовательный вывод уравнений (2.4), (2.5) представлен книге академика РАН СССР В. А Фока [42]. Опираясь на эти исследования А. Эйнштейна и В.А. Фока и отказавшись от принципа эквивалентности в работе [40] мной была предложена геометризированная электродинамика сильных электромагнитных полей в соответствии с программой Единой теории поля Эйнштейна. В качестве пространства событий такой электродинамики было использовано параметрическая риманова геометрия (или финслерова геометрия), метрический тензор которой имеет вид

$$g_{ik}(x^i, k) = \eta_{ik} + k a_{ik}, \tag{2.8}$$

где $k = e/m$ - удельный заряд пробной частицы. На многообразии со структурой параметрического риманова пространства задана трансляционная риманова метрика [66]

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k, \qquad i, k, \ldots = 0,1,2,3\,. \tag{2.9}$$

Величина a_{ik} в (2.8) рассматривается как *тензорный потенциал* сильного электромагнитного поля [40], образующий напряженность сильного электромагнитного поля

$$E^i{}_{jk} = -\frac{c^2}{2} g^{im}\left(a_{jm,k} + a_{km,j} - a_{jk,m}\right) = -\frac{mc^2}{e} \Gamma^i{}_{jk}\,, \tag{2.10}$$

где

$$\Gamma^i{}_{jk} = \frac{1}{2} g^{im}\left(g_{jm,k} + g_{km,j} - g_{jk,m}\right) \tag{2.11}$$

символы Кристоффеля. Используя (2.9) и (2.10), образуем тензор Римана по обычному правилу

$$R^i{}_{jkm} = -2\frac{e}{mc^2} \partial_{[k} E^i{}_{|j|m]} + 2\frac{e^2}{m^2c^4} E^i{}_{s[k} E^s{}_{|j|m]}. \tag{2.12}$$

Свертывая этот тензор по индексам i и k, получим тензор Риччи $R_{jm} = R^i{}_{jim}$

$$R_{jm} = -2\frac{e}{mc^2} \partial_{[i} E^i{}_{|j|m]} + 2\frac{e^2}{m^2c^4} E^i{}_{s[i} E^s{}_{|j|m]}, \tag{2.13}$$

а свертка (2.13) с метрическим тензором g^{jm} дает скалярную кривизну пространства $R = g^{jm} R_{jm}$. Используя эти соотношения, запишем уравнения поля сильного электромагнитного поля в виде

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi k}{c^4} T_{ik}, \tag{2.14}$$

где тензор энергии-импульса имеет вид точечного источника с зарядом Ze и с плотностью заряда $\rho = Ze\delta(\vec{x})$

$$T_{ik} = \rho c^2 u_i u_k = Ze\delta(\vec{x}) c^2 u_i u_k, \qquad u^i u_i = 1. \tag{2.15}$$

Решая уравнения (2.14), мы можем получать различные решения вакуумных уравнений $R_{ik} = 0$. Сферически- симметричное решение уравнений поля (2.14), подобное решению Шварцшильда, но зависящее от кулоновского потенциала источника $\varphi_C = \pm Ze/r$, имеет вид [43]

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_e}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{r_e}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + sin^2\,\theta\, d\varphi^2). \tag{2.16}$$

Здесь знак минус $k = -e/m$ выбрал из соображений притяжения между пробным зарядом $-e$ и зарядом источника $+e$. Для дальнейших рассуждений удобно представить метрику (2.16) в (квази)декартовых координатах

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_e}{r}\right)c^2dt^2 - \left(1 + \frac{r_e}{r}\right)(dx^2 + dy^2 + dz^2), \qquad (2.17)$$

де мы ввели *электромагнитный радиус*

$$r_e = \pm\frac{2Ze^2}{mc^2} = const\,. \qquad (2.18)$$

Здесь знак $+$ соответствует притяжению между $-e$ и Ze (или e и $-Ze$), а знак $-$ отталкиванию между $-e$ и $-Ze$ (или e и Ze). При взаимодействии двух зарядов $-e$ и e, при условии, что масса m пробного заряда много меньше массы M заряда e, создающего поле, электромагнитный радиус равен удвоенному классическому радиусу электрона

$$r_e = \frac{2e^2}{mc^2} \approx 5.6 \cdot 10^{-13} \text{ см}. \qquad (2.19)$$

Уравнение движения пробного заряда в сильном электромагнитном поле совпадает с уравнением геодезических финслерова пространства с метрическим тензором (2.8) и записывается как

$$\frac{d^2x^i}{ds^2} = -\Gamma^i{}_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} = \frac{e}{mc^2}E^i{}_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds}, \qquad (2.20)$$

где $E^i{}_{jk}$ определяется соотношением (2.10).

Уравнения поля (2.14) и уравнение движения (2.20) геометризированной электродинамики сильных полей решают первую проблему Эйнштейна по созданию Единой теории поля, позволяя описывать гравитационные и электромагнитные взаимодействия единым способом, используя дифференциальную геометрию.

3. Соответствие уравнения движения (2.20) уравнению движения (1.3) электродинамики Максвелла-Лоренца

Для доказательства соответствия мы используем условие слабости электромагнитных полей, которое для уравнения (2.20) записывается как

$$\left|\frac{2e^3}{m^2c^4}E^i{}_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds}\right| \ll 1\,. \qquad (3.1)$$

Это соотношение было получено после умножения правой части уравнения (2.20) на характерный параметр (2.19) для того, чтобы привести уравнение (2.20) к безразмерному виду и потребовать малости ускорения. Очевидно, что условия слабости поля (1.14а) и (3.1) почти одинаковы. Используя условие слабости поля (3.1), имеем в нерелятивистском приближении

$$g_{ik} = \eta_{ik} + ka_{ik} \approx \eta_{ik} = diag(1 - 1 - 1 - 1)\,, \qquad ds \approx ds_0 = cdt\ \ , R^i{}_{jkm} \approx 0\,, \qquad (3.2)$$

$$\frac{dx^0}{ds_0} \approx 1, \qquad \frac{dx^\alpha}{ds_0} \approx \frac{1}{c}\frac{dx^\alpha}{dt} \qquad , \frac{dx^i}{ds_0}\frac{dx^k}{ds_0} \approx \frac{v^2}{c^2} \ll 1. \qquad (3.3)$$

Используя (3.2), представим символы Кристоффеля как [44]

$$\Gamma^{i}{}_{jk} = \eta^{im}\Gamma_{m,jk} = \pm\Gamma_{i,jk}\begin{pmatrix} i = 1,2,3 \\ i = 0 \end{pmatrix}.$$

Разделяя в уравнении (2.20) пространственную и временную части, находим

$$\frac{d^2x^0}{ds^2} = \Gamma_{0,jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} = -\frac{e}{mc^2}E_{0,jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds}, \tag{3.4}$$

$$\frac{d^2x^\alpha}{ds^2} = -\Gamma_{\alpha,jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} = \frac{e}{mc^2}E_{\alpha,jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds}, \tag{3.5}$$

$$\alpha,\beta,\gamma \ldots = 1,2,3, i,j,k \ldots = 0,1,2,3.$$

Используя формулу для перехода от параметра ds_0 к параметру dx^0 [44, стр. 634]

$$\frac{d^2x^\alpha}{dx^{0^2}} = \frac{\frac{d^2x^\alpha}{ds_0{}^2}\frac{dx^0}{ds_0} - \frac{d^2x^0}{ds_0{}^2}\frac{dx^\alpha}{ds_0}}{\left(\frac{dx^0}{ds_0}\right)^3} \approx \frac{d^2x^\alpha}{ds_0{}^2} - \frac{d^2x^0}{ds_0{}^2}\frac{dx^\alpha}{ds_0},$$

запишем (3.3) в виде

$$\frac{d^2x^\alpha}{dx^{0^2}} = \frac{e}{mc^2}\left\{E_{\alpha,jk}\frac{dx^j}{ds_0}\frac{dx^k}{ds_0} + E_{0,jk}\frac{dx^j}{ds_0}\frac{dx^k}{ds_0}\frac{dx^\alpha}{ds_0}\right\}. \tag{3.6}$$

В силу условий (328), сохраним во втором члене справа компоненты $E_{0,jk}$ с $j = k = 0$, а в первом члене компоненты с $j = k = 0$, $j = 0$, $\kappa = \beta$, $j = \beta$, $\kappa = 0$, тогда из (3.5) имеем

$$\frac{d^2x^\alpha}{dx^{0^2}} = \frac{e}{mc^2}\left\{E_{\alpha,00}\frac{dx^0}{ds_0}\frac{dx^0}{ds_0} + 2E_{\alpha,\beta0}\frac{dx^\beta}{ds_0}\frac{dx^0}{ds_0} + E_{0,00}\frac{dx^0}{ds_0}\frac{dx^0}{ds_0}\frac{dx^\alpha}{ds_0}\right\}. \tag{3.7}$$

Используя формулу (2.10) и условия (3.2), находим

$$E_{i,jk} = -\frac{c^2}{2}\left(a_{ij,k} + a_{ik,j} - a_{jk,i}\right),$$

$$E_{\alpha,00} = c^2\left(\frac{1}{2}\frac{\partial a_{00}}{\partial x^\alpha} - \frac{1}{c}\frac{\partial a_{\alpha0}}{\partial t}\right), 2E_{\alpha,\beta0} = -c^2\left(\frac{\partial a_{\alpha0}}{\partial x^\beta} - \frac{\partial a_{\beta0}}{\partial x^\alpha}\right) - c^2\frac{1}{c}\frac{\partial a_{\alpha\beta}}{\partial t},\ E_{0,00} =$$

$$= -c^2\frac{1}{2c}\frac{\partial a_{00}}{\partial t}. \tag{3.8}$$

Подобно (2.3), введем векторный потенциал электромагнитного поля

$$A_0 = \frac{c^2}{2}a_{00}, \qquad A_\alpha = c^2a_{\alpha0}. \tag{3.9}$$

Поскольку в нашем приближении $dx^0/ds_0 \approx 1$, то (3.9) мы можем записать как

$$A_0 = \frac{c^2}{2}a_{00}\frac{dx^0}{ds_0}, \qquad A_\alpha = a_{\alpha0}c^2\frac{dx^0}{ds_0}, \qquad \alpha,\beta = 1,2,3. \tag{3.10}$$

В принятых обозначениях (3.7) принимает вид

$$\frac{d^2x^\alpha}{ds^2{}_0} = -\frac{e}{mc^2}\left\{\left(A_{\alpha,0} - A_{0,\alpha}\right)\frac{dx^0}{ds_0} + \left(A_{\alpha,\beta} - A_{\beta,\alpha}\right)\frac{dx^\beta}{ds_0} + c^2\frac{1}{c}\frac{\partial a_{\alpha\beta}}{\partial t}\frac{dx^\beta}{ds_0}\frac{dx^0}{ds_0}\right.$$
$$\left. + c^2\frac{1}{2c}\frac{\partial a_{00}}{\partial t}\frac{dx^0}{ds_0}\frac{dx^0}{ds_0}\frac{dx^\alpha}{ds_0}\right\}$$

или

$$\frac{du^\alpha}{ds_0} = \frac{e}{mc^2}\left\{F^{\alpha 0}u_0 + F^{\alpha\beta}u_\beta - c^2\frac{1}{c}\frac{\partial a_{\alpha\beta}}{\partial t}\frac{dx^0}{ds_0}u^\beta - \frac{1}{c}\frac{\partial A_0}{\partial t}\frac{dx^0}{ds_0}u^\alpha\right\}, \qquad (3.11)$$

$$\frac{du^\alpha}{ds_0} = \frac{e}{mc^2}\left\{F^{k\alpha}u_k - \frac{1}{c}\frac{\partial A_0}{\partial t}\frac{dx^0}{ds_0}u^\alpha - c^2\frac{1}{c}\frac{\partial a_{\alpha\beta}}{\partial t}u^\beta\right\}, \qquad (3.12)$$

$$F_{\alpha k} = A_{k,\alpha} - A_{\alpha,k}, \quad \alpha,\beta,\gamma \ldots = 1,2,3, \qquad i,j,k \ldots = 0,1,2,3. \qquad (3.13)$$

где $F^{k\alpha}$ – геометрический аналог тензора электромагнитного поля (1.6). Если пренебречь в уравнениях (3.12) последними двумя членами, то они совпадают с пространственной частью уравнений движения (1.3) электродинамики Максвелла-Лоренца. Второй член в правой части (3.12) исчезает при выборе кулоновской калибровке потенциала A_k. Как будет показано ниже, учет этого слагаемого позволяет описывать системы с переменным зарядом, в которых лоренцова, а с ней и кулоновская калибровки нарушаются.

Далее, расписываем временную часть (3.4) в виде

$$\frac{du^0}{ds_0} = -\frac{e}{mc^2}E_{0,jk}u^j u^k = -\frac{e}{mc^2}\{E_{0,00}u^0u^0 + E_{0,\beta 0}u^\beta u^0\}, \qquad (3.14)$$

где

$$E_{0,\beta 0} = -\frac{c^2}{2}\left(a_{0\beta,0} + a_{00,\beta} - a_{\beta 0,0}\right) = -\frac{c^2}{2}\frac{\partial a_{00}}{\partial x_\beta} \qquad (3.15)$$

или

$$E_{0,\beta 0}\frac{dx^0}{ds_0}\frac{dx^\beta}{ds_0} = -c^2\frac{\partial a_{00}}{\partial x_\beta}\frac{dx^0}{ds_0}u^\beta = -\frac{\partial A_0}{\partial x_\beta}u^\beta. \qquad (3.16)$$

Учитывая (3.10), имеем для (3.14) соотношение

$$\frac{du^0}{ds_0} = \frac{e}{mc^2}\left\{\frac{1}{c}\frac{\partial A_0}{\partial t}u^0 + \frac{\partial A_0}{\partial x_\beta}u^\beta\right\}. \qquad (3.17)$$

Первый член в правой части (3.17) равен нулю в силу постоянства заряда (кулоновская калибровка), а второй можно записать как

$$\frac{\partial A_0}{\partial x_\beta}u^\beta = -F^{0\alpha}u_\alpha. \qquad (3.18)$$

Таким образом, при условии кулоновской калибровки, (3.18) совпадает с временной частью уравнений движения (1.3)

$$\frac{du^0}{ds_0} = -\frac{e}{mc^2}F^{0\alpha}u_\alpha \tag{3.19}$$

электродинамики Максвелла-Лоренца. Таким образом, уравнения (3.12) и (3.19) объединяются в четырехмерное уравнение (1.3) электродинамики Максвелла-Лоренца при выборе кулоновской калибровки для векторного потенциала (3.10) и при условии слабых электромагнитных полей (3.1), что доказывает соответствие уравнения движения (2.10) уравнению (1.3).

4. Соответствие уравнений поля (2.14) уравнениям поля (1.1) электродинамики Максвелла-Лоренца

Свертывая уравнения (2.14) с метрическим тензором g^{ik} и учитывая соотношение $g^{ik}g_{ik} = 4$, имеем

$$R = \frac{8\pi k}{c^4}T, \qquad T = T^i{}_i. \tag{4.1}$$

Подставляя (4.1) в (2.14), запишем эти уравнения в виде

$$R_{ik} = \frac{8\pi k}{c^4}\left(T_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}T\right). \tag{4.2}$$

Следуя А. Фоку [42], мы потребуем для уравнений поля (4.2) выполнения:

1. Условия слабости поля (3.2) для тензора (2.13).
2. Условие гармоничности для (квази)декартовых x^iкоординат

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)x^i = 0. \tag{4.3}$$

В этом приближении для R_{ik} находим

$$R_{ik} = -\frac{k}{2}\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)a_{ik}. \tag{4.4}$$

Расписывая уравнения (4.2) покомпонентно, имеем

$$\frac{1}{k}R_{00} = -\frac{1}{2}\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)a_{00} = \frac{8\pi}{c^4}\left(T_{00} - \frac{1}{2}g_{00}T\right), \tag{4.5}$$

$$\frac{1}{k}R_{\alpha 0} = -\frac{1}{2}\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)a_{\alpha 0} = \frac{8\pi}{c^4}\left(T_{\alpha 0} - \frac{1}{2}g_{\alpha 0}T\right), \tag{4.6}$$

$$\frac{1}{k}R_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2}\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)a_{\alpha\beta} = \frac{8\pi}{c^4}\left(T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}T\right). \tag{4.7}$$

где

$$T_{00} - \frac{1}{2}g_{00}T = \frac{1}{2}\rho c^2, \tag{4.8}$$

$$T_{\alpha 0} - \frac{1}{2} g_{\alpha 0} T = \rho c^2 v^{\alpha}, \tag{4.9}$$

$$T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} T = \frac{1}{2} \rho c^2 \delta_{\alpha\beta}. \tag{4.10}$$

Подставляя (4.8) в (4.5), находим

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{a_{00}}{2} = \frac{4\pi}{c^2} \rho, \tag{4.11}$$

Поскольку в нашем приближении справедливы соотношения (3.3), то, умножая соотношение (4.11) слева на $c^2 u^0 = c^2 dx^0 / ds_0$, получим

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) A_0 = \frac{4\pi}{c} j_0, \tag{4.12}$$

где в нерелятивистском приближении порядка v/c компонента A_0, с учетом решения (2.17) для Z=1, имеет вид

$$A_0 = \frac{c^2}{2} a_{00} = \varphi_C = \frac{e}{r}, \tag{4.13}$$

что совпадает с компонентой A_0 потенциала (3.9), а j_0 определяется как

$$j_0 = j^0 = \rho c u^0 = \rho \frac{dx^0}{dt}. \tag{4.14}$$

Здесь ρ −плотность источника поля в системе отсчета, где он покоится. Таким образом, потенциал A_0 для слабых электромагнитных полей удовлетворяет уравнению (4.12).

(Квази)статический потенциал (4.13) определяется из решения уравнения (4.12) в виде объемного интеграла

$$\varphi_C = \int \frac{\rho}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx' dy' dz'. \tag{4.15}$$

Далее, метрика (2.17) записана в системе отсчета, в которой заряд e покоится. Если источник поля движется со скоростью u_α, то, кроме потенциала (4.13), мы имеем 3D векторный потенциал

$$A_\alpha = \int \frac{\rho u_\alpha}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx' dy' dz'. \tag{4.16}$$

Согласно А. Фоку, для движущегося заряда со скоростью u_α вместо метрики (2.17), мы имеем метрику следующего вида [42]

$$ds^2 = \left(1 + \frac{e}{m} \frac{2\varphi_C}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{e}{m} \frac{2\varphi_C}{c^2}\right) (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$
$$+ \frac{8}{c^2} \left(\frac{e}{m} 2\varphi_c{}^x dx + \frac{e}{m} 2\varphi_c{}^y dy + 2\varphi_c{}^z dz \right) dt, \tag{4.17}$$

откуда, в нерелятивистском приближении порядка v/c следует

$$a_{00} = \frac{2A_0}{c^2}, \qquad a_{\alpha 0} = -\frac{4}{c^2} A_\alpha \,. \tag{4.18}$$

Подставляя эти соотношения в (4.5) - (4.7) и, учитывая (4.8) - (4.10), получим, кроме (4.12), уравнения

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) A_\alpha = \frac{4\pi}{c} j_\alpha, \tag{4.19}$$

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \varphi_C \delta_{\alpha\beta} = \frac{4\pi}{c} \rho \delta_{\alpha\beta}. \tag{4.20}$$

Объединяя уравнения (4.19) и (4.12), получим уравнения Максвелла, записанные через потенциал A_i с компонентами (4.18)

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) A_i = \frac{4\pi}{c} j_i, \qquad j^i = (\rho c, \rho u^\alpha), i = 0,1,2,3, \tag{4.21}$$

что, с учетом (1.6), эквивалентно уравнениям (1.1).

Подводя итог, мы приходим к заключению, что: геометризированное уравнение Лоренца

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c}\left[\vec{v}\vec{H}\right] \tag{4.22}$$

и геометризированные уравнения Максвелла

$$div\vec{E} = 4\pi\rho, \qquad rot\vec{H} = \frac{1}{c}\left(\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + 4\pi\rho\vec{u}\right), \qquad div\vec{H} = 0, \qquad rot\vec{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t} = 0 \tag{4.23}$$

следуют из уравнений (2.20) и (2.14) общерелятивистской электродинамики сильных полей при условии, а) постоянства заряда $e = const$; б) слабости поля (3.1) и с точностью до релятивистских членов порядка $v^2/c^2 \ll 1$; уравнения электродинамики (4.22) и (4.23) допускают четырехмерную запись (1.3) и (1.1) при условии (квази)инерциальности (3.1) системы отсчета, связанной с зарядом.

5. Потенциалы в электродинамике сильных полей, обобщающие потенциал Кулона и релятивистские поправки

Проверка новой фундаментальной физической теории на жизнеспособность начинается с выполнения принципа соответствия межу новыми и старыми уравнениями теории. Окончательное признание новая теория получает, когда предсказания её уравнений находят экспериментальное подтверждение. Ориентируясь на добавки к уравнениям Максвелла-Лоренца, полученные при упрощении уравнений электродинамики сильных полей уравнений (2.20) и (2.14) можно ожидать; 1) новых потенциалов, обобщающих потенциал Кулона: 2) новых полей в электродинамике, порождаемых переменным зарядом (переменной системой зарядов): 3) релятивистскими поправками к уравнениям Максвелла-Лоренца.

Обратите внимание, все эти предсказания уже обнаружены экспериментально, но либо описываются феноменологически, такие как ядерные силы [45, 46] и электромагнитные формфакторы [47,48], либо вообще игнорируются научной общественностью [49,50].

Для вывода уравнения движения (2.20) в электродинамике сильных полей можно использовать действие

$$S = -mc\int ds = -\,mc\int\left(g_{ik}dx^i dx^k\right)^{1/2} = -mc\int\left(g_{ik}\frac{dx^i}{dt}\frac{dx^k}{dt}\right)^{1/2}dt = \int Ldt, \qquad (5.1)$$

где L – геометризированная функция Лагранжа. В нерелятивистском приближении слабого электромагнитного поля (3.1) для метрики (4.17) функцию Лагранжа можно приближенно представить как

$$L = -mc\left(g_{ik}\frac{dx^i}{dt}\frac{dx^k}{dt}\right)^{1/2} \approx T - U_C. \qquad (5.2)$$

Здесь $T -$ кинетическая энергия пробного заряда и $U_C = m\,\varphi_C = e^2/r -$ кулоновская потенциальная энергия. На бесконечно большом расстоянии от источника поля эта энергия обращается в нуль $L_\infty = T - U_C = T$ и пространство событий на бесконечности становиться плоским. В результате из (5.2) мы имеем

$$L_\infty = -mc\left(\eta_{ik}\frac{dx^i}{dt}\frac{dx^k}{dt}\right)^{1/2} = T, \qquad (5.3)$$

где $\eta_{ik} = \eta^{ik} = diag(1-1-1-1)$ - метрический тензор псевдоевклидова пространства, при этом потенциальная энергия U_C может быть представлена как

$$U_C = L_\infty - L = -mc\left[\left(\eta_{ik}\frac{dx^i}{dt}\frac{dx^k}{dt}\right)^{1/2} - \left(g_{ik}\frac{dx^i}{dt}\frac{dx^k}{dt}\right)^{1/2}\right]. \qquad (5.4)$$

Отсюда следует общая формула для приближенной оценки потенциальной энергии взаимодействия пробной частицы и источника поля островного типа

$$U = \frac{mc^2}{2}(g_{00} - 1). \qquad (5.5)$$

Будем искать решения вакуумных уравнений электродинамики сильных полей (2.14), которые подобны решениям вакуумных уравнений Эйнштейна

$$R_{ik} = 0\,. \qquad (5.6)$$

Для этого мы используем известный формализм Ньюмена-Пенроуза (НП – формализм) [51] и найдем решение уравнений (5.6) с трансляционной метрикой, подобной метрике Шварцшильда [43]

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\Psi^0}{r}\right)\mathrm{c}^2dt^2 - \left(1 - \frac{2\Psi^0}{r}\right)^{-1}dr - r^2(d\theta^2 + sin^2\,\theta\,d\varphi^2). \qquad (5.7)$$

Здесь $\Psi^0 = const$ – произвольная константа интегрирования, играющая роль источника полей. Опуская подробности, приведем полное статическое сферически-симметричное решение уравнений (5.6). В обозначениях формализма Ньюмена-Пенроуза [51] и в координатах $x^0 = u,\quad x^1 = r,\ x^2 = \theta, x^3 = \varphi$ это решение имеет следующий вид [43]:

1. Для спинорных компонент обобщенных матриц Паули:

$$\sigma^i{}_{0\dot{0}} = (0,1,0,0),\ \ \sigma^i{}_{1\dot{1}} = (1,U,0,0),\quad \sigma^i{}_{0\dot{1}} = \rho(0,0,P,iP),$$
$$\sigma_i{}^{0\dot{0}} = (1,0,0,0),\qquad \sigma_i{}^{1\dot{1}} = (-U,0,0,0),\ \ \sigma_i{}^{0\dot{1}} = -\frac{1}{2\rho P}(0,0,1,i), \qquad (5.8)$$

где $U = -1/2 + \Psi^0/r\,,\quad P = (2)^{-\frac{1}{2}}(1 + \zeta\bar{\zeta}/4),\qquad \zeta = x^2 + ix^3,$
а $\Psi^0 = \text{const} - $ функция источника.

2. Для спинорных компонент коэффициентов вращения Риччи $T^i{}_{jk}$:

$$\rho = -1/r\,,\qquad \alpha = -\bar{\beta} = \alpha^0/r\,,\quad \gamma = \Psi^0/2r^2, \tag{5.9}$$
$$\mu = -1/2r + \Psi^0/r^2,\quad \alpha^0 = \zeta/4 \qquad .$$

3. Для спинорных компонент тензора Вейля :

$$C_{0011} \leftrightarrow \Psi_{0011} = \Psi_2 = \Psi = -\Psi^0/r^3. \tag{5.10}$$

В (квази)сферических трансляционных координатах

$$ct = x^0 - \int \frac{dr}{2U}, r = x^1, \qquad sin\,\theta = \frac{(\zeta\bar{\zeta})^{\frac{1}{2}}}{\left(1 + \frac{1}{4\zeta\bar{\zeta}}\right)},\ tg\phi = \frac{x^3}{x^4}\quad ,$$

трансляционная метрика пространства

$$ds^2 = g_{ik} = \varepsilon_{AC}\ \varepsilon_{\dot{B}\dot{D}}\sigma_i{}^{A\dot{B}}\sigma_k{}^{C\dot{D}}dx^i dx^k,\quad \varepsilon_{AC} = \varepsilon^{AC} = \varepsilon_{\dot{B}\dot{D}} = \varepsilon^{\dot{B}\dot{D}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \tag{5.11}$$

принимает вид (5.7).

Требуя соответствия метрики (5.7) метрике Шварцшильда, мы находим

$$\Psi^0 = \frac{MG}{c^2} = \frac{r_g}{2} = -\frac{\varphi_N r}{c^2}, \qquad \varphi_N = -MG/r\ . \tag{5.12}$$

где $M = const$ - масса центрального тела, G - гравитационная постоянная, c - скорость света, $r_{\bar{g}}$ гравитационный радиус. Решение (5.7) – (5.11) описывает электромагнитное поле вакуумных уравнений (5.6), если использовать для тензора Риччи (2.13). Для доказательства этого достаточно потребовать соответствия метрики (5.7) метрике (2.16), т.е. использовать в метрике (5.7) соотношения

$$\Psi^0 = \frac{r_e}{2} = -\frac{e}{m}\frac{\varphi_C r}{c^2}, \qquad r_e = \frac{2Ze^2}{mc^2} = const\quad . \tag{5.13}$$

В общем случае, когда необходимо учитывать сразу электромагнитные и гравитационные взаимодействия заряженной и массивной частицы, метрика (5.7) может быть записана в виде

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g \pm |r_e|}{r}\right)c^2dt^2 - \left(1 - \frac{r_g \pm |r_e|}{r}\right)^{-1} dr - r^2(d\theta^2 + sin^2\,\theta\, d\varphi^2). \tag{5.14}$$

Если рассматривать движение электрона в электромагнитном и гравитационном полях атома водорода, то в этом случае $|r_g| << |r_e|$ и мы вполне можем пренебречь гравитационными взаимодействиями, рассматривая искривление пространства событий только за счет электромагнитного взаимодействия электрона с ядром. Так просто и естественно уравнения теории гравитации Эйнштейна объединяются с уравнениями сильных электромагнитных полей.

Впервые отклонение от кулоновского потенциала в электродинамике было обнаружено в экспериментах Э. Резерфорда [45] по упругому рассеянию α – частиц на ядрах золота. Типичный график отношения экспериментального сечения рассеяния $d\sigma$ к сечению рассеяния Резерфорда $d\sigma_R$ в зависимости от угла рассеяния θ представлен на рис. 1.

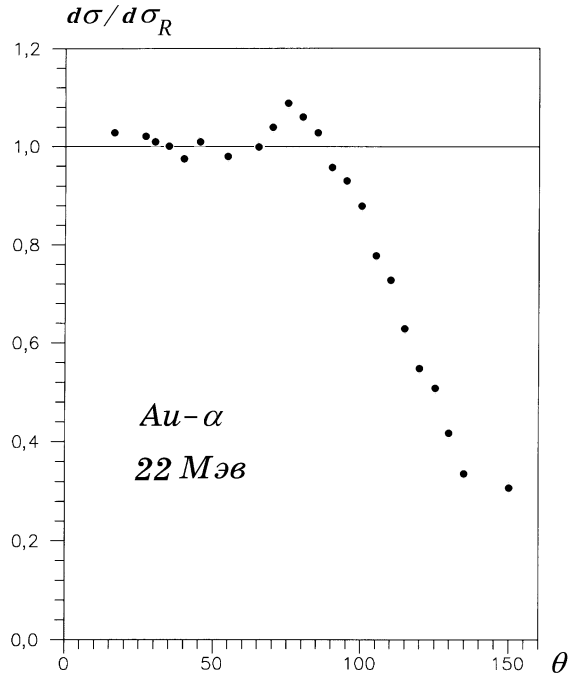

Рис. 1. Экспериментальный график, показывающий отклонение от закона Кулона при упругом рассеянии нерелятивистских α – частиц на ядрах золота

Из графика 1 следует, что на малых углах рассеяния $(0 \div 60^0)$, когда α – частицы проходит в области полей $E, H \ll m^2c^4/e^3 \approx 10^{16}$ед. СГСЕ , что соответствует расстояниям $r \gg 10^{-12} \div 10^{-13}$ см , рассеяние происходит в соответствии с законом Кулона. При больших углах рассеяния, график показывает отклонение от закона Кулона. Из нерелятивистского неравенства (1.16) следует, что отклонение от закона Кулона должно наблюдаться как раз на расстояниях порядка $10^{-12} \div 10^{-13} см$ от центра ядра, т.е. там, где Э. Резерфорд обнаружил «ядерные» силы, для описания которых были введены феноменологические потенциалы взаимодействия [46], положившие начало созданию современной феноменологической теории элементарных частиц – Стандартной модели.

Чтобы отказаться от феноменологического описания ядерных сил, электромагнитных формфакторов и слабых взаимодействий, проходящих с учетом нейтрино, сотрудниками института Физики Вакуума www.shipov-vacuum Е.А. Губаревым и А.Н. Сидоровым и Г.И. Шиповым было предложено использовать решения вакуумных уравнений $R_{ik} = 0$ электродинамики сильных полей (2.14) и (2.20), которые содержат короткодействующие добавки к потенциалу Кулона [52-56]. Опуская подробности, приведем потенциальную энергию решения с короткодействующей ядерной энергией, вычисленную с помощью (5.4)

$$U_{eN} = -\frac{mc^2}{2}\frac{rr_e + 2r^2{}_N}{r^2 + r^2{}_N}, \quad r_e = \pm\frac{2Zze^2}{mc^2} = const, \ r_N = const, \tag{5.15}$$

где знак + означает притяжение между зарядом e, $z = 1,2,3$ ... с массой m и центральным зарядом Ze, $Z = 0,1,2,3$ ..., а знак – отталкивание, r_N - новая короткодействующая константа интегрирования. Из (5.15) видно, что эти потенциальные энергии на ядерных расстояниях зарядовонезависимы, и именно это свойство наблюдается в ядерных взаимодействиях. На рис.2 приводится один из графиков сравнений теории и эксперимента. Теоретическая кривая представляет собой дифференциальное сечение рассеяния заряженной частицы – протона с энергией покоя 938,5 Мэв и кинетической энергией 17 Мэв. Экспериментальные точки - дифференциальное сечение упругого рассеяния протонов энергии 17 Мэв на ядрах меди. Хорошее совпадение теории

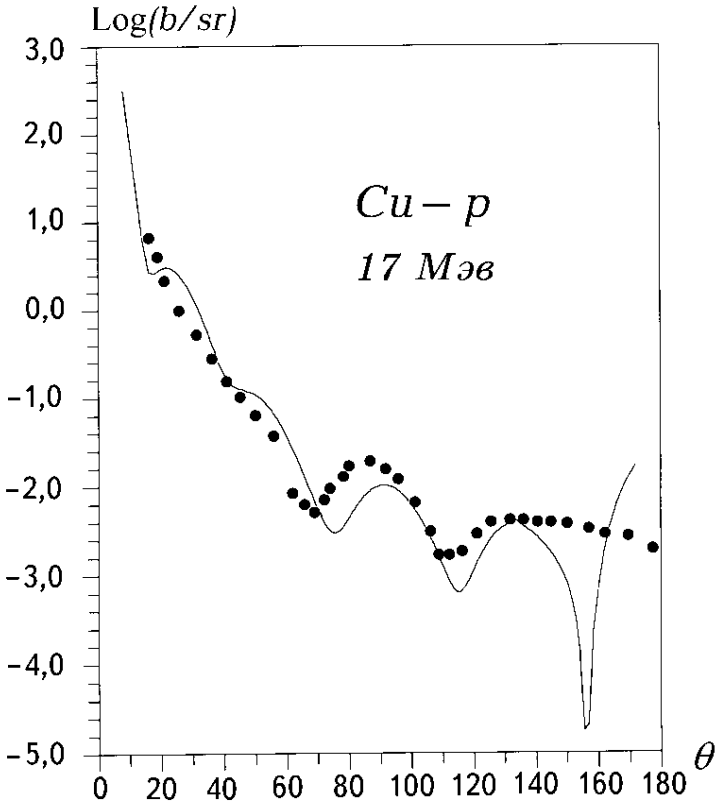

Рис.2. Упругое рассеяние протонов с энергией 17 Мэв на ядрах меди

и эксперимента говорит о том, что ядерные и электро-ядерные взаимодействия (возможно, слабые взаимодействия и электромагнитные формфакторы элементарных частиц и ядер*) являются следствием проявления сильных электромагнитных полей*, следующих из решений уравнений электродинамики сильных полей (2.20). В этом случае объединение, например, электромагнитных и ядерных взаимодействий происходит естественным путем без привлечения дополнительных гипотез относительно феноменологических ядерных полей. Из релятивистского неравенства (1.15) следует, что при ультрарелятивистских скоростях отклонение от закона Кулона должно наблюдаться для легких частиц (электронов) на расстояниях порядка $10^{-12} \div 10^{-13}$см , что было обнаружено в экспериментах Е. Кинзингера [47] и Р. Хофстадтера [48]. Было решено было «объяснять» наблюдаемые явления путем введения феноменологических характеристик ядер, получивших название электромагнитных формфакторов [46]. Однако сейчас мы можем искать объяснение этих явлений, используя

точные решения уравнений поля 2.20) геометризированной электродинамики сильных полей.

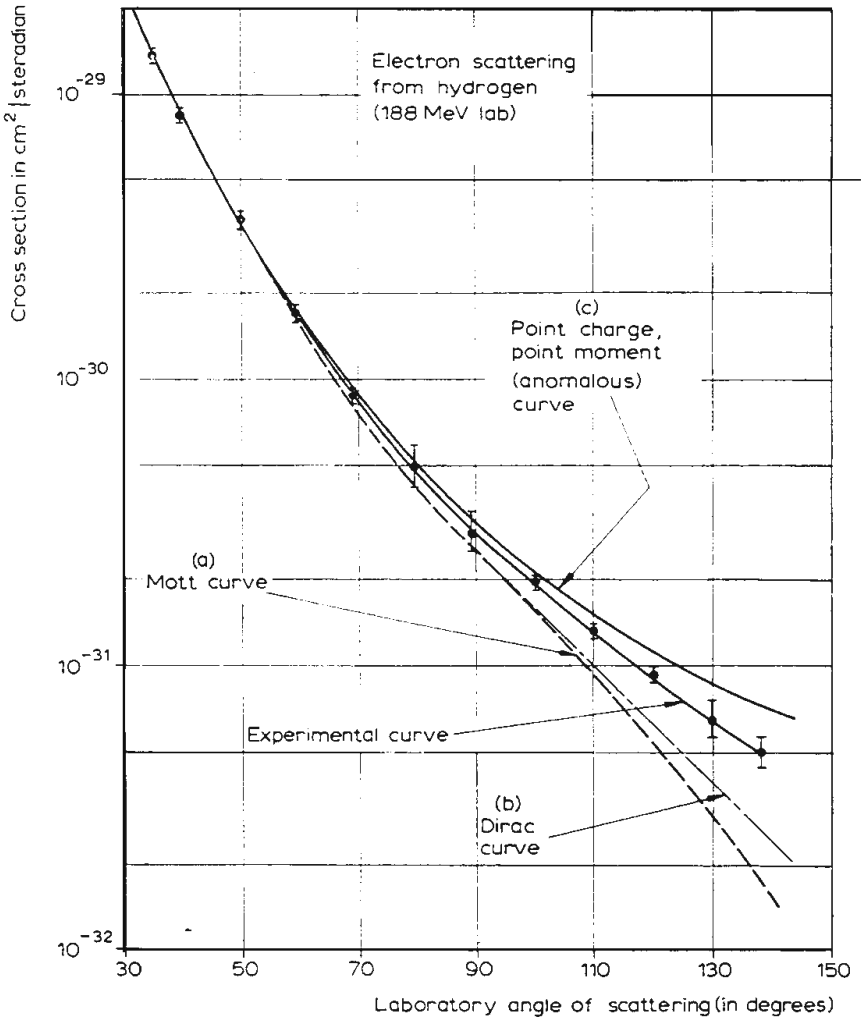

Рис. 3. Сравнение теоретических кривых упругого рассеяния точечного электрона на протоне с экспериментальными данными: a) кривая Мотта для рассеяния на безспиновом протоне; b) кривая Дирака теоретического рассеяния на протоне с учетом магнитного момента; c) теоретическая кривая для рассеяния на точечном протоне с учетом аномального вклада Паули в магнитный момент Дирака.

На рис. 3 сравниваются теоретические кривые сечения упругого рассеяния ультрарелятивистских электронов, полученные при различных теоретических предположениях, с экспериментальной кривой. Энергия электронов была равна 188 Мэв, что гораздо больше энергии покоя электрона $E = m_0c^2 \approx 0{,}5$ Мэв. Из рис. 3 следует, что при малых углах рассеяния теоретическая кривая Мотта совпадает с экспериментальной кривой, которая соответствует рассеянию электронов на потенциале Кулона. На больших углах наблюдается отклонение от кулоновского рассеяния, которое было положено в основу создания феноменологической теории электромагнитных формфакторов [46].

6. Переменный заряд в электродинамики сильных полей и создаваемые им скалярные поля

Пренебрегая в (3.12) тензорной добавкой $a_{\alpha\beta}$, запишем уравнения движения (3.12) и (3.17) в векторном виде

$$\frac{du^{\alpha}}{ds_0} = \frac{e}{mc^2}\left\{F^{k\alpha}u_k - \frac{1}{c}\frac{\partial A_0}{\partial t}\frac{dx^0}{ds_0}u^{\alpha}\right\} = \frac{e}{mc^2}\left\{F^{k\alpha}u_k - S_E\frac{dx^0}{ds_0}u^{\alpha}\right\} \qquad (6.1)$$

$$\frac{du^{0}}{ds_0} = \frac{e}{mc^2}\left\{\frac{1}{c}\frac{\partial A_0}{\partial t}u^0 + \frac{\partial A_0}{\partial x_{\beta}}u^{\beta}\right\} = -\frac{e}{mc^2}\{\ F^{0\alpha}u_{\alpha} - S_E u^0\ \}, \qquad (6.2)$$

где введено обозначение для скалярного поля

$$S_E = \frac{1}{c}\frac{\partial A_0}{\partial t} = \frac{\partial A_0}{\partial x^0} = \frac{1}{c}\frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad . \qquad (6.3)$$

Это скалярное поле, обнаруженное экспериментально в работах Николы Тесла [49,50], просто игнорируется современной теоретической физикой, при этом делается вид, что этого поля не существует. Такое отношение происходит потому, что поле (6.3) нарушает закон сохранения заряда (1.11), лежащий в основе уравнений электродинамики Максвелла-Лоренца (1.1) и (1.3). Действительно, поле S_E описывает переменный заряд $e(t)$ или систему зарядов $Q(t) = \sum e$, меняющуюся во времени, что демонстрировал Н. Тесла при передаче электромагнитной энергии без проводов или по одному проводу [49,50]. Для этого Н. Тесла использовал заряженную сферу.

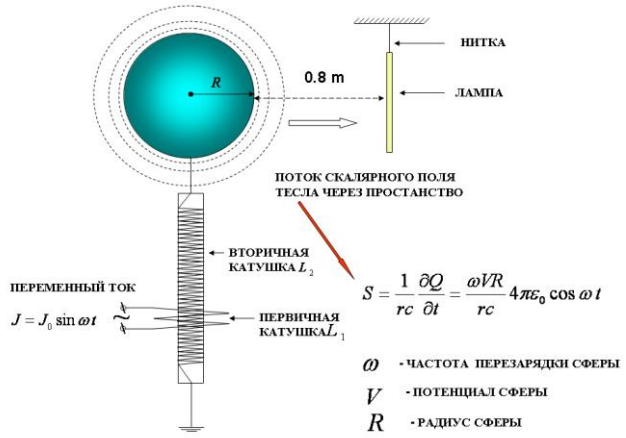

Рис.4. Беспроводная передача электроэнергии скалярным полем S

На рис.4 изображена сфера, на которую подается переменное напряжение. Если заряд сферы меняется по закону $Q(t) = Q_0 \sin \omega t$, то скалярное поле сферы описывается формулой [57]

$$S = \frac{1}{rc}\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\omega V}{rc} 4\pi\varepsilon_0 R \cos \omega . \qquad (6.4)$$

Эксперимент и формула (6.4) показывают, что скалярное поле спадает с расстоянием r медленнее, чем векторные поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$, его величина растет с ростом частоты ω, напряжения V и радиуса сферы R.В электродинамике сильных полей уравнение непрерывности (1.В) обобщается, принимая вид

$$\nabla_i(\rho u^i) = \partial_i(\rho u^i) + \rho u^n \Gamma^j{}_{nj} = 0. \qquad (6.5)$$

Используя условия (3.2), (3.3) и (2.10), находим из (6.5) в нерелятивистском приближении

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\rho\vec{v} = \rho\frac{e}{mc^2}u^0 E_{0,00}(t) = -\rho\frac{e}{mc^2}u^0 S_E, \quad S_E = \frac{1}{rc}\frac{\partial Q(t)}{\partial t}. \tag{6.6}$$

Нарушение закона сохранения заряда в электродинамике Максвелла-Лоренца можно записать как

$$-\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\frac{\partial A^i}{\partial x^i} = \frac{\partial^2 F^{ik}}{\partial x^i \partial x^k} = -\frac{4\pi}{c}\frac{\partial j^i}{\partial x^i} \neq 0. \tag{6.7}$$

Нарушение закона сохранения заряда (6.5) влечет за собой нарушение калибровки Лоренца

$$\frac{\partial A^i}{\partial x^i} = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial \varphi}{\partial t} + div\vec{A}\right) = S = S_E + S_H \neq 0. \tag{6.8}$$

Здесь мы ввели скалярное S и скалярное магнитное поле

$$S_H = div\vec{A}\,. \tag{6.9}$$

В векторном виде уравнение движения (6.1) представляется в виде

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c}\left[\vec{v}\vec{H}\right] + \frac{e}{c}S_E\,\vec{v}. \tag{6.10}$$

Умножая это уравнение скалярно на $\vec{v}$ получим уравнение мощности

$$\frac{dE_{кин}}{dt} = e\left(\vec{E}\vec{v}\right) + \frac{e}{c}S_E\,\vec{v}^2. \tag{6.11}$$

Используя (6.8), рассмотрим обобщение уравнений Максвелла (6.7), которые содержат скалярное поле S , записав их в виде

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial S}{\partial t} = -4\pi\rho, \tag{6.12}$$

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\vec{A} + gradS = \frac{4\pi}{c}\vec{j}. \tag{6.13}$$

Легко видеть, что при $S = 0$ уравнения (6.12) и (6.13) переходят в обычные уравнения Максвелла с источниками. В векторных обозначения полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$ уравнения (6.12) и (6.13) запишутся как

$$div\,\vec{E} - \frac{1}{c}\frac{\partial S}{\partial t} = 4\pi\rho, \tag{6.14}$$

$$rot\vec{H} - \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + gradS = \frac{4\pi}{c}\vec{j}. \tag{6.15}$$

Интересно отметить, что скалярное поле S было введено в электродинамику впервые В.А. Фоком и Б. Подольским [58] и использовалось в теоретической физике этими авторами совместно с Дираком [59] при развитии квантовой электродинамики Дирака. Для описания свободного от источников электромагнитного поля, авторы записывают функцию Лагранжа в виде

$$L = \frac{1}{8\pi}\left(\vec{E}^2 - \vec{H}^2\right) - \frac{1}{8\pi}S^2, \tag{6.16}$$

при этом авторы не только ничего не говорили о связи скалярного поля S с экспериментами Н. Тесла, но, даже, не обсуждали физический смысл введения поля S в электродинамику. Чтобы получить уравнения электродинамики переменных зарядов (6.14) и (6.15), необходимо добавить в функцию Лагранжа источники электромагнитного поля, записав функцию Лагранжа как

$$L = \frac{1}{8\pi}\left(\vec{E}^2 - \vec{H}^2\right) - \frac{1}{8\pi}S^2 + \frac{1}{\mathrm{c}}\vec{A}\cdot\vec{j} - \varphi\rho. \tag{6.17}$$

Теорема для мощности электромагнитного поля при условии $S = 0$ имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{E^2 + H^2}{8\pi} = -\vec{j}\cdot\vec{E} - \frac{c}{4\pi}div\left[\vec{E}\vec{H}\right], \tag{6.18}$$

Если же $S \neq 0$, находим

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{E^2 + H^2 + S^2}{8\pi} = -\vec{j}\cdot\vec{E} - c\rho S - \frac{c}{4\pi}div\left(\left[\vec{E}\vec{H}\right] - \vec{E}S\right). \tag{6.19}$$

Здесь мы использовали подстановки

$$\rho \to \rho' = \rho + \frac{1}{4\pi c}\frac{\partial S}{\partial t}, \tag{6.20}$$

$$\vec{j} \to \vec{j}' = \vec{j} - \frac{c}{4\pi}gradS, \tag{6.21}$$

которые следует из уравнений (6.14) и (6.15), и известное соотношение $div\left(S\vec{E}\right) = Sdiv\,\vec{E} + \vec{E}grad\,S$. Из (6.19) видно, что счетом скалярного поля S, вектор Умова-Пойнтинга имеет вид

$$\vec{\Pi} = \frac{c}{4\pi}\left(\left[\vec{E}\vec{H}\right] - \vec{E}S\right). \tag{6.22}$$

Из уравнений (6.14) и (6.15) следует, что скалярное поле S можно рассматривать как источники векторных полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$. Кроме того, обобщенный вектор Умова-Пойтинга содержит скалярное поле S, которое активно участвует в переносе энергии и на которое теоретики до сих пор не обращают должного внимания.

7. Уравнение Шредингера для свободного электромагнитного поля

Выдающимся достижением электродинамики Максвелла-Лоренца было предсказание существование электромагнитных волн. Действительно, уравнения Максвелла без источников принимают вид

$$div\vec{E} = 0, \qquad rot\vec{H} - \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = 0, \qquad div\vec{H} = 0, \qquad rot\vec{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t} = 0\,, \tag{7.1}$$

откуда следуют волновые уравнений для полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\vec{E},\vec{H} = 0\ . \tag{7.2}$$

Уравнения (7.2) замечательны тем, что они описывают поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$, движущиеся со скоростью света c в вакууме, причем уравнения (7.2) релятивистски инвариантны относительно преобразований (1.7) при любых значениях амплитуды полей. Решение уравнений (7.2) можно записать в виде плоских волн

$$\vec{E},\vec{H} = \vec{E}_0,\vec{H}_0\cos\left(\omega t - \vec{k}\,\vec{x}\right), \tag{7.3}$$

которые движутся в направлении вектора $\vec{k}$. Используя формулу Эйлера $e^{i\varphi} = \cos i\varphi + i\sin i\varphi$, запишем поля (7.3) в комплексном виде

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i(k_n x^n)}, \quad \vec{H} = \vec{H}_0 e^{-i(k_n x^n)}\ . \tag{7.4}$$

Представим уравнения Максвелла (7.1) в комплексном виде $\vec{\psi} = \vec{E} - i\vec{H}$ **.** Тогда уравнения Максвелла принимают вид [60]

$$\frac{i}{c}\frac{\partial\vec{\psi}}{\partial t} = -rot\vec{\psi},\ div\vec{\psi} = 0 \ \text{ или } \left(rot\,\vec{\psi}\right)_\alpha = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\boldsymbol{\psi}_\gamma\,, \quad \alpha,\beta,\ \gamma\ldots = 1{,}2{,}3\,, \tag{7.5}$$

где $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ - полностью антисимметричный символ Леви-Чивита. Поскольку генераторы группы вращений $S_1\,, S_2, S_3$ можно выразить через $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ как $(\ S_\alpha\ )_{\beta\gamma} = -i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$, то уравнения (7.5) , после умножения на $\hbar,$ запишутся как [56]

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\vec{\psi} = \hat{H}\vec{\psi} = c\left(\vec{p}\vec{S}\right)\vec{\psi} \tag{7.6}$$

где $\hbar$ - постоянная Планка, $\hat{H} = c\left(\vec{p}\vec{S}\right) -$ оператор Гамильтона, $\vec{p} = -i\,\hbar\nabla$ – оператор импульса, а вектор $\vec{S}$ с компонентами

$$S_x = \begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -i\\ 0 & i & 0\end{pmatrix}, \quad S_y = \begin{pmatrix}0 & 0 & i\\ 0 & 0 & 0\\ -i & 0 & 0\end{pmatrix}, \quad S_z = \begin{pmatrix}0 & -i & 0\\ i & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}, \tag{7.7}$$

представляет собой спин поля $\vec{\psi}$. Уравнение (7.6) можно интерпретировать как уравнение движения фотона (уравнение Шредингера). но это не совсем так, поскольку плотность электромагнитной энергии вычисляется по формуле

$$\rho = \overrightarrow{\psi^*}\overrightarrow{\psi}\ = |\psi|^2, \tag{7.8}$$

в которой плотность ρ имеет размерность квадрата напряженности электромагнитного поля. Для перехода в (7.8) к плотности вероятности волновая функция ψ должна быть нормирована на единицу. Вводя постоянный нормировочный множитель $N = const,$ имеем

$$\overrightarrow{\Psi} = N\vec{\psi} \quad \text{причем} \quad 1 = \int \overrightarrow{\Psi^*}\overrightarrow{\Psi}dV\ .$$

Уравнения (7.6) в этом случае принимают вид

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\overrightarrow{\Psi} = \hat{H}\overrightarrow{\Psi} = c\left(\vec{p}\vec{S}\right)\overrightarrow{\Psi}\ , \tag{7.9}$$

причем $\overrightarrow{\Psi^*}\overrightarrow{\Psi} = |\Psi\ \ |^2 = W -$ интерпретируется как плотность вероятности найти фотон в данной точке пространства в данный момент времени. Простейшим решением волновых уравнений (7.9) оказывается плоская волна де Бройля $\overrightarrow{\Psi}$

$$\vec{\Psi} = \vec{\Psi}_0\, exp\left\{-\frac{i}{\hbar}(p_n x^n)\right\} = \vec{\Psi}_0\, exp\{-i(k_n x^n)\},\quad E = \hbar\omega,\ \vec{p} = \hbar\vec{k} \qquad (7.10)$$

или набор плоских волн де Бройля, удовлетворяющих принципу суперпозиции в силу линейности уравнений (7.9). Вопрос остается только в том, реально ли поле $\vec{\Psi}$, подобно полям $\vec{E}$ и $\vec{H}$, или это просто формальный способ описания динамики полевого объекта? В рассматриваемом нами примере $\vec{\Psi}$ - это реальное поле, нормированное на единицу, которое сопровождает поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$, но не является в точности ими.

Ответ на вопрос о том, какова физическая природа квантового поля $\vec{\Psi}$, будет дан после того, как будет представлено решение второй проблемы Эйнштейна, требующая геометризации тензора энергии-импульса в правой части уравнения Эйнштейна (2.1) и уравнений электродинамики сильных полей (2.14).

8. Электродинамика сильных полей как решение второй проблемы Эйнштейна

Тензор энергии-импульса материи T_{ik} в уравнениях Эйнштейна (2.1) и в уравнениях электродинамики сильных полей (2.4) имеют не геометрическую природу и, фактически, выбираются руками. По этой причине уравнения (2.1) с отличной от нуля правой частью являются, по мнению Эйнштейна, временным выходом из положения и в будущем должны быть заменены уравнениями, в которых тензор энергии-импульса материи T_{ik} должен быть геометризирован. А. Эйнштейн особенно отмечал, что чисто геометрическое описание гравитационных полей дается вакуумными уравнениями Эйнштейна

$$R_{jm} = R^i{}_{jim} = 0 \qquad (8.1)$$

и только эти уравнения «представляют собой единственно рационально обоснованный случай теории поля, который может претендовать на строгость...[61]». А пока в уравнениях (2.1) правая и левая части никак не связаны между собой. Доказательство этого утверждения легко показать следующими рассуждениями. Запишем уравнения (2.1) в виде

$$a\left(R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R\right) = bT_{ik}, \qquad (8.2)$$

где константы $a \neq 0, b \neq 0$. Пусть теперь кривизна пространства R_{ik} в левой части уравнений (8.2) равна нулю, тогда, при условии, что $b \neq 0$ равенство (8.2) выполняется, только если $T_{ik} = 0$. Отсюда следует два вывода: 1) теория гравитации Эйнштейна с уравнениями (2.1) непротиворечива только вне источников, где $T_{ik} = 0$; 2) в случае не геометрической природы тензора T_{ik} правая и левая части уравнений (2.1) никак не связаны друг с другом.

Действительно, пусть в качестве тензора T_{ik} выступает тензор энергии-импульса электромагнитного поля

$$T_{ik} = \frac{1}{4\pi}\left(F_{in}F^n{}_k + \frac{1}{4}\delta_{ik}F_{nm}F^{nm}\right). \qquad (8.3)$$

Как известно, этот тензор отличен от нуля в плоском пространстве, когда $R^i{}_{jim} = 0$. В плоском пространстве левая часть уравнений (2.1) обращается в нуль, и мы имеем

$$0 = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ik} = \frac{2}{c^4}\left(F_{in}F^n{}_k + \frac{1}{4}\delta_{ik}F_{nm}F^{nm}\right),$$

что логически противоречиво и имеет место только в отсутствии электромагнитных полей. Вот что пишет А. Эйнштейн о возникшем противоречии:

«*Правая часть включает в себя то, что не может пока объединено в единой теории поля. Конечно, я не одной минуты не сомневался в том, что такая формулировка есть только временный выход из положения, предпринятой с целью дать общему принципу относительности какое-то замкнутое выражение. Эта формулировка была ведь по существу не более чем теорией поля тяготения, несколько искусственно оторванной от единого поля пока еще неизвестной природы*» [62].

Здесь я не могу не отметить невероятную интуицию А. Эйнштейна, в которых он связывает поле «*пока еще неизвестной природы*» с квантовой теорией:

«*Еще одно последнее замечание: мои усилия пополнить общую теорию относительности путем обобщения уравнений гравитации были предприняты отчасти в связи с предположением о том, что, по-видимому, разумная общая релятивистская теория поля, возможно, могла бы дать ключ к более совершенной квантовой теории* [63].»

Указанные выше недостатки теории гравитации Эйнштейна решает теория гравитации, в которой традиционная относительность, принятая в общей теории относительности (ОТО), дополняется вращательной относительностью [64-66,43]. Для этого используется пространство абсолютного параллелизма $A_4(6)$, которое базируется на 10ти мерном координатном многообразии четырех голономных трансляционных координат $x^i = x^i(x,y,z,ct)$ и шести неголономных вращательных координат $\varphi_1,\varphi_2,\varphi_3,\theta_1,\theta_2,\theta_3$. В каждой точке $x^i(x,y,z,ct)$ задана неголономная тетрада $e^a{}_i$, $i,j,k \ldots = 0,1,2,3$, $a,b,c \ldots = 0,1,2,3$ (ориентируемая точка [67]). Пространство $A_4(6)$ обладает двумя метриками: трансляционной римановой метрикой

$$ds^2 = ds^a ds_a = e^i{}_a e^a{}_i dx_i dx^i = \eta_{ab} e^a{}_j e^b{}_k dx^j dx^k = g_{jk} dx^j dx^k, \qquad (8.4)$$

$$\eta_{ab} = \eta^{ab} = diag(1-1-1-1),$$

характеризующей трансляционную относительность, и вращательной метрикой [43]

$$d\tau^2 = d\chi^a{}_b d\chi^b{}_a = T^a{}_{bk} T^b{}_{an} dx^k dx^n, \qquad (8.5)$$

где

$$T^i{}_{jk} = -\Omega^{\cdot\cdot i}{}_{jk} + g^{im}\left(g_{js}\Omega^{\cdot\cdot s}{}_{mk} + g_{ks}\Omega^{\cdot\cdot s}{}_{mj}\right) \qquad (8.6)$$

- коэффициенты вращения Риччи, характеризующие вращательную относительность,

$$\Omega^{\cdot\cdot i}{}_{jk} = -T^i{}_{[jk]} = -\frac{1}{2} e^i{}_a \left(\nabla_k e^a{}_j - \nabla_j e^a{}_k\right) = e^i{}_a \nabla_{[j} e^a{}_{k]} \qquad (8.7)$$

- объект неголономности [68] или кручение пространства $A_4(6)$.

В метрике (8.5) $d\chi_{ab} = -d\chi_{ba}$ - тензор бесконечно малого поворота, заданный на многообразии неголономных угловых координат $\varphi_1,\varphi_2,\varphi_3,\theta_1,\theta_2,\theta_3$, а *величина* $T^i{}_{jk}$ *интерпретируется как поле инерции* [66]. Если разделить бесконечно малый поворот $d\chi^i{}_j$ на ds, то мы получим скорость вращения ориентируемой материальной точки

$$\Omega^i{}_j = \frac{d\chi^i{}_j}{ds} = T^i{}_{jk}\frac{dx^k}{ds} = \frac{De^i{}_a}{ds} e^a{}_j . \qquad (8.8)$$

Формула (8.8) связывает угловую скорость Ω_{ij} с объектом неголономности $\Omega^{\cdot\cdot i}{}_{jk}$, (кручением пространства $A_4(6)$), подтверждая гипотезу Эли Картана - «вращение материи порождает кручение пространства» [69].

В силу неголономной связи между дифференциалами координат базы dx^k и дифференциалами координат слоя $d\chi^a{}_b$ (см. ф-лу (2.2)), группу Пуанкаре пространства $\mathrm{A}_4(6)$ образует полупрямое произведение группы трансляций $T(4)$ на группу вращений $O(3.1)$. Структурные уравнения Картана пространства $\mathrm{A}_4(6)$ в координатных индексах $i,j,k\ldots = 0,1,2,3,$ имеют вид [43]

$$\nabla_{[k}e^a_{j]} + T^i_{[k\ j]}e^a_i = 0, \tag{8.9}$$

$$R^i{}_{jkm} + 2\nabla_{[k}T^i{}_{|j|m]} + 2T^i{}_{s[k}T^s{}_{|j|m]} = 0, \tag{8.10}$$

$$i,j,k\ldots = 0,1,2,3, \qquad a,b,c\ldots = 0,1,2,3.$$

Уравнения (8.9) представляют собой определение кручения (8.7) пространства $A_4(6)$, а уравнения (8.10) определяют тензор кривизны пространства $A_4(6)$

$$S^i{}_{jkm} = R^i{}_{jkm} + 2\nabla_{[k}T^i{}_{|j|m]} + 2T^i{}_{s[k}T^s{}_{|j|m]} = R^i{}_{jkm} + P^i{}_{jkm} = 0. \tag{8.11}$$

Используем разложение тензора Римана R_{ijkm} на неприводимые части [43]

$$R_{ijkm} = C_{ijkm} + g_{i[k}R_{m]j} + g_{j[k}R_{m]i} + Rg_{i[m}g_{k]j}/3. \tag{8.12}$$

Подставляя это соотношение в уравнения (8.10) представим уравнения (8.10), (8.11) в виде расширенной полностью геометризированной системы уравнений Эйнштейна-Янга-Миллса [43]

$$\nabla_{[k}e^a_{j]} + T^i_{[k\ j]}e^a_i = 0, \tag{A}$$

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \nu T_{ik}, \tag{$B.1$}$$

$$C^i_{jkm} + 2\nabla_{[k}T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k}T^s_{|j|m]} = -\nu J^i_{jkm}, \tag{$B.2$}$$

в которых тензор энергии-импульса T_{ik} и тензор тока J^i_{jkm} определяются соотношениями

$$T_{jm} = -\frac{2}{\nu}\left\{\left(\nabla_{[i}T^i_{|j|m]} + T^i_{s[i}T^s_{|j|m]}\right) - \frac{1}{2}g_{jm}g^{pn}\left(\nabla_{[i}T^i_{|p|n]} + T^i_{s[i}T^s_{|p|n]}\right)\right\}, \tag{8.13}$$

$$J_{ijkm} = 2g_{[k(i}T_{j)m]} - \frac{1}{3}Tg_{i[m}g_{k]j}. \tag{8.14}$$

Используя (8.13) находим плотность материи как функцию поля инерции $T^i{}_{jk}$ в виде

$$\rho = \frac{T}{c^2} = \frac{g^{jm}T_{jm}}{c^2} = \frac{2g^{jm}}{\nu c^2}\left\{\nabla_{[i}T^i_{|j|m]} + T^i_{s[i}T^s_{|j|m]}\right\}. \tag{8.15}$$

Покажем пример решения уравнений *(A), (B.1), (B.2*) с полностью геометризированным тензор энергии-импульса (8.13) в уравнениях *(B.1).* В обозначениях формализма Ньюмена-Пенроуза, это решение, обобщающее решение Вайдя [70], имеет следующий вид [43]

Используются трансляционные координаты: $x^0 = u,\ x^1 = r,\ x^2 = \theta,\ x^3 = \varphi$.

1. Для компонент обобщенных матриц Паули:
$\sigma^i{}_{0\dot{0}} = (0,1,0,0),\ \sigma^i{}_{1\dot{1}} = (1,U,0,0), \quad \sigma^i{}_{0\dot{1}} = \rho(0,0,P,iP),\ \sigma^i{}_{1\dot{0}} = \bar{\sigma}^i{}_{0\dot{1}},$
$\sigma_i{}^{0\dot{0}} = (1,0,0,0), \quad \sigma_i{}^{1\dot{1}} = (-U,1,0,0), \quad \sigma_i{}^{0\dot{1}} = -\frac{1}{2\rho P}(0,0,1,i), \quad \sigma_i{}^{1\dot{0}} = \bar{\sigma}_i{}^{0\dot{1}},$ (8.16)

где

$U(u) = -\varepsilon^0 + 2\Psi^0(u)/r, \quad P = (2)^{-1/2}(1 + \zeta\bar{\zeta}/4), \quad \zeta = x^2 + ix^3,$
$\varepsilon^0 = \pm 1/2, \quad \varepsilon^0 = 0, \quad \Psi_2 = \Psi^0(u) \neq const$ – переменная функция источника .

2. Для спинорных компонент коэффициентов вращения Риччи (поля инерции):

$$\rho = -1/r, \quad \alpha = -\bar{\beta} = \alpha^0/r, \quad \gamma = \rho^2\Psi^0(u)/2,$$
$$\mu = -1/2r + \Psi^0(u)/r^2, \quad \alpha^0 = \zeta/4. \tag{8.17}$$

4. Для спинорных компонент тензора Римана:

$$\Psi_2 = -\Psi^0(u)/r^3 \neq const,\ \Phi_{22} = -\dot{\Psi}^0(u)/r^2 = -\frac{\partial\Psi^0}{\partial u}\frac{1}{r^2}. \tag{8.18}$$

Трансляционная метрика этого решения имеет вид

$$ds^2 = \left(1 - \tfrac{2\Psi^0(t)}{r}\right)c^2dt^2 - \left(1 - \tfrac{2\Psi^0(t)}{r}\right)^{-1}dr - r^2(d\theta^2 + sin^2\,\theta\,d\varphi^2). \tag{8.19}$$

Используя решение (8.16) - (8.19), находим явный вид тензора энергии-импульса (8.13)

$$T_{ik} = -\frac{1}{\nu}\left[\dot{\Psi}^0 r^2(\rho\bar{\rho})^2\right]l_i l_k, \qquad l_k l^k = 0. \tag{8.20}$$

Из определения $T_{ik} = \rho c^2 l_i l_k$, находим плотность материи

$$\rho = -2\dot{\Psi}^0(u)/\nu c^2 r^2, \qquad \dot{\Psi}^0(u) < 0,\ \dot{\Psi}^0 = \Psi^0/\,\partial u\ . \tag{8.21}$$

Для соответствия полностью геометризированных уравнений *(B.1)* уравнениями Эйнштейна (2.1) и уравнениям электродинамики сильных полей (2.14), рассмотрим предел $\Psi^0(u) \to \Psi^0 = \text{const}$. Сравнивая метрики (8.19) и (5.7) , мы видим, что решение (8.16)-(8.19) должно описывать переменные массы и переменные заряды. Ведем параметр ς размерности длинны

$$\varsigma = \frac{\pi r^2}{2\Psi^0}\left|\dot{\Psi}^0(u)\right| \tag{8.22}$$

и представим плотность (8.21) через этот параметр в виде

$$\rho = \frac{8\pi\Psi^0}{\nu c^2}\frac{1}{2\pi r^2}\frac{\varsigma}{r^2} = \frac{8\pi\Psi^0}{\nu c^2}\frac{1}{2\pi r^2}\frac{\varsigma}{(r^2+\varsigma^2)}\left(1 + \frac{\varsigma^2}{r^2}\right). \tag{8.23}$$

Из (8.13) видно, что при $\Psi^0(u) \to \Psi^0 = \text{const}$ величина $\varsigma \to 0$. Используя известную формулу

$$\frac{1}{2\pi r^2}\frac{1}{\pi}\lim_{\varsigma\to 0}\frac{\varsigma}{(r^2+\varsigma^2)} = \frac{1}{2\pi r^2}\delta(r) = \delta(\vec{r}),$$

где $\delta(\vec{r})$ – трехмерная функция Дирака, запишем (2. 23) при $\nu > 0$ как

$$\rho = \lim_{\Psi^0(u)\to\Psi^0} \frac{2\left|\dot{\Psi}^0(u)\right|}{\nu c^2 r^2} = \frac{8\pi\Psi^0}{\nu c^2}\frac{1}{2\pi r^2}\lim_{\varsigma\to 0}\frac{\varsigma}{(r^2+\varsigma^2)} =$$

$$= \frac{8\pi\Psi^0}{\nu c^2}\frac{1}{2\pi r^2}\delta(r) = \frac{8\pi\Psi^0}{\nu c^2}\delta(\vec{r}). \qquad (8.24)$$

В это соотношение входят две неопределенные константы: константа интегрирования Ψ^0 и множитель ν . Для определения их значений мы имеем следующие результаты:

1. При условии $\Psi^0(u) \to \Psi^0 = \text{const}$ метрика (8.19) совпадает с метрикой (5.14), тогда

$$\Psi^0 = r_g/2 + r_e/2 = const, \qquad (8.25)$$

где r_g – гравитационный радиус и r_e – электроммагнитный радиус.

2. При $r_e = 0$, из соотношения для плотности материи (8.24) для точечного источника следует равенство

$$M = \frac{8\pi\Psi^0}{\nu c^2}. \qquad (8.26)$$

Поскольку 2 $\Psi^0 = r_g$, то находим из (2.26) значение множителя

$$\nu = \frac{8\pi G}{c^4} \qquad (8.27)$$

и уравнения *(B.1)* принимают вид уравнений Эйнштейна с точечным источником

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4}M\, c^2\delta(\vec{r})l_i l_k, \qquad l_k l^k = 0. \qquad (8.28)$$

Если же в (2.25) $r_g = 0$, то, действуя подобным образом, мы получаем

$$\nu = \frac{8\pi k}{c^4}\ , \quad k = \frac{e}{m}\ , \qquad (8.29)$$

при этом из *(B.1)* следуют уравнения электродинамики сильных полей (2.14) в виде

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \frac{8\pi k}{c^4}T_{ik} = \frac{8\pi k}{c^4}Ze\, c^2\delta(\vec{r})l_i l_k, \qquad l_k l^k = 0. \qquad (8.30)$$

9. Поле инерции в инерциальной системе отсчета

В теории гравитационных и электромагнитных полей при отсутствии этих полей гравитационные и электромагнитные силы обращаются в нуль. Для поля инерции ${T^i}_{jk}$ это правило не работает. Действительно, уравнение параллельного переноса неголономной тетрады ${e^i}_a$ относительно связности пространства абсолютного параллелизма $A_4(6)$ $\Delta^i{}_{jk} = {\Gamma^i}_{jk} + {T^i}_{jk} = {e^i}_a {e^a}_{j,k}$ имеет вид [43]

$$\frac{d{e^i}_a}{ds} + {\Gamma^i}_{jk}{e^j}_a\frac{dx^k}{ds} + {T^i}_{jk}{e^j}_a\frac{dx^k}{ds} = 0, \quad i,j,k\ldots = 0,1,2,3, \quad a,b,c\ldots = 0,1,2,3. \qquad (9.1)$$

Выбирая вектор ${e^0}_i = u_i = dx_i/ds$ касательным к траектории движения, получаем из (9.1) поступательное уравнение движения начала *O* тетрады ${e^i}_a$

$$\frac{de^i{}_0}{ds} + \Gamma^i{}_{jk} e^j{}_0 \frac{dx^k}{ds} + T^i{}_{jk} e^j{}_0 \frac{dx^k}{ds} = 0. \qquad (9.2)$$

После умножения (9.2) на массу m , получим уравнение движения массы m в ускоренной системе отсчета

$$m\frac{d^2x^i}{ds^2} + m\Gamma^i{}_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} + mT^i{}_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} = 0, \quad i,j,k \ldots = 0,1,2,3. \qquad (9.3)$$

В случае, когда (9.3) описывает движение в гравитационном поле, то $m\Gamma^i{}_{jk}dx^j/\,ds\,dx^k/ds$ - гравитационная сила, а дополнительная сила $mT^i{}_{jk}dx^j/\,ds\,dx^k/ds$ – сила инерции. В квазиинерциальной системе отсчета силы инерции равны нулю

$$mT^i{}_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} = 0. \qquad (9.4)$$

Учитывая (8.6) находим решение уравнения (9.4) в виде

$$T_{ijk} = -T_{jik} = T_{jki} = -\Omega_{ijk}\ , \qquad (9.5)$$

Т.е. поле *инерции* $T^i{}_{jk}$ *в инерциальной системе отсчета отлично от нуля* и антисимметрично по всем трем индексам [43]

$$T_{ijk} = -T_{jik} = T_{jki} = -\Omega_{ijk}\ , \qquad (9.6)$$

Используя (8.15) и (9.6), находим плотность ρ в инерциальной системе отсчета

$$\rho = -\frac{1}{\nu c^2}\Omega^{\cdot\cdot i}{}_{sm}\Omega^{\cdot\cdot s}{}_{ji} = -\frac{1}{\nu c^2}T^{ji}{}_s T_{ji}{}^s. \qquad (9.7)$$

Для полностью антисимметричного поля кручения (9.5), имеем псевдовектор

$$\widehat{\Omega}_j = \frac{1}{2}\varepsilon_{jins}\Omega^{ins}\ , \qquad (9.8)$$

через который тензор энергии-импульса (8.13) запишется как

$$T_{jm} = \frac{1}{2\nu}\left\{\widehat{\Omega}_j\widehat{\Omega}_m - \frac{1}{2}g_{jm}\,\widehat{\Omega}^i\widehat{\Omega}_i\right\}\ . \qquad (9.9)$$

Представляя $\widehat{\Omega}_m = \Psi_{,m}$, где Ψ – псевдоскаляр, запишем тензор материи (8.19) в виде

$$T_{jm} = \frac{1}{2\nu}\left\{\Psi_{,j}\Psi_{,m} - \frac{1}{2}g_{jm}\Psi_{,n}\Psi^{,n}\right\}. \qquad (9.10)$$

В квантовой теории поля этот тензор рассматривается как тензор энергии-импульса псевдоскалярного поля. В нашем случае псевдовектор (9.8) определяется как *поле инерции*, а псевдоскаляр Ψ как потенциал *поля инерции* в инерциальной системе отсчета.

В случае, когда псевдовектор $\widehat{\Omega}_m$ светоподобен, то его можно представить, как

$$\widehat{\Omega}_m = \Phi l_m, \quad l_m l^m = 0, \quad \Phi = \Phi\left(x^i\right)$$

и записать тензор энергии-импульса (9.10) в виде

$$T_{jm} = \frac{1}{\nu}\Phi^2\left(x^i\right)l_j l_m\,. \qquad (9.11)$$

Отсюда получаем плотность материи в инерциальной системе отсчета

$$\rho = \frac{1}{\nu c^2}\Phi^2\left(x^i\right). \tag{9.12}$$

10. Уравнение Шредингера для описания динамики поля инерции в инерциальной системе отсчета

Результаты, полученные в разделах 8 и 9, дают двоякое описание плотности материи. Оказалось, что, с одной стороны, чисто полевое сферически симметричное образование решения (8.16) - (8.19) в предельном случае $\Psi^0(u) \to \Psi^0 = \text{const}$ приводит к точечному распределению плотности ρ источника (8.24). С другой стороны, в инерциальной системе отсчета, плотность ρ источника (9.12) выражается через квадрат поля инерции $T^i{}_{jk}$. Это одновременное двоякое описание плотности ρ источника аналогичен дуализму волна-частица в квантовой теории.

Введем комплексное поле инерции ψ , подобно тому, как мы это сделали для свободных электромагнитных полей (7.4)

$$\psi(x^m) = \sqrt{\frac{1}{\nu c^2}}\phi(x^m)\, exp\{-i(k_n x^n)\}\,, \quad \psi^*(x^m) = \sqrt{\frac{1}{\nu c^2}}\phi(x^m)\, exp\{i(k_n x^n)\}\,, \tag{10.1}$$

Если поля (10.1) образуют плотность ρ_g источника гравитационного поля, то, используя (8.15) - (8.18) запишем (10.1) как

$$\psi_g(x^m) = \sqrt{\frac{c^2}{8\pi G}}\phi(x^m)\, exp\{-i(k_n x^n)\}\,, \quad \psi_g^*(x^m) = \sqrt{\frac{c^2}{8\pi G}}\phi(x^m)\, exp\{i(k_n x^n)\} \tag{10.2}$$

и запишем дуализм волна-частица в виде

$$\rho_g = M\delta(\vec{r}) \approx \psi_g^*\,\psi_g\,. \tag{10.3}$$

В общем случае, M (заряд Ze, спин s …) источника, с учетом (8.15), определяются по формуле

$$m\left(T^i_{jm}\right) = \frac{2}{\nu c^2}\int (-g)^{1/2}\rho\, dV =$$

$$\frac{2}{\nu c^2}\int (-g)^{1/2}\left\{g^{jm}\left(\nabla_{[i}T^i_{|j|m]} + T^i_{s[i}T^s_{|j|m]}\right)\right\} dV. \tag{10.4}$$

В слабых полях и в инерциальной системе отсчета, имеем

$$M\left(\psi_g\right) = \int \psi_g^*\,\psi_g\, dV\,. \tag{10.5}$$

Разделив (10.5) слева и справа на $M\left(\psi_g\right)$, получим

$$\int \Psi^*_{Wg}\,\Psi_{Wg}\, dV = 1, \tag{10.6}$$

где поле

$$\Psi_{Wg}(x^m) = \left(4\pi r_g\right)^{-1}\phi(x^m)\, exp\{-i(k_n x^n)\}\,, \tag{10.7a}$$

$$\Psi^*_{Wg}(x^m) = \left(4\pi r_g\right)^{-1}\phi(x^m)\, exp\{i(k_n x^n)\} \tag{10.7b}$$

нормировано, согласно (10.6), на единицу. Через это поле плотность массы (10.3) запишется как

$$M\rho_g = M\delta(\vec{r}) \approx M\Psi^*_{Wg}\,\Psi_{Wg}\,. \tag{10.8}$$

Используя экспериментально наблюдаемые соотношения Планка-Эйнштейна $E = \hbar\omega$, $\vec{p} = \hbar\vec{k}$, произведем в (10.7) замену в экспоненте

$$exp\left\{-\frac{i}{\hbar}(p_n x^n)\right\} = exp\{-i(k_n x^n)\}, \quad E = \hbar\omega, \ \vec{p} = \hbar\vec{k}\,, \tag{10.9}$$

тогда поле Ψ_{Wg} будет представлять собой волну де Бройля (или набор волн де Бройля)

$$\Psi_{Wg} = \left(4\pi r_g\right)^{-1}\phi(x^m)\,exp\{-i(p_n x^n)\}\,, \tag{10.10}$$

а модуль квадрата этого поля $\left|\rho_g\right| = \left|\Psi^2_{Wg}\right|$ можно интерпретировать как плотность вероятности, с помощью которой вычисляются в квантовой теории наблюдаемые в эксперименте физические характеристики массы M – координата, импульс и т.д.

Надо отметить, что соотношение Планка $E = \hbar\omega$ было получено в электродинамике, а соотношения Планка-Эйнштейна $E = \hbar\omega$, $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ были использованы Л. Де Бройлем при введении в основу квантовой электродинамики волны де Бройля. В этом смысле, поле (10.10) представляет собой обобщение волны де Бройля на случай гравитационного взаимодействия, поскольку амплитуда волны (10.10) содержит гравитационный радиус r_g. Чтобы получить волну де Бройля для электромагнитного взаимодействия, на надо предположить, что в метрике (8.19) $r_g/2 \ll |r_e/2|$. В электродинамике это неравенство почти всегда выполняется, поскольку в ней гравитационные взаимодействия пренебрежимо малы. Проделывая выкладки, которые мы провели в случае чисто гравитационных взаимодействий, мы получим волну де Бройля (или набор волн де Бройля) вида

$$\Psi_{We} = (4\pi r_e)^{-1}\phi(x^m)\,exp\{-i(p_n x^n)\}\,, \tag{10.11}$$

где $r_e = 2Ze^2/mc^2$ - электромагнитный радиус решения уравнений *(A), (B.1), (B.2*).

Уравнения движения плотности материи (8.15) можно получить как следствие уравнений поля *(B.1)*. Действительно, в геометрии $A_4(6)$ тензор Римана $R^i{}_{jkm}$ удовлетворяет следующим тождествам [3]

$$S^i{}_{jkm} = R^i{}_{jkm} + 2\nabla_{[k}T^i{}_{|j|m]} + 2T^i{}_{s[k}T^s{}_{|j|m]} = R^i{}_{jkm} + P^i{}_{jkm} = 0, \tag{I}$$

$$R^{\cdots i}{}_{[jkm]} = 2\nabla^*{}_{[j}\Omega^{\cdot\cdot i}{}_{km]} + 4\Omega^{\cdot\cdot n}{}_{[jk}\Omega^{\cdot\cdot i}{}_{m]n} = 0, \tag{II}$$

$$\nabla_{[p}R^i{}_{jk]m} = 0, \qquad \nabla^*{}_{[p}P^i{}_{jk]m} = 0. \tag{III}$$

Здесь ковариантная производная ∇_k берется относительно символов Кристоффеля $\Gamma^i{}_{jk}$, а $\nabla^*{}_p$ относительно связности абсолютного параллелизма $\Delta^i{}_{jk} = \Gamma^i{}_{jk} + T^i{}_{jk}$. Из соотношения (I) следует $R^i{}_{jkm} = -P^i{}_{jkm}$, что позволяют написать второе из тождеств Бианки (III) как $\nabla^*{}_{[p}R^i{}_{jk]m} = 0$ и получить закон сохранения тензора энергии-импульса материи T^{ik} в виде

$$\nabla^*{}_i\left(R^{ik} - \frac{1}{2}g^{ik}R\right) = \nu\nabla^*{}_i T^{ik} = 0, \tag{10.12}$$

или

$$\nabla^*{}_i T^{ik} = 0.$$

Подставляя сюда тензор энергии-импульса $T^{ik} = \rho c^2 l^i l^k,\ \ l^k l_k = 0$, получаем

$$\nabla^*{}_i T^{ik} = \nabla^*{}_i \left(\rho c^2 l^i l^k\right) = 0$$

Поскольку в геометрии $\mathrm{A}_4(6)$ имеем $\nabla^*{}_i g^{ik} = 0$ [43] и в силу требования условия несжимаемости $\nabla^*{}_i \rho = 0$ для «идеальной жидкости», то уравнения $\nabla^*{}_i T^{ik} = 0$ распадаются на:

1) геометризированное уравнение непрерывности

$$\nabla^*{}_i \left(\rho l^i\right) = \partial_i \left(\rho l^i\right) + \rho l^n \Gamma^j{}_{nj} + \rho l^n T^j{}_{nj} = 0\,; \qquad (10.13)$$

2) геометризированные уравнения, подобные гидродинамическим уравнениям Эйлера

$$\rho \frac{D^* l^k}{d\lambda} = \rho \frac{d l^k}{d\lambda} + \rho \Gamma^k{}_{mn} l^m l^n + \rho T^k{}_{mn} l^m l^n = 0\,; \qquad (10.14)$$

3) геометризированное уравнение для несжимаемой «идеальной жид кости»

$$\nabla^*{}_i \rho = \partial_i \rho = 0. \qquad (10.15)$$

В инерциальной системе отсчета и слабых полях, будем использовать упрощения, которые позволяют представить уравнение непрерывности (10.13) в виде

$$\frac{\partial\, \rho}{\partial t} + div\, \vec{j} = 0, \qquad \vec{j} = \ \rho \vec{v} = \psi^* \psi \vec{v}, \qquad \vec{v} = \vec{p}/m\,, \qquad \vec{p} = -i\,\hbar \nabla \qquad (10.16)$$

где переобозначено

$$\rho \to \rho_e = \delta(\vec{r}) \approx \ \psi^* \psi \quad \to \delta(\vec{r}) \approx \ \Psi^*_{We}\, \Psi_{We} \qquad (10.17)$$

и $\psi -$ нормированное на единицу поле инерции (10.11). Используя (1016) и (10.17), запишем вектор тока $\vec{j}$ виде как

$$\vec{j} = \ i \frac{\hbar}{2m} \psi^* \psi \left(\frac{1}{\psi^*} \vec{\nabla}\, \psi^* - \frac{1}{\psi} \vec{\nabla}\, \psi\right) = -\frac{i\hbar}{2m} \left(\psi^* \vec{\nabla}\, \psi - \psi \vec{\nabla}\, \psi^*\right). \qquad (10.18)$$

Расписывая уравнение неразрывности, с учетом (10.18) и $\rho = \delta(\vec{r}) = \psi^* \psi$, получим

$$\psi \frac{\partial\, (\psi^*)}{\partial t} + \psi^* \frac{\partial\, (\psi)}{\partial t} - \frac{i\hbar}{2m}\, div\, \left(\psi^* \vec{\nabla}\, \psi - \psi \vec{\nabla}\, \psi^*\right) = 0$$

или, после деления на $\psi^* \psi$ и умножения на $i\hbar$, находим

$$i\hbar \left(\frac{1}{\psi^*} \frac{\partial \psi^*}{\partial t} + \frac{1}{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial t}\right) + \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{1}{\psi} \nabla^2\, \psi - \frac{1}{\psi^*} \nabla^2\, \psi^*\right) = 0$$

откуда

$$i\hbar \frac{1}{\psi} \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{i\hbar}{2m} \nabla^2\, \psi\right) = i\hbar \frac{1}{\psi^*} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial t} + \frac{i\hbar}{2m} \nabla^2\, \psi^*\right) = \phi(t) = \phi * (t).$$

Это нелинейное уравнение распадается на два линейных уравнения следующего вида [71]

$$i\hbar\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}-\frac{i\hbar}{2m}\nabla^2\,\psi\right)=\phi(t)\psi\,, \tag{10.19}$$

$$i\hbar\left(\frac{\partial\psi^*}{\partial t}+\frac{i\hbar}{2m}\nabla^2\,\psi^*\right)=\,\phi^*(t)\psi^*\,. \tag{10.20}$$

С помощью подстановок

$$\Psi(\overrightarrow{x},t)=\psi(\overrightarrow{x},t)exp\left(\frac{i}{\hbar}\int_0^t\phi(t')\,dt'\right),$$

$$\Psi^*(\overrightarrow{x},t)=\psi^*(\overrightarrow{x},t)exp\left(\frac{i}{\hbar}\int_0^t\phi^*(t')\,dt'\right),$$

отличающихся от ψ и ψ^* лишь фазовыми множителями, уравнения (10.19) и (10.20) сводятся к уравнениям Шредингера для свободной частицы. Таким образом, нелинейное относительно ψ и ψ^* уравнение непрерывности (10.16) распадается на два линейных относительно ψ и ψ^* уравнений Шредингера, а сами уравнения Шредингера есть следствие волны де Бройля (10.11), которая представляет собой нормированное на единицу поле инерции – торсионное поле.

Уравнение Шредингера (10.19), в котором волновая функция (10.11) образовано полем инерции, принципиально отличается от волновой функции ортодоксальной квантовой теории хотя бы потому, что она имеет разный вид для заряженных и нейтральных частиц. Это следует из соотношений (10.11) и (10.10).

11. Стабилизирующая роль сил инерции в образовании траекторий либрации

В классической механике силы инерции появляются в нерелятивистском уравнении движения массы m в ускоренной системе отсчета [72]

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}+m\overrightarrow{W}+m\left[\vec{\omega}[\vec{\omega}\,\vec{r}\,']\right]+2m\,[\vec{\omega}\,\vec{v}\,']+m\left[\frac{d\vec{\omega}}{dt}\,\vec{r}\,'\right]\,=-\frac{\partial U}{\partial\vec{r}}\,, \tag{11.1}$$

в котором слева стоят силы инерции, а справа внешняя сила, созданная потенциальной энергией U. Это уравнение, было использовано Л. Эйлером и Ж. Лагранжем для определения *точек либрации* в ограниченной задаче 3х тел. Действительно, если масса m движется в гравитационном поле двух планет с массой M_1 и M_2 $(M_1 \gg M_2)$, то уравнение (11.1) имеет вид

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}=-\frac{\partial U_1}{\partial\vec{r}}-\frac{\partial U_2}{\partial\vec{r}}-m\left[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}]\right]=m\vec{g}_1+m\vec{g}_2-m\left[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}]\right]=0\ , \tag{11.2}$$

В котором потенциальные энергии $U_1=-M_1\,G/r_1$ и $U_2=-M_2\,G/r_2$ образуют гравитационные силы $m\vec{g}_1+m\vec{g}_2$ в ускоренной системе отсчета, связанной с массой m. Сумму этих сил компенсирует центробежная сила инерции $m\left[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}]\right]$. Найденные решения уравнения (11.2) определяют 5 точек либрации, причем в таких гравитационных системах как Земля-Луна точки либрации имеют практическое значение в качестве перевалочных баз для межпланетных перелётов.

В настоящее время необходимо говорить не только о точках либрации, но и о *траекториях либрации.* По определению, *траектория движения массы* m *является траекторией либрации, если в каждой её точке внешняя сила скомпенсирована силой инерции.*

Примером траекторий либрации при движении в гравитационном поле являются свободное падения массы m в свободно падающем лифте Эйнштейна и движение массы m внутри Спутника, движущегося по стационарной орбите вокруг Земли. Действительно, в свободно падающем лифте Эйнштейна на массу m действует гравитационная сила $m\vec{g}$ и сила инерции $-m\overrightarrow{W}$, локально компенсирующие друг друга, при этом локально уравнение (11.1) имеет вид

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial \vec{r}} - m\overrightarrow{W} = m\vec{g} - m\overrightarrow{W} = 0, \quad \vec{g} = \overrightarrow{W}\,. \tag{11.3}$$

Это уравнение описывает состояние невесомости внутри свободно падающего лифта Эйнштейна. Если же масса m находится в спутнике в состоянии невесомости, который движется по стационарной орбите вокруг Земли, то уравнение (11.1) записывается как

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial \vec{r}} - m\left[\vec{\omega}[\vec{\omega}\,\vec{r}\,']\right] = m\vec{g} - m\left[\vec{\omega}[\vec{\omega}\,\vec{r}\,']\right] = 0, \tag{11.4}$$

где центробежная сила $-m\left[\vec{\omega}[\vec{\omega}\,\vec{r}\,']\right]$ локально компенсирует гравитационную силу $m\vec{g}$ в каждой точке траектории. Уравнения (11.3) и (11.4) представляют собой пример ускоренного движения массы m по инерции, выходящий за рамки первого закона механики Ньютона. Более того, уравнения (11.3) и (11.4) не следуют из уравнений движения (2.2) теории гравитации Эйнштейна, поскольку уравнения (2.2) не содержат в явном виде сил инерции.

Силы инерции в явном виде содержат уравнение движения (9.3) обобщенной теории гравитации. При $\Psi^0(t) \to \Psi^0 = const$, для слабых гравитационных, электромагнитных полей и полей инерции для метрики (8.19) выполняются условия

$$\frac{2\Psi^0}{r} \ll 1,\ g_{ik} \approx \eta_{ik} = diag(1-1-1-1), \qquad ds \approx ds_0 = cdt\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}, \tag{11.5}$$

$$R^i{}_{jkm} \approx 0,\ \ e^{(0)}{}_0 \approx \left(1-\frac{\Psi^0}{r}\right), e^{(1)}{}_1 = e^{(2)}{}_2 = e^{(3)}{}_3 = \left(1+\frac{\Psi^0}{r}\right), \qquad \frac{v^2}{c^2} \ll 1. \tag{11.6}$$

Представим уравнение (9.3) в виде

$$m\frac{d^2x^i}{ds^2} + m\Gamma^i{}_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} + m\Omega^i{}_j\frac{dx^j}{ds} = 0, \qquad i,j,k \ldots = 0,1,2,3, \tag{11.7}$$

где $\Omega^i{}_j$ угловая скорость (8.8). В нерелятивистском приближении скорость $\Omega_{ij} = -\Omega_{ji}$ (в правой системе отсчета) можно записать в виде матицы

$$\Omega_{ij} = -\Omega_{ji} = \frac{1}{c^2}\begin{pmatrix} 0 & -W_1 & -W_2 & -W_3 \\ W_1 & 0 & -c\omega_3 & c\omega_2 \\ W_2 & c\omega_3 & 0 & -c\omega_1 \\ W_3 & -c\omega_2 & c\omega_1 & 0 \end{pmatrix}, \tag{11.8}$$

где $\vec{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ - псевдовектор пространственного вращения (вращение в пространственных углах $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$), $\overrightarrow{W} = (W_1, W_2, W_3)$ - псевдовектор пространственно-временного вращения (вращение в пространственно-временных углах $\theta_1, \theta_2, \theta_3$) и c - скорость света. Пространственная часть уравнения (11.7) имеет вид

$$m\frac{d^2x^\alpha}{ds^2}+m\Gamma^\alpha{}_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds}+m\Omega^\alpha{}_j\frac{dx^j}{ds}=0,\ \ \alpha,\beta,\gamma\ldots=1,2,3,\ \ i,j,k\ldots=0,1,2,3. \quad (11.9)$$

Используя условия (11.5), (11.6), где $\Psi^0=r_g/2$, и расписывая 3D часть уравнений (11.9) с точностью до членов $v^2/c^2,$ находим уравнения движения массы m

$$m\frac{dv^\alpha}{dt}=-mc^2\Gamma^\alpha{}_{00}-2m\Gamma^\alpha{}_{\beta0}\frac{dx^\beta}{cdt}-mc^2\Omega^\alpha{}_0-2mc^2\Omega^\alpha{}_\beta\frac{dx^\beta}{cdt}, \quad (11.10)$$
$$\alpha,\beta,\gamma\ldots=1.2.3.$$

Учитывая соотношения (2.3), (2.5) и (2.7), находим

$$-mc^2\Gamma^\alpha{}_{00}=mE^\alpha{}_g=\ mg^\alpha=\frac{mMGx^\alpha}{r^3}\ ,\ -2m\Gamma^\alpha{}_{\beta0}\frac{dx^\beta}{cdt}=\ mH^\alpha{}_g\ \frac{dx^\beta}{cdt}\ .$$

Записывая (11.10) в векторном виде, получим

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}=m\vec{E}_g+\frac{m}{c}\left[\vec{v}\vec{H}_g\right]-m\overrightarrow{W}-2m[\vec{\omega}\vec{v}]. \quad (11.11)$$

При малых скоростях движения массы m «магнитной» силой $\frac{m}{c}\left[\vec{v}\vec{H}_g\right]$ в свободно падающем лифте Эйнштейна можно пренебречь, а сила Кориолиса $-2m[\vec{\omega}\vec{v}]=0$ и мы получим из (11.11) уравнение (11.3)

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}=m\vec{g}-m\overrightarrow{W}\ =0, \quad (11.12)$$

описывающее траекторию либрации. Если же масса m покоится относительно стен спутника, который движется по стационарной орбите вокруг Земли (по траектории либрации), то сила инерции $-m\overrightarrow{W}$ равна нулю и уравнение (11.11) принимает вид

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}=m\vec{g}-m\left[\vec{\omega}\left[\vec{\omega}\vec{R}\right]\right]=0, \quad (11.13)$$

где $\vec{\omega}$ – орбитальная угловая скорость, $\vec{R}$ - радиус орбиты. При движении по траектории либрации полная энергия частицы m сохраняется благодаря стабилизирующему действию сил инерции не только при движении в гравитационном поле в соответствии с уравнениями (11.13) и)11.13), *но и при движении заряда e в центральном поле Z*. Действительно, в электродинамике сильных полей, вместо уравнения (11.9) мы имеем

$$\frac{d^2x^\alpha}{ds^2}-\frac{e}{mc^2}E^\alpha{}_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds}+\Omega^\alpha{}_j\frac{dx^j}{ds}=0,\quad \alpha,\beta,\gamma\ldots=1,2,3,\qquad i,j,k\ldots=0,1,2,3. \quad (11.14)$$

Используя условия (11.5), (11.6), где $\Psi^0=r_e/2$, и расписывая 3D часть уравнений (11.9) с точностью до членов $v^2/c^2,$ находим уравнения движения заряда e с учетом (11.8), (3.7),(3.8), (3.10 и (3.11), (1.6)

$$m\frac{dv^\alpha}{dt}=e\mathrm{E}^\alpha{}_{00}+2e\mathrm{E}^\alpha{}_{00}\frac{dx^\beta}{cdt}-m\Omega^\alpha{}_0-2m\Omega^\alpha{}_\beta\frac{dx^\beta}{cdt}, \quad (11.15)$$
$$\alpha,\beta,\gamma\ldots=1.2.3,$$

где

$$e\mathrm{E}\ _{\alpha,00}=\frac{Ze^2x^\alpha}{r^3}=\ eE^\alpha\ ,\ \ 2e\mathrm{E}\ _{\alpha,\beta0}\frac{dx^\beta}{cdt}=\frac{e}{c}\ F_{\alpha\beta}\frac{dx^\beta}{cdt}$$

Записывая (11.15) в векторном виде, находим

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c}\left[\vec{v}\vec{H}\right] - m\overrightarrow{W} - 2m[\vec{\omega}\vec{v}]. \qquad (11.16)$$

Если электрон внутри атома движется по траектории либрации, то мы имеем

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c}\left[\vec{v}\vec{H}\right] - m\overrightarrow{W} - 2m[\vec{\omega}\vec{v}] = 0.$$

Отсюда следуют два уравнения либрации в электродинамике вида

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} - m\overrightarrow{W} = 0, \qquad e\vec{E} = m\overrightarrow{W} \qquad (11.17)$$

и

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{e}{c}\left[\vec{v}\vec{H}\right] - 2m[\vec{\omega}\vec{v}] = 0, \qquad e\vec{E} = 2m[\vec{\omega}\vec{v}]. \qquad (11.18)$$

При движении по траекториям либрации уравнений (11.17) и (11.18) заряд e не излучает, хотя и движется ускоренно, а его полная энергия сохраняется. Этот вывод подтверждается в электродинамических экспериментах, в которых установлено существование стационарных траекторий при движении электронов в атоме водорода и других квантовых системах. Поэтому принцип Бора, утверждающий существование стационарных состояний в динамике квантовых систем, оказывается следствием Всеобщего принципа относительности, объединяющего трансляционную и вращательную относительность.

12. Электродинамика частиц, обладающих собственным вращением

В общем виде уравнения движения заряда e в электродинамике, сформулированной в рамках Всеобщего принципа относительности, записываются как

$$\frac{de^{i}{}_{A}}{ds} = \frac{e}{mc^2}E^{i}{}_{jk}e^{j}{}_{A}\frac{dx^k}{ds} - T^{i}{}_{jk}e^{j}{}_{A}\frac{dx^k}{ds}. \qquad (12.1)$$

Эти уравнения, при выборе вектора $e^{0}{}_{i} = u_i = dx_i/ds$ касательным к траектории движения, распадаются на поступательное уравнение движения заряда в ускоренной системе отсчета

$$m\frac{d^2x^i}{ds^2} - \frac{e}{mc^2}E^{i}{}_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} + m\Omega^{i}{}_{j}\frac{dx^j}{ds} = 0, \qquad i,j,k \ldots = 0,1,2,3, \qquad (12.2)$$

и уравнение

$$\frac{de^{i}{}_{A}}{ds} - \frac{e}{mc^2}E^{i}{}_{jk}e^{j}{}_{A}\frac{dx^k}{ds} + \Omega^{i}{}_{j}e^{j}{}_{A} = 0, \qquad (12.3)$$

$$i,j,k \ldots = 0,1,2,3, \qquad A,B,C \ldots = 1,2,3,$$

описывающее вращение заряда e . В нерелятивистском приближении слабых электромагнитных полей из (12.2), с учетом матрицы (11.8), следуют простые уравнения движения заряда в ускоренной системе отсчета вида (11.16)

Рассмотрим теперь уравнения (12.3), которые описывают пространственное вращение заряда В инерциальной системе отсчета второй член в правой части (12.3) обращается в нуль и мы имеем

$$\frac{de^{i}{}_{A}}{ds} = \frac{e}{mc^2} E^{i}{}_{jk} e^{j}{}_{A} \frac{dx^k}{ds}, \tag{12.4}$$

где $E^{i}{}_{jk}$ и g_{ik} определяются согласно (2.10) и (2.8) соответственно. Эти уравнения расписываются как

$$\frac{de^{0}{}_{A}}{ds} = \frac{e}{mc^2} E^{0}{}_{jk} e^{j}{}_{A} \ , \tag{12.5}$$

$$\frac{de^{\alpha}{}_{A}}{ds} = \frac{e}{mc^2} E^{\alpha}{}_{jk} e^{j}{}_{A} \frac{dx^k}{ds}, \tag{12.6}$$

$$i, j, k \ldots = 0,1,2,3, \quad \alpha, \beta, \gamma \ldots = 1,2,3, \quad A, B, C \ldots = 1,2,3.$$

Для пространственной части тетрады $e^{j}{}_{A}$ в правой части уравнения (12.6) имеем

$$\frac{de^{\alpha}{}_{A}}{ds} = \frac{e}{mc^2} E^{\alpha}{}_{\beta k} e^{\beta}{}_{A} \frac{dx^k}{ds} = \frac{e}{mc^2} E^{\alpha}{}_{\beta 0} e^{\beta}{}_{A} \frac{dx^0}{ds} + \frac{e}{mc^2} E^{\alpha}{}_{\beta \gamma} e^{\beta}{}_{A} \frac{dx^\gamma}{ds}. \tag{12.7}$$

Как было показано выше, в слабых полях и при нерелятивистских скоростях, в уравнениях (12.7) можно представить как

$$E_{\alpha,\beta 0} = -\frac{1}{2} c^2 \left(\frac{\partial a_{\alpha 0}}{\partial x^{\beta}} - \frac{\partial a_{\beta 0}}{\partial x^{\alpha}} \right) = \frac{1}{2} \left(A_{\beta,\alpha} - A_{\alpha,\beta} \right) = \frac{1}{2} F_{\alpha\beta}, ds \approx ds_0 = cdt, \frac{dx^0}{ds_0} \approx 1. \tag{12.8}$$

Пренебрегая последним членом в (12.7) и используя (12.8), имеем

$$\frac{de^{\alpha}{}_{A}}{dt} = \frac{e}{2mc} F^{\alpha\beta} e_{\beta A} \ , \tag{12.9}$$

$$\alpha, \beta, \gamma \ldots = 1,2,3, \quad A, B, C \ldots = 1,2,3,$$

где напряженность электромагнитного поля $F^{\alpha\beta}$ определяется из (1.6). Введем псевдовектор спина

$$s_{\alpha} = \hbar \, e_{\alpha}^{3} / 2 \ , \tag{12.10}$$

направленный вдоль оси z. Тогда, после умножения левой и правой части уравнения (12.10) на $\hbar/2$, движение спина заряда e будет описываться уравнением

$$\frac{ds^{\alpha}}{dt} = \frac{e}{2mc} F^{\alpha\beta} s_{\beta}, \qquad \alpha, \beta, \gamma \ldots = 1,2,3, \tag{12.11}$$

которые впервые выведены из уравнений (12.1) Марией Подаровской [73]. Записывая уравнения Подаровской в векторном виде, получим

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{e}{2mc} \left[\vec{s} \vec{H} \right] = [\vec{s} \vec{\omega}_L], \qquad \vec{\omega}_L = \frac{e}{2mc} \vec{H}, \tag{12.12}$$

где ω_L -частота Лармора. Эта формула описывает прецессию спина электрона под действием внешнего магнитного поля. Как известно, уравнение вида (12.12) впервые в электродинамике было введено «руками» Феликсом Блохом [74] по аналогии с прецессией гироскопа в однородном гравитационном поле. В нашем случае, уравнения (12.12) получены фундаментальным образом из вращательных уравнений движения (12.1), а не введены «руками» в теорию, как это было сделано Ф. Блохом. Кроме того, уравнение (12.12) имеет геометрическую природу и являются следствием принципа Всеобщей относительности,

лежащего в основе уравнений электродинамики (12.1). Заметим, что уравнения Подаровской (12.12) описывают прецессию орбитального спина.

Для того, чтобы определить собственную прецессию электрона, надо перейти в уравнениях (12.12) в систему отсчет, жестко связанную с вращающимся электроном. Проще всего для этого можно использовать «ковариантную» производную Эйлера. Действительно, при преобразовании уравнений (12.12) во вращающуюся с угловой частотой $\vec{\omega}$ систему отсчета используется своеобразная «ковариантная» производная по времени от произвольного вектора $\vec{A}$ в виде [72]

$$\frac{d}{dt}\vec{A} = \frac{d'}{dt}\vec{A} + \left[\vec{\omega}\vec{A}\right]. \tag{12.13}$$

Представим уравнение (12.12) как

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = -[\vec{\omega}_L\vec{s}]. \tag{12.14}$$

Используя формулу (12.13), находим

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{d'\vec{s}}{dt} + [\vec{\omega}_L\vec{s}],$$

Откуда, учитывая (12.14) следует

$$\frac{d'\vec{s}}{dt} = \frac{d\vec{s}}{dt} - [\vec{\omega}_L\vec{s}] = -2[\vec{\omega}_L\vec{s}]. \tag{12.15}$$

Отсюда видно, что уравнения (12.12) и (12.15), записанны в разных системах отсчета. Уравнения (12.12) и (12.15) в обычной теории объединяют, записывая их виде

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = g\frac{e}{2mc}\left[\vec{s}\vec{H}\right] = -g[\vec{\omega}_L\vec{s}], \qquad \vec{\omega}_L = \frac{e}{2mc}\vec{H}, \qquad g = 1,2. \tag{12.16}$$

Здесь $g = 1,2$ - фактор Ланде, которой в нашей теории зависит от того, в какой системе отсчета вы описываете наблюдаемое движение спина во внешнем магнитном поле $\vec{H}$.

В геометризированной электродинамике собственная прецессия спина (12.15) получается из вращательного уравнения (12.3), которое, в выбранном нами приближении, записывается как

$$\frac{de^{\alpha}{}_{A}}{ds} = \frac{e}{mc^2}F^{\alpha}{}_{\beta k}e^{\beta}{}_{A}\frac{dx^k}{ds} = \frac{e}{mc^2}F^{\alpha}{}_{\beta 0}e^{\beta}{}_{A}\frac{dx^0}{ds} + \Omega^{\alpha}{}_{\beta}e^{\beta}{}_{A}. \tag{12.17}$$

Используя (12.11), запишем (12.17) в виде

$$\frac{ds^{\alpha}}{dt} = \frac{e}{2mc}F^{\alpha\beta}s_{\beta} + \Omega^{\alpha\beta}s_{\beta}. \tag{12.18}$$

Если пространственная часть матрицы (11.8) удовлетворяет равенству

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_L = \frac{e}{2mc}\vec{H},, \tag{12.19}$$

то из (12.19) следует

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = -2[\vec{\omega}_L \vec{s}]\,. \tag{12.20}$$

В квантовой электродинамике величина

$$\mu_B = \hbar e/2mc \tag{12.21}$$

получила название магнетон Бора и рассматривается как собственный магнитный момент электрона.

13. Связь уравнения Дирака с геометрией и вращательными координатами

Из предыдущих разделов 10-12 следует, что теоретически квантовая теория порождена в физике вращательной относительностью и полем инерции, которое удивительным образом «выпало из поля зрения» современной теоретической физики. Более того, квантовая теория порождена экспериментами в классической электродинамике, объяснить которые уравнения Максвелла–Лоренца были не в состоянии.

Действительно, уравнения Шредингера (10.19, (10.20) содержат константу $\hbar$, которая имеет размерность углового момента. Уже этот факт указывает на связь квантовой механики с (собственным) вращательным движением. Поскольку квантовые эффекты были впервые обнаружены в электродинамике, то собственное вращение заряженных частиц, в частности электрона, стали описывать спином

$$s = \frac{\hbar}{2}\ , \tag{13.1}$$

который, в общем случае, является псевдовектором. В 1927 г. В. Паули предложил обобщенное уравнение Шредингера во внешнем электромагнитном поле в виде

$$\left\{\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{2m}\left(\vec{P} - \frac{e}{c}\vec{A}\right)^2 + eA_0 - \frac{\hbar e}{2mc}\left(\vec{H}\vec{\sigma}\right)\right\}\Psi = 0, \tag{13.2}$$

где $\vec{\sigma}$ - (псевдо)вектор Паули, компоненты которого образуют безразмерные 2x2 комплексные матрицы Паули

$$\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \tag{13.3}$$

Уравнение Паули (13.2) невозможно записать в четырехмерном виде, поэтому П. Дирак в 1928 г. предложил четырехмерную запись уравнения движения свободного электрона с учетом спина следующего вида

$$[\gamma^n \hat{p}_n - imc]\Psi = 0, \qquad \hat{p}_n = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x_n}, \tag{13.4}$$

Здесь γ^n - спиновые матрица Дирака, связанные с метрическим тензором η_{kn} пространства Минковского соотношением

$$\eta_{kn} = \frac{\{\gamma_k, \gamma_n\}}{2} = \frac{\gamma_k\gamma_n + \gamma_n\gamma_k}{2}, \tag{13.5}$$

Компоненты спинорной матрицы γ_k в (13.5) имеют следующий вид

$$\gamma_0 = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_0 \\ \sigma_0 & 0 \end{bmatrix}, \gamma_1 = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_x \\ \sigma_x & 0 \end{bmatrix}, \gamma_2 = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_y \\ -\sigma_y & 0 \end{bmatrix}, \gamma_3 = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_z \\ -\sigma_z & 0 \end{bmatrix}, \quad (13.6)$$

где $\sigma_0 = I$ - 2x2 единичная матрица, а $\sigma_x, \sigma_y \sigma_z$ -2x2 спиновые 3D матрицы Паули (13.3), поэтому 4х мерные матрицы Паули записываются как

$$\sigma_0 = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (13.7)$$

Для частицы спина $1/2$ имеем соотношение

$$\vec{s} = \frac{\hbar}{2}\vec{\sigma}, \quad (13.8)$$

где $\vec{\sigma}$ - (псевдо)вектор Паули.

Соотношения (13.3) - (13.8) показывают, что спинор (13.7) и, следовательно, спин (13.8) имеют геометрическую природу, поскольку определяют метрику и сигнатуру $(+ - - -)$ *в интервале пространства Минковского*. Кроме того, матрицы (13.7) задают совершенно новый вид системы отсчета, а именно, *спинорную систему отсчета*.

Поскольку спин $\vec{s}$ ориентирован в пространстве, то четырехкомпонентная комплексная волновая функция Ψ в уравнении Дирака (13.4) зависит как от трансляционных координат x, y, z, ct, так и, как и спин (12.10), т.е. от углов Эйлера φ, θ, χ

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix} = \Psi(x, y, z, ct, \vec{s}) = \Psi\big(x(t), y(t), z(t), ct, \varphi(t), \theta(t), \chi(t)\big). \quad (13.9)$$

Четыре эрмитовых 2x2 матриц (13.7) определены на двумерном комплексном пространстве, касательным в каждой точке *M* координатного (базового) пространства с координатами x, y, z, ct . Четырехкомпонентный спинор (13.9) можно записать в виде столбца

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix} = \Psi_L + \Psi_R = \begin{pmatrix} o_A \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \iota_{\dot{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} o_A \\ \iota_{\dot{B}} \end{pmatrix}, \quad (13.10)$$

где o_A и $\iota_{\dot{B}}$ – двухкомпонентные спиноры

$$\Psi_L = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix} = o_A \quad \Psi_R = \begin{pmatrix} \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix} = \iota_{\dot{B}}\,, \quad (13.11)$$

с правым Ψ_R и левым Ψ_L вращением. Используя (13.11), можно записать уравнения Дирака (13.4) в виде пары уравнений для двухкомпонентных спиноров o_A и $\iota_{\dot{B}}$

$$\gamma^n \hat{p}_n o_A - imc\, o_A = 0\ , \quad n = 0,1,2,3\ , \quad A\ , \dot{B} \ldots = 0, \dot{1}\ , \quad (13.12)$$

$$\gamma^n \hat{p}_n \iota_{\dot{B}}\ - imc\, \iota_{\dot{B}} = 0\,, \quad (13.13)$$

при этом спинор $\iota_{\dot{B}}$ преобразуется по $D(1/2, 0)$ неприводимому представлению группы $SL(2.C)$, а спинор o_A по $D(0, 1/2)$ представлению этой же группы. Поскольку матрицы o_A и $\iota_{\dot{B}}$ эрмитовы, то

$$\overline{o}_A = o_{\dot{A}}\ , \quad \overline{\iota}_B = \iota_{\dot{B}}\ . \quad (13.14)$$

В ковариантном виде 4D матрицы Паули (13.7) записываются как [43]

$$\sigma_i{}^{A\dot{B}}, \tag{13.15}$$

где координатный индекс i пробегает значения $0,1,2,3$, а спинорные индексы $A, \dot{B}$ пробегают значения $0, 1$ и , $\dot{0}, \dot{1}$ соответственно.

14. Уравнение Дирака для поля инерции и электродинамика сильных полей

Спинорные матрицы $\sigma^{i}_{A\dot{B}}$ и γ^{k} , образующие спинорную систему отсчета (определение Р. Пенроуза), представляют собой изотропные вектора, лежащие на световом конусе. Спинорный $\Delta-$ базис [43], образованный символами Ньюмена-Пенроуза [74] (13.15), удовлетворяет равенству

$$\nabla^{*}\, \sigma_i{}^{A\dot{B}} = 0\,. \tag{14.1}$$

Иногда удобно записывать уравнения физики в спинорном $\Gamma-$базисе [43], удовлетворяющем равенству

$$\nabla\, \sigma_i{}^{\alpha\dot{\beta}} = 0\,, \qquad \alpha, \dot{\beta} \ldots = 0, \dot{1}. \tag{14.2}$$

Для связи двухкомпонентных спиноров $\iota^{\dot{\beta}}\,, o^{\alpha}$ с неголономной тетрадой $e_b{}^{k}$ вводится комплексная световая тетрада $z^{i}{}_{a} = (l_a, n_a, m_a, \overline{m}_a)$ [74] , две компоненты которой l_a и n_a действительные изотропные вектора и две компоненты m_a и $\overline{m}_a$ комплексные вектора, при этом $\overline{m}_{\,a} = \overline{m_a}$. Вектора $l_a\,, n_a\,, m_a, \overline{m}_a$ комплексной световой тетрады связаны с векторами вещественной тетрады $e_b{}^{k}$ и с двухкомпонентными спинорами $\iota^{\dot{\beta}}\,, o^{\alpha}$ соотношениями

$$e^{k}{}_{0} = \tfrac{1}{\sqrt{2}}(l^k + n^k) = \tfrac{1}{\sqrt{2}}\sigma^{i}_{\alpha\dot{\beta}}\left(o^{\alpha}\bar{o}^{\dot{\beta}} + \iota^{\alpha}\bar{\iota}^{\dot{\beta}}\right), \tag{14.3}$$

$$e^{k}{}_{1} = \tfrac{1}{\sqrt{2}}(m^k + \overline{m}^k) = \tfrac{1}{\sqrt{2}}\sigma^{i}_{\alpha\dot{\beta}}\left(o^{\alpha}\bar{\iota}^{\dot{\beta}} + \iota^{\alpha}\bar{o}^{\dot{\beta}}\right), \tag{14.4}$$

$$e^{k}{}_{2} = \tfrac{1}{\sqrt{2}}(m^k - \overline{m}^k) = \tfrac{1}{\sqrt{2}}\sigma^{i}_{\alpha\dot{\beta}}\left(o^{\alpha}\bar{\iota}^{\dot{\beta}} - \iota^{\alpha}\bar{o}^{\dot{\beta}}\right), \tag{14.5}$$

$$e^{k}{}_{3} = \tfrac{1}{\sqrt{2}}(l^k - n^k) = \tfrac{1}{\sqrt{2}}\sigma^{i}_{\alpha\dot{\beta}}\left(o^{\alpha}\bar{o}^{\dot{\beta}} - \iota^{\alpha}\bar{\iota}^{\dot{\beta}}\right), \tag{14.6}$$

$$i, j, k \ldots = 0,1,2,3, \quad \alpha, \gamma, \ldots = 0,1, \ \dot{\beta}, \dot{\mu}, \ldots = \dot{0}, \dot{1}.$$

Из (14.3) следует

$$l^a = \sigma^{a}_{\alpha\dot{\beta}} o^{\alpha}\bar{o}^{\dot{\beta}}, \qquad n^a = \sigma^{a}_{\alpha\dot{\beta}}\iota^{\alpha}\bar{\iota}^{\dot{\beta}}, \qquad a, b, c \ldots = 0,1,2,3, \tag{14.7}$$

что позволяет интерпретировать спиноры o^{β} (ι^{β}) как «корень квадратный» из вектора l^a (n^a). Спинорные матрицы $\sigma^{a}_{\alpha\dot{\beta}}$ удовлетворяют условиям ортогональности

$$\sigma^{a}_{\ \alpha\dot{\beta}}\sigma_{b}^{\ \alpha\dot{\beta}} = \delta^{a}_{b},$$

$$\sigma^{a}_{\ \alpha\dot{\beta}}\sigma_{a}^{\ \rho\dot{\mu}} = \delta^{\rho}_{\alpha}\delta^{\dot{\mu}}_{\dot{\beta}}.$$

Спинорная система отсчета описывает мир с точки зрения наблюдателя, находящегося на световом конусе, поскольку записана в спинорном базисе. Она конформно инвариантна, что

позволяет рассматривать бесконечно удаленную точку пространства наравне с конечными. Уравнение Дирака во внешнем электромагнитном поле

$$\left\{\gamma^n\left(p_n-\frac{e}{c}A_n\right)-mc\right\}\Psi=0 \tag{14.8}$$

является релятивистским обобщением уравнения Паули (13.2) и, по мнению П. Дирака [35], является неверным в своей основе, поскольку описывает точечный заряд. Нетривиальное обобщение уравнения Дирака было предложено в работе [75], в которой было получено следующее нелинейное спинорное уравнение типа уравнения Иваненко-Гейзенберга

$$\left\{\gamma^n\frac{\partial}{\partial x^n}+i4\pi l^2\gamma^n(\Psi^*\gamma_n\Psi)+\frac{mc}{\hbar}\right\}\Psi=0, \tag{14.9}$$

где фундаментальная длинна l для заряженного массивного спинорного поля равна

$$l=\frac{\hbar}{mc}\sqrt{\frac{e^2}{\hbar c}}\approx 3.2\cdot 10^{-12}\ \text{см}. \tag{14.10}$$

Напомним, что Вернер Гейзенберг с сотрудниками много лет исследовал спинорное уравнение с кубической нелинейностью вида [76, 77]

$$\gamma^k\partial_k\Psi+l^2\gamma_k\gamma_5\Psi(\Psi^*\gamma^k\gamma_5\Psi)=0, \tag{14.11}$$

Пытаясь безуспешно построить Единую Теорию элементарных частиц на основе частиц спина $s=\hbar/2$. В теории Физического Вакуума [43] было предложено заменить уравнение Дирака (14.8) системой уравнений *(A), (B.1)* и *(B.2)* записанными в спинорном ι_α, o_α базисе. В этом базисе уравнения *(A)* принимают вид геометризированных нелинейных спинорных уравнений Гейзенберга с кубической нелинейностью по спинорам ι_α, o_α [43]

$$\nabla_{\beta\dot\chi}\iota_\alpha=\nu o_\alpha o_\beta\bar o_{\dot\chi}-\lambda o_\alpha o_\beta\bar\iota_{\dot\chi}-\mu o_\alpha\iota_\beta\bar o_{\dot\chi}+\pi o_\alpha\iota_\beta\bar\iota_{\dot\chi}-\gamma\iota_\alpha o_\beta\bar o_{\dot\chi}+\alpha\iota_\alpha o_\beta\bar\iota_{\dot\chi}+\beta\iota_\alpha\iota_\beta\bar o_{\dot\chi}-\varepsilon\iota_\alpha\iota_\beta\bar\iota_{\dot\chi}, \tag{$\overset{+}{A}_{s^+}.1$}$$

$$\nabla_{\beta\dot\chi}o_\alpha=\gamma o_\alpha o_\beta\bar o_{\dot\chi}-\alpha o_\alpha o_\beta\bar\iota_{\dot\chi}-\beta o_\alpha\iota_\beta\bar o_{\dot\chi}+\varepsilon o_\alpha\iota_\beta\bar\iota_{\dot\chi}-\tau\iota_\alpha o_\beta\bar o_{\dot\chi}+\rho\iota_\alpha o_\beta\bar\iota_{\dot\chi}+\sigma\iota_\alpha\iota_\beta\bar o_{\dot\chi}-\kappa\iota_\alpha\iota_\beta\bar\iota_{\dot\chi}, \tag{$\overset{+}{A}_{s^+}.2$}$$

$$\alpha,\beta\ldots=0,1,\quad\dot\chi,\dot\gamma\ldots=\dot0,\dot1.$$

В этих уравнениях роль волновой функции играют обобщенные спиноры Дирака ι_α, o_α , а 12 комплексных спинорных компонент поля инерции $T^i{}_{jk}$ (торсионного поля), а именно, ν, λ , μ ... задаются спинорными матрицами $T_{A\dot B}$, введенными в физику учеником Н. Розена - Моше Кармели [78-82]

$$T_{0\dot0}=\begin{pmatrix}\varepsilon & -\kappa\\ \pi & -\varepsilon\end{pmatrix},\qquad T_{0\dot1}=\begin{pmatrix}\beta & -\sigma\\ \mu & -\beta\end{pmatrix},$$

$$T_{1\dot0}=\begin{pmatrix}\alpha & -\rho\\ \lambda & -\alpha\end{pmatrix},\qquad T_{1\dot1}=\begin{pmatrix}\gamma & -\tau\\ \upsilon & -\gamma\end{pmatrix}. \tag{14.12}$$

Можно с уверенностью говорить, что открытие спинорных уравнений $\left(\overset{+}{A}_{s^+}.1\right)$ и $\left(\overset{+}{A}_{s^+}.2\right)$ связано с именами физиков, принадлежащих школе научной А. Эйнштейна. Эти уравнения в новой квантовой теории поля заменяют уравнение Дирака, поскольку сам П. Дирак считал

уравнение (13. 23) неверными [35]. Более того, оказалось, что описание динамики любых частиц с учетом их *полей инерции*, в том числе и заряженных, дополнительно требует использования геометризированных спинорных уравнений, подобных уравнениям Эйнштейна

$$2\Phi_{AB\dot{C}\dot{D}} + \Lambda\varepsilon_{AB}\varepsilon_{\dot{C}\dot{D}} = \nu T_{A\dot{C}B\dot{D}}\,, \qquad \left(\overset{+}{B}_{s^+}.1\right)$$

где спинор $\Phi_{AB\dot{C}\dot{D}}$ и скаляр Λ представляют собой спинорные компоненты тензора Риччи [43], а спинор $T_{A\dot{C}B\dot{D}}$ представляет собой спинорное представление тензора энергии-импульса материи (8.13). В частности, в квазиинерциальной системе отсчета это тензор образован обобщенными спинорами Дирака. Действительно, при условии (9.4) плотность материи (8.15) упрощается и принимает вид (9.7). При переходе к спинорному Δ -базису (14.1) спинорное представление поля инерции (коэффициентов вращения Риччи T_{ijk}) имеет вид [43]

$$T_{ijk} \leftrightarrow T_{AB\dot{C}\dot{C}} = \frac{1}{2}\left(A_{AB\dot{C}\dot{C}} + \frac{1}{3}\left(\varepsilon_{A\dot{C}}\alpha_{B\dot{C}} + \varepsilon_{B\dot{C}}\alpha_{A\dot{C}}\right)\right), \qquad (14.13)$$

где спинор $A_{AB\dot{C}\dot{C}}$ полностью симметричен по нештрихованным индексам

$$A_{AB\dot{C}\dot{C}} = A_{(AB)\dot{C}\dot{C}}\,, \qquad (14.14)$$

а спинор $\alpha_{A\dot{C}}$ определяется как

$$\alpha_{A\dot{C}} = A_{AB}{}^{B}{}_{\dot{C}}\,. \qquad (14.15)$$

Этот спинор может быть разложен на эрмитову $\kappa_{A\dot{C}}$ и антиэрмитову $\mu_{A\dot{C}}$ части:

$$\alpha_{A\dot{C}} = \kappa_{A\dot{C}} + i\mu_{A\dot{C}}\,, \qquad (14.16)$$

где

$$\kappa_{A\dot{C}} = \frac{1}{2}(\alpha_{A\dot{C}} + \overline{\alpha}_{\dot{A}C}), \qquad \mu_{A\dot{C}} = \frac{1}{2}\,i(\,\alpha_{A\dot{C}} - \overline{\alpha}_{\dot{A}C}) \qquad (14.17)$$

и

$$\overline{\kappa_{A\dot{C}}} = \overline{\kappa}_{\dot{A}C} = \kappa_{C\dot{A}}, \quad \overline{\mu_{A\dot{C}}} = \overline{\mu}_{A\dot{C}} = -\mu_{C\dot{A}}\,. \qquad (14.18)$$

Кручение $\Omega^{..i}{}_{jm}$ пространства $A_4(6)$ имеет 24 независимых компоненты и разлагается на сумму трех неприводимых частей [43] следующим образом

$$\Omega^{i}{}_{.jk} = \tfrac{2}{3}\delta^{i}_{[k}\Omega_{j]} + \tfrac{1}{3}\varepsilon^{n}_{jks}\widehat{\Omega}^{s} + \overline{\Omega}^{i}_{.jk}, \qquad (14.19)$$

где $\Omega^{i}{}_{.jk} = g^{im}g_{ks}\Omega^{..s}{}_{mj}$, а вектор Ω_j , псевдовектор $\widehat{\Omega}_j$ и бесследовая часть $\overline{\Omega}^{i}_{.jk}$ кручения $\Omega^{..i}{}_{jm}$определяются как

$$\Omega_j = \Omega^{i}{}_{.ji}\,, \qquad (14.20)$$

$$\widehat{\Omega}_j = \frac{1}{2}\varepsilon_{jins}\Omega^{ins}\,, \qquad (14.21)$$

$$\overline{\Omega}^{s}_{.js} = 0\,, \quad \overline{\Omega}_{ijs} + \overline{\Omega}_{jsi} + \overline{\Omega}_{sij}\,. \qquad (14.22)$$

Между неприводимыми частями кручения (14.20) -(14.22) и спинорами (14.14) -(14.18) имеет место следующее соответствие

$$\Omega_j \leftrightarrow \kappa_{A\dot{C}} \ , \tag{14.23}$$

$$\widehat{\Omega}_j \leftrightarrow \ \mu_{A\dot{C}} \ , \tag{14.24}$$

$$\overline{\Omega}^{s}_{.js} \leftrightarrow A_{(ABC)\dot{C}} \ . \tag{14.25}$$

По определению, спинор $A_{(ABC)\dot{C}}$ преобразуется по $D(3/2.1/2)$ неприводимому представлению группы $SL(2.C)$. Соответственно, спиноры $\kappa_{A\dot{C}}$ и $\mu_{A\dot{C}}$ преобразуются по $D(1/2.1/2)$ неприводимым представлениям группы $SL(2.C)$.

Через компоненты матрицы Кармели $T_{ABC\dot{D}}$ спинор (14.13) представляется как [43]

$$T_{ABC\dot{D}} = AB\begin{pmatrix} 00 \\ (01) \\ 11 \end{pmatrix} \overbrace{\begin{matrix} \overbrace{\begin{matrix} 0\dot{0} & 0\dot{1} & 1\dot{0} & 1\dot{1} \end{matrix}}^{C\dot{D}} \\ \overbrace{\begin{bmatrix} \kappa & \sigma & \rho & \tau \\ \varepsilon & \beta & \alpha & \gamma \\ \pi & \mu & \lambda & \upsilon \end{bmatrix}} \end{matrix}}^{} . \tag{14.26}$$

Используя соотношения (14.23) -(14.26), находим

$$\kappa_{A\dot{C}} = 1/2\begin{pmatrix} (\rho + \overline{\rho}) - (\varepsilon + \overline{\varepsilon}) & (\tau + \beta) + (\overline{\alpha} - \overline{\pi}) \\ (\overline{\tau} - \overline{\beta}) + (\alpha - \pi) & (\gamma - \overline{\gamma}) - (\mu + \overline{\mu}) \end{pmatrix}, \tag{14.27}$$

$$\mu_{A\dot{C}} = 1/2\begin{pmatrix} (\rho - \overline{\rho}) - (\varepsilon - \overline{\varepsilon}) & (\tau - \beta) - (\overline{\alpha} - \overline{\pi}) \\ -(\overline{\tau} - \overline{\beta}) + (\alpha - \pi) & (\gamma - \overline{\gamma}) - (\mu - \overline{\mu}) \end{pmatrix}. \tag{14.28}$$

Теперь вспомним, что уравнения квантовая теории, такие как уравнение Шредингера, Паули и Дирака сформулированы в (квази)инрециальной системе отсчета, в которой компоненты (14.25) обращаются в нуль. В этом случае тензор энергии-импульса (14.13) в спинорной системе отсчета принимает вид

$$T_{A\dot{C}B\dot{D}} = \frac{1}{2\nu}\left(\mu_{A\dot{B}}\,\mu_{C\dot{D}} - \frac{1}{2}\varepsilon_{AC}\varepsilon_{\dot{B}\,\dot{D}}\mu_{P\dot{Q}}\mu^{P\dot{Q}}\right). \tag{14.29}$$

В силу соотношения

$$T = g^{jm}T_{jm} = -\frac{1}{2\nu}\,\widehat{\Omega}^{i}\widehat{\Omega}_{i} = -\frac{1}{2\nu}\mu_{P\dot{Q}}\mu^{P\dot{Q}} = \rho c^2,$$

где ρ – плотность материи, находим вид ρ в (квази)инрециальной системе отсчета

$$\rho = -\frac{1}{2\nu c^2}\mu_{P\dot{Q}}\mu^{P\dot{Q}} = \frac{1}{2\nu c^2}\overline{\mu}_{\dot{Q}P}\mu^{P\dot{Q}}\,. \qquad (14.30)$$

Здесь мы использовали свойство спиноров (14.18).

Легко видеть, что, с точностью до множителя, четырехкомпонентный спинор $\mu_{P\dot{Q}}$ совпадает со спинором Дирака (13.10), поэтому (14.20) можно рассматривать как плотность поля Дирака в уравнениях поля $\left(\overset{+}{B}_{s^+}.1\right)$.

Но и этого оказалось недостаточно для объединения квантовой теории поля с теорией относительности. К уравнениям $\left(\overset{+}{A}_{s^+}.1\right)$, $\left(\overset{+}{A}_{s^+}.2\right)$ и $\left(\overset{+}{B}_{s^+}.1\right)$ необходимо добавить геометризированные спинорные уравнения типа Янга-Миллса с калибровочной группой *SL (2.C)*

$$C_{A\dot{B}C\dot{D}} - \partial_{C\dot{D}}T_{A\dot{B}} + \partial_{A\dot{B}}T_{C\dot{D}} + (T_{C\dot{D}})_A{}^F T_{F\dot{B}} + (T^+{}_{\dot{D}C})_{\dot{B}}{}^{\dot{F}}T_{A\dot{F}} -$$
$$-(T_{A\dot{B}})_C{}^F T_{F\dot{D}} - (T^+{}_{\dot{B}A})_{\dot{D}}{}^{\dot{F}}T_{C\dot{F}} - [T_{A\dot{B}}T_{C\dot{D}}] = -\nu J_{A\dot{C}B\dot{D}}, \qquad \left(\overset{+}{B}_{s^+}.2\right)$$

$$A, B \ldots = 0,1, \quad \dot{B}, \dot{D} \ldots = \dot{0}, \dot{1}$$

Спинорная запись уравнений Эйнштейна $\left(\overset{+}{B}_{s^+}.1\right)$ содержит в правой части геометризированный тензор энергии-импульса $T_{A\dot{C}B\dot{D}}$ материи. В свою очередь, тензор $T_{A\dot{C}B\dot{D}}$ определяется через спин-тензор конторсии $T_{F\dot{B}}$ (через матрицы Кармели (14.12) геометрии $A_4(6)$. Спинорное представление уравнений Янга-Миллса $\left(\overset{+}{B}_{s^+}.2\right)$ с калибровочной группой *SL (2.C)* содержит в правой части тензор тока $J_{A\dot{C}B\dot{D}}$, который определяется через тензор энергии-импульса $T_{A\dot{C}B\dot{D}}$. Любой материальный объект описывается совокупностью нелинейных спинорных уравнений Гейзенберга-Эйнштейна-Янга-Миллса, которые лежат в основе трех фундаментальных физических полей - гравитационного, электромагнитного и поля инерции. Любая «элементарная частица» описывается сразу всеми этими уравнениями одновременно. Если риманова кривизна в уравнениях $(\overset{+}{B}_{s^+}.1)$ и $(\overset{+}{B}_{s^+}.2)$ равна нулю, то тогда уравнения описывают «первичные поля инерции», не обладающие энергией, но переносящие информацию [43].

Ранее мы рассмотрели решение (8.16) -(8.18) и показали, что в (квази)инерциальной системе отсчета стационарный чисто полевой объект проявляет себя в пределе как волна поля инерции и как точечная частица одновременно, при этом выполняется соотношение дуализма (10.3).

15. Фундаментальный подход к объединению гравитационных, электромагнитных, ядерных, слабых и кварковых взаимодействий

В разделе 5 было показано, что, используя решения уравнений электродинамики сильных полей, мы находим короткодействующие добавки к потенциалам Ньютона и Кулона. Используя потенциальную энергию (5.15), содержащую константы интегрирования

$$r_e = \pm\frac{2Zze^2}{mc^2} = const, \;\; r_N = const,$$

удалось объяснить фундаментальным образом ядерные взаимодействия нерелятивистских нейтронов и протонов при их упругом рассеянии нас ядрах различных элементов [52-56]. Потенциальная энергия (5.15) была найдена с использованием соотношения (5.4), которое

позволяет находить в нерелятивистском приближении потенциальную энергию систем островного типа (5.5), у которых $U \to 0$ при $r \to \infty$. Для определения потенциальной энергии U не островных систем необходимо использовать уравнение движения Гамильтона-Якоби, как это делается в работах [52-56]. Чтобы использовать физическую интуицию, мы применяем соотношение (5.4) для исследования общего решения уравнений $\left(\overset{+}{A}_{s^+}.1\right)$, $\left(\overset{+}{A}_{s^+}.2\right)$, $\left(\overset{+}{B}_{s^+}.2\right)$ и $\left(\overset{+}{B}_{s^+}.1\right)$ при условии, когда $R_{ik} = 0$ и $R_{ik} - 0.5Rg_{ik} = \Lambda g_{ik}$. В результате, находим две суперпотенциальные энергии

$$U_1 = \frac{mc^2}{2}\left(\frac{r^2 - r(|r_e| + r_g) - r^2{}_N + r^2{}_s \cos^2\theta}{r^2 + r^2{}_s \cos^2\theta} - 1\right), r_g = const, \quad r_e = const, r_N = const, \; r_s = const, \tag{15.1}$$

$$U_2 = -\frac{mc^2}{2}\left(\frac{r^2 - r(|r_e| + r_g) + 2r^2{}_N - 96\Lambda r^4{}_N}{r^2 + r^2{}_N} + 12\Lambda(r^2 + 5r^2{}_N)\right), r_g = const, \quad r_e = const, \; r_N = const, \quad \Lambda = const, \tag{15.2}$$

содержащие 5 фундаментальных параметров , $r_g = const, \quad r_e = const, r_N = const, \; r_s = const$, $\Lambda = const,$ которым можно придать ясный физический смысл. Действительно, константы $r_g = 2MG/c^2$ и $|r_e| = 2Ze^2/mc^2$ выражаются через известные классические характеристики материи и объединяют естественным образом гравитационные и электромагнитные взаимодействия. Константа $r_N \approx 3 \cdot 10^{-15}$см отвечает, как было показано в [52-56], отвечает за ядерные взаимодействия. Величину $r_s = \hbar/mc \approx 3.9 \cdot 10^{-11}$см мы связываем со слабыми взаимодействиями, а константу Λ с кварковыми взаимодействиями, поскольку при $r \to 0$ добавка к потенциалу кулона

$$V(r) = -\frac{c^2}{2}\frac{\Lambda r^2}{3}, \qquad \Lambda < 0 \tag{15.3}$$

обеспечивает «асимптотическую свободу», а при $r \to \infty$ удерживает кварки от разбегания. В работе [83] предложена геометрическая модель кварков с эффективным потенциалом (15.33), полученным из потенциальной энергии (15.2) при $r_g = \; r_e = r_N = \; r_s = \; 0$. Это решение представляет собой простейшее вакуумное возбуждение [43], описываемое трансляционной метрикой типа метрики де-Ситтера

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\Lambda r^2}{3}\right)c^2dt^2 - \left(1 - \frac{\Lambda r^2}{3}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + sin^2\,\theta\, d\varphi^2). \tag{15.4}$$

Калибровочной группой матричный уравнений $\left(\overset{+}{A}_{s^+}.1\right)$, $\left(\overset{+}{A}_{s^+}.2\right)$, $\left(\overset{+}{B}_{s^+}.1\right)$ и $\left(\overset{+}{B}_{s^+}.2\right)$является полупрямое произведение группы трансляций T_4на группу вращений $O(3.1)$: $T_4 \circledS O(3.1)$. *Чтобы отличить одно контрактное решение от другого по групповым свойствам*, мы используем технику вложения геометрий A_4 (6) конкретного решения в плоское пространство E_p большего числа измерений $\mathrm{p} > 4$. Будем рассматривать пространства A_4 (6) различных решения уравнений Физического Вакуума как непрерывную деформацию плоского пространства Минковского $E_4(3.1)$. У каждого решения уравнений Физического Вакуума существует минимальное плоское пространство вложения $E_p(r,s)$ размерности $p = r + s$, где сигнатура $r + s$ означает r положительных и s отрицательных диагональных элементов метрического тензора η_{ik}, $i,k = 1,2,\ldots,p$ пространства вложения $E_p(r,s)$ [83].

Например, решение де-Ситтера (15.4) имеет минимальное плоское пространство вложения $E_5(4.1)$, группу Ли $SO(4.1)$, спинорную группу *SL (4.C)* и важнейшую подгруппу *SU (2) x SU (2)*. Решение с метрикой (5.14) имеет минимальное плоское пространство вложения $E_6(4.6)$, группу Ли $O(4.2)$, спинорную группу *SU (2.2)* и важнейшую подгруппу *SU (2) x SU (2)* [43].

В работе [85] представлена SU (3)- спинорная структура и спектр масс барионного октета SU (3)-теории, при этом массы элементарных частиц зависят от спина $s = |l - \dot{l}|$

$$m^{(s)} = \mu_0 \left(l + \tfrac{1}{2}\right)\left(\dot{l} + \tfrac{1}{2}\right), \tag{15.5}$$

что идеологически находится в соответствии с формулами (10.4) и (14.30). На рис. 5 показан барионный октет [85], полученный с использованием SU (3)- спинорной структуры элементарных частиц

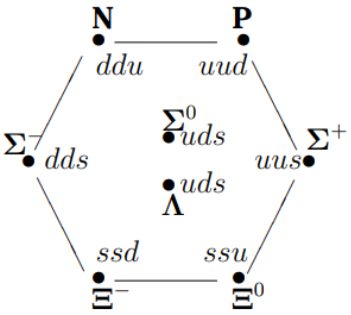

Рис.5 Кварковая структура барионов в SU (3)- спинорной теории

Результаты работы В. Варламова [85], так же как и уравнения теории Физического Вакуума $\left(\overset{+}{A}_{s^+}.1\right)$, $\left(\overset{+}{A}_{s^+}.2\right)$, $\left(\overset{+}{B}_{s^+}.1\right)$ и $\left(\overset{+}{B}_{s^+}.2\right)$ инвариантные, в общем случае, относительно спинорных преобразований в группе Мёбиуса, указывают, что спиноры являются более фундаментальными объектами, чем кварки. Группа Мёбиуса может быть представлена как матричная группа *унимодулярной специальной линейной группы* $SL(2.C)$ [86]. Группа Мебиуса изоморфна группе $SL(2.C)$, $M(2.C) = SL(2.C)/\{\pm I\}$, при этом группу $SL(2.C)$ можно рассматривать как двулистное накрытие группы Мебиуса $M(2.C)$. . Преобразования Мебиуса представляют собой композицию: трансляций $f_1(z)$, инверсий $f_2(z)$, вращений $f_3(z)$ и растяжений $f_4(z)$. Решения уравнений $\left(\overset{+}{A}_{s^+}.1\right)$, $\left(\overset{+}{A}_{s^+}.2\right)$, $\left(\overset{+}{B}_{s^+}.1\right)$ и $\left(\overset{+}{B}_{s^+}.2\right)$ описывают полевые объекты совокупностью нелинейных спинорных уравнений типа Гейзенберга-Эйнштейна-Янга-Миллса, которые положены в основу трех фундаментальных физических полей - гравитационного, электромагнитного и поля инерции. Любая полевая «элементарная частица» описывается сразу всеми этими уравнениями одновременно. Если риманова кривизна в уравнениях $\left(\overset{+}{B}_{s^+}.1\right)$ и $\left(\overset{+}{B}_{s^+}.2\right)$ равна нулю, то тогда уравнения описывают «первичные поля инерции», не обладающие энергией, но переносящие информацию [43].

Заключение

В работе дано краткое представление решения основной проблемы современной фундаментальной физики – объединение теории относительности с квантовой теорией. Все

теоретические работы в современной физике можно разделить на три группу: 1) фундаментальные теории; 2) феноменологические теории и 3) конструктивные теории.

К фундаментальным теориям относятся механика Ньютона, электродинамика Максвелла-Лоренца, теория гравитации Эйнштейна и др., которые составляют фундаментальную основу наших знаний, никогда не будут отброшены, а их обобщение приводит к созданию новой фундаментальной теории революционного типа.

Когда в физике появляются новые эксперименты, которые не описываются фундаментальной теорией, то в физике появляются феноменологические теории, содержащие подгоночные константы, которые не объясняют наблюдаемые явления, а просто систематизируют их. В этом смысле феноменологические теории бессодержательны, имеют характер предварительных исследований и, с течением времени, будут заменены фундаментальными теориями. К феноменологическим теориям относятся теория ядерных сил, слабых взаимодействия, теория кварков, теория спонтанного нарушения симметрии вакуума и т.д., т.е. те теории, которые составляют современную теорию элементарных частиц - Стандартную модель.

Большую часть современных теоретических исследований занимают конструктивные теории, которые, вообще говоря, далеки как от эксперимента, так и от основных фундаментальных теорий. Подобные теории стимулированы поиском таких математических конструкций, которые представляются, но не являются таковыми по сути, обобщением фундаментальных физических теорий. Конструктивные теории строятся, как правило, математиками или физиками с преобладающим математическим мышлением. Начало бурного развития конструктивным теориям было положено в начале XX века при поиске уравнений Единого поля Г. Вейлем [87,88], А. Эддингтоном [89], Т. Калуца [90] и, даже, А. Эйнштейном [91-93]. Ярким примером конструктивной теории оказывается квантовая теория материи, *основу которой определяет комплексная волновая функция* ψ *не являющаяся реально наблюдаемым физическим полем.* Среди теоретиков только А. Эйнштейн осмелился заявить, что квантовая теория неполна и «связана с физическим полем, пока неизвестной природы» [62]. Вершину конструктивной теории современной теоретической физики представляет собой теория струн с её необозримой (10^{500} вариантов) М-теорией «Всего».

В отличие от феноменологический Стандартной модели и конструктивной М-теории струн, теория Физического Вакуума относится к классу фундаментальных теорий, представляющих собой наибольшую ценность как ы смысле познания окружающего Мира, так и практического использования новейших вакуумных технологий [98-101].

Например, фундаментальные уравнения Максвелла-Лоренца, описывающие электромагнитные поля, приносят доходы разным компаниям выпускающих мобильные телефоны таковы: Apple Inc. в 2022 году получила чистую прибыль 99,803 млрд долларов; Samsung Electronics Co., Ltd. в 2022 году заработала 42,876 млрд долларов; Huawei Technologies Co., Ltd. в 2020 году получила чистую прибыль 9,9 млрд долларов; Xiaomi Corporation в 2017 году заработала 1,08 млрд долларов; Nokia OY в 2022 году получила чистую прибыль 4,72 млрд долларов и т.д. В 2024 году розничные продажи электроэнергии в Соединенных Штатах принесли доход в размере 514,8 миллиарда долларов США. Далее, в 2037 году выручка только компаний США, выпускающих бытовую технику превысит 1,6 триллиона долларов США. Если мы суммируем заработки всех компаний, продающих продукцию, созданную на базе уравнений Максвелла-Лоренца, то за XX и частично за XXI века, полученная сумма будет где-то в районе несколько сот триллионов долларов, а, возможно, и более.

Поскольку фундаментальная теоретическая физика сочетает в себе признаки искусства и спорта, то спортивную часть достижения в науке любого ученого (более или менее объективно) можно оценить, используя кривую Ландау на рис. 6

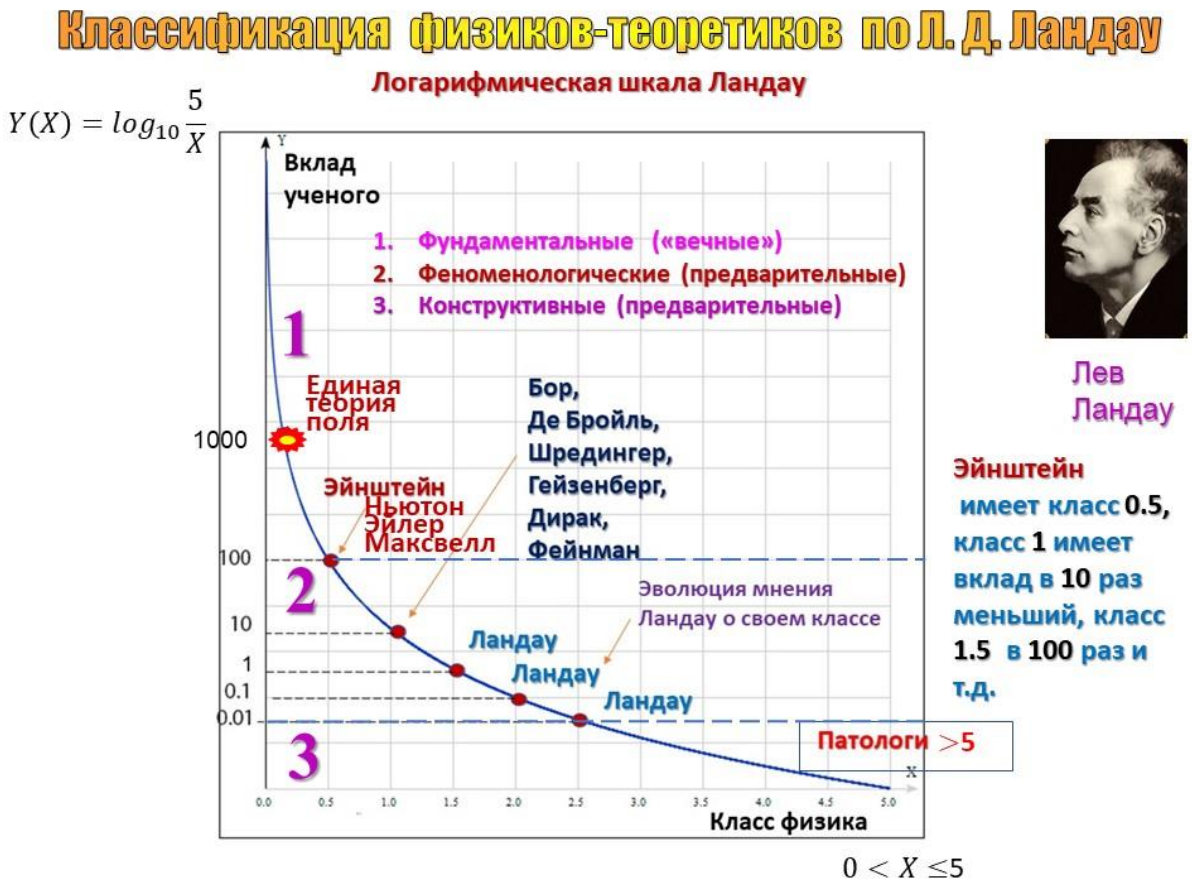

Рис.6. Классификация теоретиков на логарифмической кривой Ландау

Эта кривая построена так, что по оси X с областью определения $0 < X \leq 5$ определяется класс физика, причем работа теоретика считается «паталогической», если его класс $X > 5$. По оси Y с областью определения $0 < Y < \infty$ определяется вклад ученого в развитие теоретической физики. За эталон Л. Ландау берет вклад А. Эйнштейна, которому он присваивает класс $0{,}5$. Напомним, что А. Эйнштейн является основным создателем таких фундаментальных теорий, как специальная и общая теория относительности. Кроме того, он принимал участие в создании квантовой теории. В совокупности класс $0{,}5$, данный А. Эйнштейну Л. Ландау, вполне соответствует его вкладу в развитие физики. К классу $0{,}5$ можно отнести вклад таких ученых, как И. Ньютон, Дж. Максвелл. Классу $0{,}5$ присвоен вклад равный 100, при этом ученый класса 1 вносил вклад в 10 раз меньший, чем ученый класса $0{,}5$.

Горизонтальными пунктирными линиями кривая Ландау разделена на три области: область 1 содержит фундаментальные теории, следующей из которых оказывается Единая теория поля; область 2, соответствующая ученым класса $0{,}5 - 2{,}5$, включает в себя феноменологические теории; область 3 , соответствующая ученым класса $2{,}5 - 5$, включает в себя конструктивные теории.

Л. Ландау относит ученых, принимавших активное участие в создании и развитии квантовой теории, к классу 1 (см. рис. 6), хотя квантовая теория относится к классу конструктивных теорий с классом ученых $2{,}5 - 5$. Поэтому точнее было бы присвоить класс $0{,}5 - 2{,}5$

ученым, создавшим феноменологическую Стандартную модель – Ш. Глешоу, С. Вайнбергу, А. Саламу, а также П. Хигсу, Ф. Энглер, получившим Нобелевскую премию по физике за развитие механизма спонтанного нарушения симметрии вакуума. Конструктивно-феноменологическая теория сверхтекучести Ландау-Гинзбурга, удостоенная Нобелевской премией, находится на границе между феноменологическими и конструктивными теориями, т. е. соответствует классу ученого $2,5$, как было оценено самим Л. Ландау вначале. Однако, оценка собственного вклада в развитие физики Л. Ландау менялось с течением времени от класса $2,5$ до класса 1, при этом Л. Ландау сравнивал свой вклад с работой Р. Фейнмана, создавшего диаграммную технику расчета взаимодействия зарядов и ЭМ полей в конструктивной квантовой электродинамике, а такие работы соответствуют классам $2,5-5$.

Вообще говоря, конструктивные теории, такие как квантовая теория, теория поля Янга-Миллса, теория твистеров Пенроуза, теория струн и другие математические методы описания якобы физических моделей, не имеющих четкого физического обоснования, относятся к классам $2,5-5$. Удивительно, что именно ученые этих классов, граничащих с патологическими работами >5, занимают ведущие позиции в современной теоретической физике. Большинство университетских кафедр теоретической физики в мировом масштабе оккупировали специалисты по теории струн, в развитие которой общество уже вложило миллиарды долларов без какой-либо отдачи в ближайшие 100-150 лет.

В книге «Космологическая концепция» глава Ордена Розенкрейцеров Макс Гендель пишет:

«Еще две Расы разовьются в нашу Эпоху, одна из которых Славянская. Со вступлением Солнца в знак Водолея, Русский народ и Славянская Раса в целом достигнут степени духовного развития, которая продвинет их много выше их нынешнего состояния. Однако, достигнутое таким образом развитие непостоянно, так как оно односторонне и поэтому не соответствует законам эволюции, требующим, чтобы духовность развивалось наравне с интеллектом [102].»

В настоящей работе было показано, что уравнения Физического Вакуума $\left(\overset{+}{A}_{s+}.1\right)$, $\left(\overset{+}{A}_{s+}.2\right)$, $\left(\overset{+}{B}_{s+}.1\right)$ и $\left(\overset{+}{B}_{s+}.2\right)$ обобщают уравнения фундаментальной физики такие, как уравнения классической механики [100], уравнения теории гравитации Эйнштейна [101], уравнения классической и квантовой электродинамик [101]. Уравнения $\left(\overset{+}{A}_{s+}.1\right)$, $\left(\overset{+}{A}_{s+}.2\right)$, $\left(\overset{+}{B}_{s+}.1\right)$ и $\left(\overset{+}{B}_{s+}.2\right)$ решают первую и вторую проблемы Эйнштейна, объединяют фундаментальным образом существующие феноменологические теории и привели к открытию третьего фундаментального физического поля – поя инерции, экспериментальное проявление которого в (квази)инерциальных системах отсчета описывается уравнениями современной квантовой теории [101]. Эти результаты обязывают автора обратить внимание научной общественности, что в России почти 40 лет назад создана новая фундаментальная физическая теория – теория Физического Вакуума, которая на кривой Л. Ландау рис. 6 соответствует классу $0<X<0{,}5$. Давайте отставим наши амбиции, порожденные эгоизмом, и направим усилия ведущих ученых России на преодолении высочайшей планки, которая была задана Западной наукой работами А. Эйнштейна с тем, чтобы научный интеллект современной России соответствовал её духовному лидерству.

Литература

1. *Ландау Л.Д.,Лифшиц Е.М.* // Теория поля. Т.2. М.: Наука, 1988.
2. *Иваненко Д.Д., Соколов А.А.//* Классическая электродинамика, ГИТТЛ, М., 1951

3. *Mie G.//* Ann.Phys., **37,** 511, 1912; **39,** 1, 1912; **40,** 1, 1913.
4. *Born M., Infeld L.//* Proc/Roy.Soc., **A137**, 1410, 1934.
5. *Born M. //* Proc/Roy.Soc., **A137**, 410, 1934.
6. *Abraham M.//* Phys. Zeischr., **5**, p. 576, 1904.
7. *Dirac P. //* Proc.Roy.Soc**.,** **A167,**p 148, 1938.
8. *Whieeler, Дж., Feynman R.// Rev/Mod/Phys.*, **17**, p. 157, 1945.
9. *Lande. A.//* Phys/Rev**., 56,** 482, 1939; **76,** 1176, 1940.
10. *Bhom D., Weinstein.//* Phys.Rev., **74,** 523, 1948.
11. *Зоммерфельд А. //* Электродинамика, М., 1958.
12. *Heisenberg W., Pauli W.*// Zs. F. Phys., **56,** 1, 1929; **59,** 1930.
13. *Waller J.//* Zeits.Phys., **62,** 673, 1930.
14. *Oppenheimer J.//* Phys.Rev., **35,** 461, 1930.
15. *Weisskopf V.//* Zeits.Phys., **89,** 27, 1934; Phys.Rev., **56,** 72, 1932.
16. *Dyson F.//* Phys.Rev., **75,** 1736, 1949.
17. *Pauli W., Villars F.*// Rev.Mod.Phys., **21,** 434, 1940.
18. *Vatagin F.//* Zs.f.Phys., **88,** 92, 1934; Nuovo Cimento, **5,** 1957.
19. *Марков М. //* ЖЭТФ, **10,** 1311, 1940; **16,** 790, 1946.
20. *Блохинцев Д.* // ЖЭТФ, **16**, 480, 1946; **18,** 566, 1948; **22,** 254, 1952.
21. *Levy M.//* Phys.Letters, **7,** 1, 1963.
22. *Johaem K., Baker M.,Willey.* // Phys.Rev.Letters, **11,** 11, 1963.
23. *Croenwold H.//* Physica, **28,** 12, 1962.
24. *Raifeataigh L., Takahashi V. //* Helv. Phys.acta., **34,** 6, 1961.
25. *Jukava H. //* Phys.Rev., **77,** 219, 1950; **80,** 1047, 1950.
26. *Feynman R.//* Phys.Rev**., 14,** 6, 1948.
27. *Manus H. //* Proc.Roy.Soc., **A195,** 323, 1948.
28. *Peieres R. //* Proc.Roy.Soc., **A214,** 143, 1952.
29. *Budini R., Fonda L. //* Nuovo Cimento, **5,** 3, 1953.
30. *Maris Th., Gerhard J., Hercovitz V.//* Phys.Rev.Letters, **12,** 1, 1964.
31. *Ferwerda H.//* Physica, **29**, 9, 1963.
32. *Ferwerda H.//* Physica, **31**, 5, 1965.
33. *Kroll M. //* Nuovo Cimento, **A45**, 1, 1965.
34. *Feynman R. //* Phys. Today, **19,** 31, 1966.
35. *Дирак П.*// Пути физики. М.: Энергатомиздат, 1983.
36. *Фейнман Р., Филипс М., Сэнди М.//* Фейнмановские лекции по физике, т.6, М., Мир 1966.
37. *Einstein A.* // Ann. Phys. 1905. Vol. 17. P.891.
38. *Лоренц Г.*// В сб. статей «Принцип относительности». Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1935, с.388.
39. *Паули В.//* Теория относительности, ГИТТЛ, М-Л, 1947.
40. *Шипов Г.И. //* Общерелятивистская нелинейная электродинамика с тензорным потенциалом. Известия вузов, Физика, 1972, № 10, с. 98- 102.
41. *Эйнштейн А. //* К современному состоянию проблемы тяготения. Собр. науч. тр. М.: Наука, 1965. Т. 1. с. 297.
42. *Фок В.А.* // Теория пространства, времени и тяготения. М., ГИТТЛ, 1955, сс. 238-241, 245-251, 295-297.

43. *Шипов Г.И.*// Теория Физического Вакуума, теория эксперименты и технологии, М., Наука, 1997. 450 с.
44. *Рашевский П.К.//* Риманова геометрия и тензорный анализ. 1964. М.: Наука, с. 664.
45. *Ruderford E. //* Philos. Mag. 1919, Vol. 37. P. 537.
46. *Федянин В.//* Электромагнитная структура ядер и нуклонов. М., Высш. шк.,1968.
47. *Kinzinger E.//* Ztshir. Naturforsch. A.149. Bd.4. S.88.
48. *Hofstadter R.//* Rev.Mod.Phys. 1956. Vol. 28, № 3. P.814.
49. *Tesla N.* // The one-wire transmission system. U.S. Patent 0,593,138, "*Electrical Transformer*" (1897).
50. *Tesla N.* "The True Wireless". Electrical Experimenter (May 1919).
51. *Newman. E., Penrose R.* // J. Math. Phys. 1962. Vol. 3, № 3. P.566 - 587.
52. *Губарев Е.А., Сидоров А.Н. //* Тез. докл. XXXVIII науч. конф. фак. физ-мат. и естественных наук Ун-та дружбы народов. М., 1992, доп. вып. С 3.
53. *Губарев Е.А., Сидоров А.Н. //* Тез. докл. VIII Рос. грав. конф. «Теоретические и экспериментальные проблемы гравитации» М.: Рос. гравитац. асссоц. 1993. С.251.
54. *Губарев Е.А., Сидоров А.Н. Шипов Г.И. //* Модель сильного взаимодействия на основе решений уравнений теории Вакуума. Труды V семинара "Гравитационная энергия и гравитационные волны", Дубна, 16-18 мая, 1992 , с 232.
55. *Шипов Г.И. //* Фундаментальные взаимодействия в геометрической модели Физического Вакуума. Труды VI семинара "Гравитационная энергия и гравитационные волны", Дубна, 26-30 октября, 1993 , с 141.
56. *Губарев Е.А., Сидоров А.Н. //* Вакуумная модель сильного взаимодействия. Новые результаты. Труды VI семинара "Гравитационная энергия и гравитационные волны", Дубна, 26-30 октября, 1993, с 146.
57. *Шипов Г.И., Подаровская М.И.* //Электродинамика больших ускорений и переменных зарядов // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.26439, 01.06.2020. https://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008b/1184-shp.pdf
58. *Фок В.А., Подольский. Б. //* О квантовании электромагнитных волн и взаимодействии зарядов по теории Дирака, Sow. Phys. I, стр. 801 (1932) . Перевод на русский язык в сборнике: В. А. Фок. Работы по квантовой теории поля. М.: ЛКИ, 2007.
59. *Дирак П. А. М., Фок В.А., Подольский. Б. //* О квантовой электродинамике, Sow. Phys. 2, стр. 468-479 (1932) . Перевод на русский язык в сборнике: В. А. Фок. Работы по квантовой теории поля. М.: ЛКИ, 2007.
60. *Гаврилин А.Т.*// Об амплитуде вероятности местоположения фотона. Вестник НУ им. Лобачевского, 2011, № 6(1), с. 70-74.
61. *Einstein A.* // The Meaning of Gravitation Relativity, four edition, Prinston, 1953.
62. *Эйнштейн А. //* Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 3, с. 617-622.
63. *Эйнштейн А. //* Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 3, с. 617-622.
64. *Шипов Г.И. //* Уравнения поля тетрад в пространстве абсолютного параллелизма. Известия вузов, Физика, 1976, № 6, с. 132.
65. *Шипов Г.И. //* Общерелятивистские нелинейные спинорные уравнения. Известия вузов, Физика, 1977, № 3, с. 121.
66. *Шипов Г.И. //* Теория гравитации в пространстве абсолютного параллелизма. Известия вузов, Физика, 1977, № 6, с. 142.
67. *Шипов Г.И. //*Механика ориентируемой точки и общий принцип инерции. Известия вузов, Физика, 1985, № 3, с.74.

68. *Schouten J.*// Ricci-Calculus. B.; Heidelberg: Springer, 1954; *Схоутен Я.А.* // Тензорный анализ для физиков, 1965. М.: Наука, ГРФМЛ, с. 455.
69. *Cartan E.* // Compt. Rend.1922. Vol. 174, p. 437.
70. *Vaidya P.* // Tensor. 1972. Vol. 24. P. 1.
71. *Татарский И.И.//*Вигнеровское представление квантовой механики. УФН, 1983, Т. 139, вып. 4, сс. 587-619.
72. *Ольховский И.И.//* Курс теоретической механики для физиков. М.: Наука, 1970.
73. *Шипов Г.И., Подаровская М.И.//* Спин-торсионная формулировка квантовой механики и поля инерции. М.: Кириллица, 2012, с. 49.
74. Newman E., *Penrose R.* // J. Math. Phys. 1962. Vol. 3, № 3. P.566 -587.
75. *Шипов Г.И. //* Общерелятивистские нелинейные спинорные уравнения. Известия вузов, Физика, 1977, № 3, с. 121.
76. *Heisenberg W.* // Rev. Mod. Phys. 1957. Vol. 29. P. 269.
77. *Duerr H.P., Heisenberg W., Mitter H., et al.* // Ztschr. Naturforsch. A. 1959. Bd. 14. S. 441.
78. *Carmeli M.* // J. Math. Phys. 1970. Vol.2. P.27-28.
79. *Carmeli M.* // Lett. nuovo cim. 1970. Vol.4. P.40-46.
80. *Carmeli M.* // Phys. Rev. D. 1972. Vol.5. P.5-8.
81. *Carmeli M.* // Classical Fields. General Relativity and Gauge Theory. World Scientific Publish. 2001. P. 650.
82. *Carmeli M.* // Group Theory and General Relativity. World Scientific Publish. 2000. P.
83. *Губарев Е.*А. // Теория Реальной Относительности, М.: Новый Центр, 2009. С. 216.
84. *Maia D.//* Acta phys. pol. Suppl. 1973. Vol.14. № 7. З. 882-887.
85. *Варламов В.В.//* Спинорная структура и SU(3) -симметрия. Математические структуры и моделирование 2015. № 1(33). С. 18–32.
86. *Альфорс Л.* //Преобразования Мебиуса в многомерном пространстве. М.: Мир, 1986.
87. *Weyl H.* // Gravitation and Electricity. Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., May 30, 1918, p. 465.
88. *Weyl H.* // Nature. Vol. 106. February 17, 1921, pp. 800-802.
89. *Eddington A.S. // P*roceedings of the Royal Society (London). 1921. Vol. A99, p 104-122.
90. *Kaluza T.* // On the Unity Problem of Physics. Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., December 22, 1921, pp. 966-972.
91. *Einstein A.* // Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl., 1923, 32-38. *Эйнштейн А.* // К общей теории относительности. Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 2. С. 134-141.
92. *Einstein A.* // Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl., 1923, 76-77. *Эйнштейн А.* // Замечание к моей работе «К общей теории относительности». Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 2. С. 142-144.
93. *Einstein A.* // Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl., 1923, 137-140. *Эйнштейн А.* // К аффинной теории поля. Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 2. С. 142-144.
94. *Шипов Г.И.* // Нобелевские лауреаты считают, что квантовая механика ошибочна // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.29667, 20.09.2025. https://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001k/5947-shp.pdf
95. *Шипов Г.И.* // Сколько стоит фундаментальная теория? // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.29661, 14.09.2025.

96. *Шипов Г.И.* // Механика и математика, которую «прозевали» физики и математики // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.29655, 09.09.2025. https://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008b/1183-shp.pdf
97. *Шипов Г.И.* // Как совершить прорыв в фундаментальной физике // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.29633, 23.08.2025.
98. *Шипов Г.И.* // Объяснение движения инерцоида Толчина в неголономной механике // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.29196, 30.10.2024
99. *Шипов Г.И.* //«Безопорные» и «сверхединичные» устройства в неголономной механике // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.29450, 16.04.2025. https://trinitas.ru/rus/doc/0231/005a/1020-shp.pdf
100. *Shipov G.* // Decartes' Mechanics – Fourth Generalization of Newton's Mechanics. In "7 th Intern. Conference Computing Anticipatory Systems " ~ HEC - ULg, Liege, Belgium, 2005, ISSN 1373-5411 ISBN 2-930396-05-9 P. 178.
101. *Шипов Г.И.* // Фундаментальные результаты теории физического вакуума. М.: Перо. 2023. С. 76. Доступен электроггый вариант// «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.28539, 11.07.2023. https://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008b/1177-shp.pdf
102. *Гендель М.//*Космоогическая концепция. (Орден Розенкрейцеров) ОСНОВНОЙ КУРС ПО ПРОШЛОЙ ЭВОЛЮЦИИ ЧЕЛОВЕКА, ЕГО НЫНЕШНЕЙ КОНСТИТУЦИИ И БУДУЩЕМУ РАЗВИТИЮ. СПб. «АО КОМПЛЕКТ», 1994, сс 242-243.