А.В. Ворон

Теорема симметрии усечения и эталонный базис весов в масштабируемой системе счисления Бергмана (SBNS)

Аннотация. В настоящей работе представлена алгебраическая формализация и доказательство Теоремы симметрии усечения для Масштабируемой системы счисления Бергмана (Scaled Bergman Numeral System, SBNS) – позиционного вычислительного базиса с иррациональным основанием золотого сечения $\varphi = (1 + \sqrt{5})/2$ и центральным масштабным коэффициентом $k = 0{,}2$. Путем разложения разрядных весов на рациональную составляющую с числами Люка и иррациональную составляющую с числами Фибоначчи доказано, что применение синтаксического фильтра четности приводит к тождественному взаимному уничтожению локальных ошибок десятичного усечения для всех натуральных чисел $N \in \mathbb{N}$. Показана строгая инвариантность остаточной погрешности при переходе между каноническими дуальными кодовыми формами (ФЧРК и ФЧКК). В статье приведена формула стандартизированного вычисления разрядных весов, раскрыта их зеркальная симметрия относительно центрального элемента шкалы и сформирована эталонная таблица весов для диапазона индексов $n \in [-16, 14]$, пригодная для реализации точной целочисленной арифметики в конечных аппаратных регистрах.

Ключевые слова: Масштабируемая система счисления Бергмана (SBNS); арифметика золотого сечения; числа Фибоначчи и Люка; Теорема симметрии усечения; фильтр четности.

Введение. Позиционные системы счисления с иррациональным основанием, равным золотому сечению $\varphi = (1 + \sqrt{5})/2$, впервые предложенные Джорджем Бергманом [1] и получившие развитие в фибоначчиевой компьютерной арифметике А.П. Стахова [2, 3], обладают естественной кодовой избыточностью, пригодной для самоконтролируемых и отказоустойчивых вычислительных архитектур. Однако практическому аппаратному внедрению классического базиса Бергмана (привязанного к единице $\varphi^0 = 1$) препятствовали две проблемы: *эффект блуждающего переноса* при арифметической нормализации и *бесконечный информационный хвост*, возникающий при представлении целых чисел через иррациональные разрядные веса.

Для преодоления этих ограничений автором были разработаны Новая Фибоначчиева система счисления (NFNS) [4, 5] и Масштабируемая система счисления Бергмана (SBNS) [6], в которой центральный элемент шкалы смещен в значение $X_0 = k = 0{,}2 = 1/5$, а на допустимые битовые последовательности наложен синтаксический фильтр четности. В настоящей статье приведено общее алгебраическое доказательство Теоремы симметрии усечения для произвольного натурального числа $N \in \mathbb{N}$ и сформирована стандартизированная эталонная таблица разрядных весов.

Формализация SBNS и фильтрация четности.

В Масштабируемой системе счисления Бергмана любое вещественное или натуральное значение представляется в виде двоичного битового вектора $C = \{b_n\}$, где $b_n \in \{0, 1\}$, над последовательностью разрядных весов, определяемых формулой:

$$X_n = 0{,}2 \times \varphi^n = (1/5) \times ((1 + \sqrt{5}) / 2)^n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Поскольку φ удовлетворяет характеристическому квадратному уравнению $\varphi^2 = \varphi + 1$, последовательность весов сохраняет аддитивное рекуррентное свойство Фибоначчи для всех положительных и отрицательных индексов: $X_n = X_{n-1} + X_{n-2}$. Без структурных ограничений одно и то же целое число допускает десятки или тысячи избыточных представлений в зависимости от разрядности регистра.

Для устранения хаотической избыточности и обеспечения аппаратного контроля ошибок кодовая последовательность C считается допустимой тогда и только тогда, когда любые две соседние активные единицы ($b_i = 1$ и $b_j = 1$ при отсутствии активных битов между ними) разделены исключительно четным количеством неактивных нулей (включая нулевой интервал, то есть две единицы подряд). Эквивалентно, соседние активные разряды в битовой сетке должны занимать позиции противоположной четности. Под действием этого фильтра каждое представимое целое число N сводится ровно к двум каноническим дуальным состояниям: развернутому *рабочему коду фильтра (ФЧРК / Код А)* и свернутому *контрольному коду фильтра (ФЧКК / Код В)*.

Алгебраическое доказательство Теоремы симметрии усечения.

Теорема (о симметрии усечения и точном рациональном коллапсе в SBNS).

Пусть натуральное число $N \in \mathbb{N}$ представлено в системе SBNS ($k = 0{,}2$) допустимой кодовой последовательностью $C = \{b_n\}$, удовлетворяющей правилу инвариантности четности. Если каждый аналитический разрядный вес $X_n = 0{,}2 \times \varphi^n$ округлен на фиксированной десятичной сетке с шагом $\delta = 2{,}5 \times 10^{-11}$ (с сохранением 11 знаков после запятой), то сумма округленных весов $\tilde{X}_n$ всех активных разрядов дает точное целое число N с нулевой остаточной погрешностью усечения:

$$\sum (\text{для } b_n = 1)\, \tilde{X}_n = N$$

Доказательство.

Разложение разрядных весов по числам Люка и Фибоначчи.

Согласно тождествам Бине, любая целая степень золотого сечения φ^n ($n \in \mathbb{Z}$) представляется в виде линейной комбинации чисел Люка L_n и чисел Фибоначчи F_n, продолженных на отрицательные индексы по правилам $F_{-n} = (-1)^{n+1} F_n$ и $L_{-n} = (-1)^n L_n$:

$$\varphi^n = (L_n + F_n\sqrt{5}) / 2$$

Умножение на масштабный коэффициент $k = 0{,}2 = 1/5$ разделяет каждый точный аналитический вес X_n на конечную рациональную часть и иррациональную составляющую с множителем $\sqrt{5}$:

$$X_n = (1/5) \times \varphi^n = L_n / 10 + F_n \times (\sqrt{5} / 10)$$

Поскольку $L_n \in \mathbb{Z}$ для всех $n \in \mathbb{Z}$, слагаемое $L_n / 10$ всегда является точной конечной десятичной дробью не более чем с одним знаком после запятой и не вносит никакой погрешности усечения на любой сетке точности $m \geq 1$. Вся иррациональность – а следовательно, и вся погрешность усечения ε_n – изолирована исключительно во втором слагаемом $F_n \times (\sqrt{5} / 10)$.

Обнуление иррационального коэффициента.

Для любого точного представления натурального числа N в системе SBNS суммирование по активным разрядам $b_n = 1$ дает:

$$N = \sum X_n = (1/10) \sum L_n + (\sqrt{5} / 10) \sum F_n$$

Так как N и $(1/10) \sum L_n$ являются рациональными числами, а $\sqrt{5}$ – иррациональным, линейная независимость 1 и $\sqrt{5}$ над полем рациональных чисел $\mathbb{Q}$ требует, чтобы сумма коэффициентов Фибоначчи по всем активным позициям обращалась в ноль:

$$\sum (\text{для } b_n = 1)\, F_n = 0$$

Синтаксический фильтр четности гарантирует, что активные разряды образуют сбалансированные сопряженные группы, порождаемые локальными свертками $X_n = X_{n-1} + X_{n-2}$, которые тождественно сохраняют равенство $F_n - F_{n-1} - F_{n-2} = 0$.

Взаимная компенсация конечных десятичных ошибок округления.

Обозначим иррациональную константу $\alpha = \sqrt{5} / 10 \approx 0{,}22360679774997896964...$ При округлении α до 11 знаков после запятой (шаг сетки $\delta = 2{,}5 \times 10^{-11}$) получаем конечную десятичную константу:

$$\tilde{\alpha} = 0{,}22360679775 = \alpha + \Delta_\alpha$$

где $\Delta_\alpha \approx +2{,}103036 \times 10^{-12}$ – единая универсальная константа округления, общая для всех разрядных позиций. Каждый округленный вес $\tilde{X}_n$, хранимый в аппаратном регистре, принимает точный алгебраический вид:

$$\tilde{X}_n = L_n / 10 + F_n \times \tilde{\alpha} = X_n + F_n \times \Delta_\alpha$$

Следовательно, локальная погрешность округления в разряде n пропорциональна числу Фибоначчи F_n: $\varepsilon_n = F_n \times \Delta_\alpha$. Суммирование округленных весов по всем активным разрядам допустимого кода C дает:

$$\sum \tilde{X}_n = \sum X_n + \Delta_\alpha \times \sum F_n = N + \Delta_\alpha \times 0 = N$$

Инвариантность между каноническими дуальными формами (ФЧРК и ФЧКК).

Переход между рабочим кодом «A» (ФЧРК) и контрольным кодом «B» (ФЧКК) сводится к подстановке $X_n \leftrightarrow X_{n-1} + X_{n-2}$. Поскольку тождество $F_n - F_{n-1} - F_{n-2} = 0$ выполняется для всех $n \in \mathbb{Z}$, погрешность перехода между дуальными состояниями тождественно равна нулю:

$$\varepsilon_\text{перехода} = \varepsilon_n - (\varepsilon_{n-1} + \varepsilon_{n-2}) = \Delta_\alpha \times (F_n - F_{n-1} - F_{n-2}) = 0$$

Таким образом, обе канонические кодовые формы инвариантны относительно усечения сетки до 11 знаков после запятой. Что и требовалось доказать.

Стандартизированный эталонный базис весов и зеркальная симметрия.

Для обеспечения алгебраического замыкания Теоремы симметрии усечения во всех арифметических операциях каждый разрядный вес $\tilde{X}_n$ в аппаратной таблице должен вычисляться единообразно по формуле $\tilde{X}_n = L_n / 10 + F_n \times 0{,}22360679775$. Это раскрывает зеркальную симметрию весов относительно центрального элемента шкалы $X_0 = 0{,}2$: для нечетных индексов n веса $\tilde{X}_n$ и $\tilde{X}_{-n}$ имеют идентичные дробные хвосты (например, $\tilde{X}_{11} = 39{,}80100499975$ и $\tilde{X}_{-11} = 0{,}00100499975$, что дает точную рациональную разность $\tilde{X}_{11} - \tilde{X}_{-11} = 39{,}8 = L_{11}/5$), тогда как для четных индексов n их дробные хвосты образуют зеркальные пары дополнения до единицы, сумма которых равна $L_n/5$. В Таблице 1 приведены стандартизированные разрядные веса для индексов от $n = -16$ до $n = 14$. В Приложении А представлены коды SBNS для чисел от 1 до 54 с использованием весов от –12 до 11 (таблицы П1–П7, а в Приложении Б – разрядные веса SBNS для 64-разрядного регистра ($n \in [-31, 32]$) (таблица П8).

Таблица 1 – Стандартизированные разрядные веса SBNS, полученные через разложение Люка–Фибоначчи ($n \in [-16, 14]$)

Индекс (n)	Число Люка (L_n)	Число Фибоначчи (F_n)	Стандартизированный вес $\tilde{X}_n = L_n/10 + F_n \times 0{,}22360679775$
-16	2207	-987	0,00009062075
-15	-1364	610	0,0001466275
-14	843	-377	0,00023724825
-13	-521	233	0,00038387575
-12	322	-144	0,000621124
-11	-199	89	0,00100499975
-10	123	-55	0,00162612375
-9	-76	34	0,0026311235
-8	47	-21	0,00425724725
-7	-29	13	0,00688837075
-6	18	-8	0,011145618
-5	-11	5	0,01803398875
-4	7	-3	0,02917960675
-3	-4	2	0,0472135955
-2	3	-1	0,07639320225
-1	-1	1	0,12360679775
0	2	0	0,2
1	1	1	0,32360679775
2	3	1	0,52360679775
3	4	2	0,8472135955
4	7	3	1,37082039325
5	11	5	2,21803398875
6	18	8	3,588854382
7	29	13	5,80688837075
8	47	21	9,39574275275
9	76	34	15,2026311235
10	123	55	24,59837387625
11	199	89	39,80100499975
12	322	144	64,399378876
13	521	233	104,20038387575
14	843	377	168,59976275175

Заключение.

1. Доказана Теорема симметрии усечения для всех натуральных чисел $N \in \mathbb{N}$. Посредством разложения разрядных весов на конечную рациональную составляющую с числами Люка ($L_n/10$) и иррациональную составляющую с числами Фибоначчи ($F_n\sqrt{5}/10$) установлено, что соблюдение правила четного интервала между активными битами принудительно обращает сумму индексов Фибоначчи в ноль.

2. Подтверждена инвариантность дуальных канонических форм (ФЧРК и ФЧКК). Показано, что локальная свертка и развертка разрядов по правилу $X_n \leftrightarrow X_{n-1} + X_{n-2}$ не вносит остаточной погрешности усечения (ε_перехода = 0), что позволяет использовать дуальное кодирование для аппаратного самоконтроля данных без потери точности.

3. Сформирован стандартизированный эталонный базис весов в диапазоне $n \in [-16, 14]$. Единообразное вычисление весов по формуле $\tilde{X}_n = L_n/10 + F_n \times 0{,}22360679775$ восстанавливает зеркальную симметрию сопряженных пар относительно центрального элемента шкалы $X_0 = 0{,}2$ и гарантирует точную целочисленную арифметику в конечных аппаратных регистрах без использования вычислений произвольной точности.

Список литературы:

1. Bergman G. A number system with an irrational base // Mathematics Magazine. – 1957. – Vol. 31, No. 2. – P. 98–110.

2. Стахов А.П. Введение в алгоритмическую теорию измерения. – М.: Советское радио, 1977. – 288 с.

3. Стахов А.П. Коды золотой пропорции. – М.: Радио и связь, 1984. – 152 с.

4. Ворон А.В. Избыточность кода Фибоначчи и разработка новой системы счисления Фибоначчи – NFNS // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 30093, 25.07.2026. – URL: https://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001k/00166136.htm

5. Ворон А.В. Разработка избыточной системы счисления Фибоначчи NFNS с дуальным базисом для помехоустойчивых вычислительных сред // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 30171, 21.09.2026. – URL: https://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001k/00166174.htm

6. Ворон А.В. Масштабированная система счисления Бергмана (SBNS) и фильтр Ворона как новый базис вычислительной техники // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 30210, 22.10.2026. – URL: https://www.trinitas.ru/rus/doc/0023/001a/00231195.htm

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица П1 – Коды SBNS (Scaled Bergman Number System) для чисел 1–8, где: ЖАПК – Жадный Алгоритм Представления Кода, ФЧРК – Фильтр Четности Рабочий Код, ФЧКК – Фильтр Четности Контрольный Код

Число	Ограничения представления кода SBNS	Веса SBNS																
		8	7	6	5	4	3	2	1	0	–1	–2	–3	–4	–5	–6	–7	–8
		9,39574275275	5,80688837075	3,588854382	2,21803398875	1,37082039325	0,8472135955	0,52360679775	0,32360679775	0,2	0,12360679775	0,07639320225	0,0472135955	0,02917960675	0,01803398875	0,011145618	0,00688837075	0,00425724725
1	ЖАПК						1				1			1				
	ФЧРК						1					1	1	1				
	ФЧКК							1	1			1	1	1				
2	ЖАПК					1		1				1		1				
	ФЧРК					1			1	1			1	1	1	1		
	ФЧКК						1	1	1	1			1	1	1	1		
3	ЖАПК				1			1		1			1			1		
	ФЧРК				1			1			1	1	1			1		
	ФЧКК					1	1	1			1	1	1			1		
4	ЖАПК			1					1			1				1		
	ФЧРК			1					1			1					1	1
	ФЧКК				1	1			1			1					1	1
5	ЖАПК			1		1								1		1		
	ФЧРК			1			1	1							1	1	1	1
	ФЧКК				1	1	1	1							1	1	1	1
6	ЖАПК		1								1		1		1			1
	ФЧРК		1									1	1	1	1	1	1	1
	ФЧКК			1	1							1	1	1	1	1	1	1
7	ЖАПК		1				1		1						1			1
	ФЧРК		1					1	1	1	1					1	1	1
	ФЧКК			1	1			1	1	1	1					1	1	1
8	ЖАПК		1			1		1		1		1			1			1
	ФЧРК		1			1			1	1	1	1	1	1	1			1
	ФЧКК			1	1	1			1	1	1	1	1	1	1			1

Таблица П2 – Коды SBNS (Scaled Bergman Number System) для чисел 9–15, где: ЖАПК – Жадный Алгоритм Представления Кода, ФЧРК – Фильтр Четности Рабочий Код, ФЧКК – Фильтр Четности Контрольный Код

Число	Ограничения представления кода SBNS	Веса SBNS																		
		8	7	6	5	4	3	2	1	0	–1	–2	–3	–4	–5	–6	–7	–8	–9	–10
		9,39574275275	5,80688837075	3,588854382	2,21803398875	1,37082039325	0,8472135955	0,52360679775	0,32360679775	0,2	0,12360679775	0,07639320225	0,0472135955	0,02917960675	0,01803398875	0,011145618	0,00688837075	0,00425724725	0,0026311235	0,0016261237 5
9	ЖАПК		1		1		1				1							1		
	ФЧРК		1			1	1	1	1			1	1					1		
	ФЧКК			1	1	1	1	1	1			1	1					1		
10	ЖАПК	1						1				1						1		
	ФЧРК	1							1	1			1	1					1	1
	ФЧКК		1	1					1	1			1	1					1	1
11	ЖАПК	1				1				1				1				1		
	ФЧРК	1					1	1			1	1			1	1			1	1
	ФЧКК		1	1			1	1			1	1			1	1			1	1
12	ЖАПК	1			1				1				1			1		1		
	ФЧРК	1			1					1	1			1	1	1			1	1
	ФЧКК		1	1		1	1			1	1			1	1	1			1	1
13	ЖАПК	1		1												1		1		
	ФЧРК	1			1	1											1	1	1	1
	ФЧКК		1	1	1	1											1	1	1	1
14	ЖАПК	1		1			1				1			1		1		1		
	ФЧРК	1			1	1	1					1	1	1			1	1	1	1
	ФЧКК		1	1	1	1	1					1	1	1			1	1	1	1
15	ЖАПК	1		1		1		1				1		1		1		1		
	ФЧРК	1			1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1	1	1
	ФЧКК		1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1	1	1

Таблица П3 – Коды SBNS (Scaled Bergman Number System) для чисел 16–22, где: ЖАПК – Жадный Алгоритм Представления Кода, ФЧРК – Фильтр Четности Рабочий Код, ФЧКК – Фильтр Четности Контрольный Код

Число	Ограничения представления кода SBNS	Веса SBNS																			
		10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	–1	–2	–3	–4	–5	–6	–7	–8	–9	–10
		24,59837387625	15,2026311235	9,39574275275	5,80688837075	3,588854382	2,21803398875	1,37082039325	0,8472135955	0,52360679775	0,32360679775	0,2	0,12360679775	0,07639320225	0,0472135955	0,02917960675	0,01803398875	0,011145618	0,00688837075	0,00425724725	0,0026311235	0,00162612375
16	ЖАПК		1							1		1			1		1		1			1
	ФЧРК		1							1			1	1	1			1	1	1	1	1
	ФЧКК			1	1					1			1	1	1			1	1	1	1	1
17	ЖАПК		1					1			1			1			1		1			1
	ФЧРК		1					1			1			1			1			1	1	1
	ФЧКК			1	1			1			1			1			1			1	1	1
18	ЖАПК		1				1			1					1				1			1
	ФЧРК		1					1	1	1					1					1	1	1
	ФЧКК			1	1			1	1	1					1					1	1	1
19	ЖАПК		1			1						1							1			1
	ФЧРК		1			1							1	1					1			1
	ФЧКК			1	1	1							1	1					1			1
20	ЖАПК		1		1				1		1					1			1			1
	ФЧРК		1			1	1			1	1	1	1			1			1			1
	ФЧКК			1	1	1	1			1	1	1	1			1			1			1
21	ЖАПК		1			1		1		1		1		1		1			1			1
	ФЧРК		1			1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			1
	ФЧКК			1	1	1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			1
22	ЖАПК		1		1				1				1				1					1
	ФЧРК		1			1	1			1	1			1	1			1	1			1
	ФЧКК			1	1	1	1			1	1			1	1			1	1			1

Таблица П4 – Коды SBNS (Scaled Bergman Number System) для чисел 23–30, где: ЖАПК – Жадный Алгоритм Представления Кода, ФЧРК – Фильтр Четности Рабочий Код, ФЧКК – Фильтр Четности Контрольный Код

Число	Ограничения представления кода SBNS	Веса SBNS																					
		10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	–1	–2	–3	–4	–5	–6	–7	–8	–9	–10	–11	–12
		24,59837387625	15,2026311235	9,39574275275	5,80688837075	3,588854382	2,21803398875	1,37082039325	0,8472135955	0,52360679775	0,32360679775	0,2	0,12360679775	0,07639320225	0,0472135955	0,02917960675	0,01803398875	0,011145618	0,00688837075	0,00425724725	0,0026311235	0,00162612375	0,00100499975	0,000621124
23	ЖАПК		1		1			1		1				1			1					1		
	ФЧРК		1			1	1	1			1	1			1	1	1					1		
	ФЧКК			1	1	1	1	1			1	1			1	1	1					1		
24	ЖАПК		1		1		1			1		1			1							1		
	ФЧРК		1			1	1	1	1	1			1	1	1							1		
	ФЧКК			1	1	1	1	1	1	1			1	1	1							1		
25	ЖАПК	1									1			1								1		
	ФЧРК	1									1			1									1	1
	ФЧКК		1	1							1			1									1	1
26	ЖАПК	1						1								1						1		
	ФЧРК	1							1	1							1	1					1	1
	ФЧКК		1	1					1	1							1	1					1	1
27	ЖАПК	1					1						1		1			1				1		
	ФЧРК	1					1							1	1	1	1	1					1	1
	ФЧКК		1	1			1							1	1	1	1	1					1	1
28	ЖАПК	1					1		1		1							1				1		
	ФЧРК	1					1			1	1	1	1						1	1			1	1
	ФЧКК		1	1			1			1	1	1	1						1	1			1	1
29	ЖАПК	1				1				1		1		1				1				1		
	ФЧРК	1					1	1			1	1	1	1	1	1			1	1			1	1
	ФЧКК		1	1			1	1			1	1	1	1	1	1			1	1			1	1
30	ЖАПК	1				1		1			1			1		1		1				1		
	ФЧРК	1					1	1	1	1	1			1			1	1	1	1			1	1
	ФЧКК		1	1			1	1	1	1	1			1			1	1	1	1			1	1

Таблица П5 – Коды SBNS (Scaled Bergman Number System) для чисел 31–38, где: ЖАПК – Жадный Алгоритм Представления Кода, ФЧРК – Фильтр Четности Рабочий Код, ФЧКК – Фильтр Четности Контрольный Код

Число	Ограничения представления кода SBNS	Веса SBNS																					
		10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	–1	–2	–3	–4	–5	–6	–7	–8	–9	–10	–11	–12
		24,59837387625	15,2026311235	9,39574275275	5,80688837075	3,588854382	2,21803398875	1,37082039325	0,8472135955	0,52360679775	0,32360679775	0,2	0,12360679775	0,07639320225	0,0472135955	0,02917960675	0,01803398875	0,011145618	0,00688837075	0,00425724725	0,0026311235	0,00162612375	0,00100499975	0,000621124
31	ЖАПК	1			1					1					1		1			1		1		
	ФЧРК	1			1					1					1			1	1	1			1	1
	ФЧКК		1	1	1					1					1			1	1	1			1	1
32	ЖАПК	1			1			1				1					1			1		1		
	ФЧРК	1			1			1					1	1				1	1	1			1	1
	ФЧКК		1	1	1			1					1	1				1	1	1			1	1
33	ЖАПК	1			1		1				1				1					1		1		
	ФЧРК	1			1			1	1			1	1			1	1			1			1	1
	ФЧКК		1	1	1			1	1			1	1			1	1			1			1	1
34	ЖАПК	1		1																1		1		
	ФЧРК	1			1	1															1	1	1	1
	ФЧКК		1	1	1	1															1	1	1	1
35	ЖАПК	1		1					1				1			1				1		1		
	ФЧРК	1			1	1			1					1	1	1					1	1	1	1
	ФЧКК		1	1	1	1			1					1	1	1					1	1	1	1
36	ЖАПК	1		1				1		1				1		1				1		1		
	ФЧРК	1			1	1			1	1	1	1			1	1	1	1			1	1	1	1
	ФЧКК		1	1	1	1			1	1	1	1			1	1	1	1			1	1	1	1
37	ЖАПК	1		1			1			1		1			1			1		1		1		
	ФЧРК	1			1	1	1			1			1	1	1			1			1	1	1	1
	ФЧКК		1	1	1	1	1			1			1	1	1			1			1	1	1	1
38	ЖАПК	1		1		1					1			1				1		1		1		
	ФЧРК	1			1	1	1	1			1			1					1	1	1	1	1	1
	ФЧКК		1	1	1	1	1	1			1			1					1	1	1	1	1	1

Таблица П6 – Коды SBNS (Scaled Bergman Number System) для чисел 39–46, где: ЖАПК – Жадный Алгоритм Представления Кода, ФЧРК – Фильтр Четности Рабочий Код, ФЧКК – Фильтр Четности Контрольный Код

Число	Ограничения представления кода SBNS	Веса SBNS																							
		11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	–1	–2	–3	–4	–5	–6	–7	–8	–9	–10	–11	–12
		39,80100499975	24,59837387625	15,2026311235	9,39574275275	5,80688837075	3,588854382	2,21803398875	1,37082039325	0,8472135955	0,52360679775	0,32360679775	0,2	0,12360679775	0,07639320225	0,0472135955	0,02917960675	0,01803398875	0,011145618	0,00688837075	0,00425724725	0,0026311235	0,00162612375	0,00100499975	0,000621124
39	ЖАПК		1		1		1		1								1		1		1		1		
	ФЧРК		1			1	1	1	1	1	1							1	1	1	1	1	1	1	1
	ФЧКК			1	1	1	1	1	1	1	1							1	1	1	1	1	1	1	1
40	ЖАПК	1												1		1		1		1		1			1
	ФЧРК	1													1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	ФЧКК		1	1											1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
41	ЖАПК	1								1		1						1		1		1			1
	ФЧРК	1									1	1	1	1					1	1	1	1	1	1	1
	ФЧКК		1	1							1	1	1	1					1	1	1	1	1	1	1
42	ЖАПК	1							1		1		1		1			1		1		1			1
	ФЧРК	1							1			1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1
	ФЧКК		1	1					1			1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	1	1
43	ЖАПК	1						1		1				1						1		1			1
	ФЧРК	1							1	1	1	1			1	1					1	1	1	1	1
	ФЧКК		1	1					1	1	1	1			1	1					1	1	1	1	1
44	ЖАПК	1					1				1				1					1		1			1
	ФЧРК	1					1					1	1			1	1				1	1	1	1	1
	ФЧКК		1	1			1					1	1			1	1				1	1	1	1	1
45	ЖАПК	1					1		1				1				1			1		1			1
	ФЧРК	1					1			1	1			1	1			1	1	1			1	1	1
	ФЧКК		1	1			1			1	1			1	1			1	1	1			1	1	1
46	ЖАПК	1				1						1				1		1				1			1
	ФЧРК	1					1	1					1	1			1	1	1	1			1	1	1
	ФЧКК		1	1			1	1					1	1			1	1	1	1			1	1	1

Таблица П7 – Коды SBNS (Scaled Bergman Number System) для чисел 47–54, где: ЖАПК – Жадный Алгоритм Представления Кода, ФЧРК – Фильтр Четности Рабочий Код, ФЧКК – Фильтр Четности Контрольный Код

Число	Ограничения представления кода SBNS	Веса SBNS																							
		11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	–1	–2	–3	–4	–5	–6	–7	–8	–9	–10	–11	–12
		39,80100499975	24,59837387625	15,2026311235	9,39574275275	5,80688837075	3,588854382	2,21803398875	1,37082039325	0,8472135955	0,52360679775	0,32360679775	0,2	0,12360679775	0,07639320225	0,0472135955	0,02917960675	0,01803398875	0,011145618	0,00688837075	0,00425724725	0,0026311235	0,00162612375	0,00100499975	0,000621124
47	ЖАПК	1				1			1									1				1			1
	ФЧРК	1					1	1	1									1					1	1	1
	ФЧКК		1	1			1	1	1									1					1	1	1
48	ЖАПК	1				1		1						1		1						1			1
	ФЧРК	1					1	1	1	1					1	1	1	1					1	1	1
	ФЧКК		1	1			1	1	1	1					1	1	1	1					1	1	1
49	ЖАПК	1				1		1		1		1										1			1
	ФЧРК	1					1	1	1	1	1	1	1	1									1	1	1
	ФЧКК		1	1			1	1	1	1	1	1	1	1									1	1	1
50	ЖАПК	1			1						1		1		1							1			1
	ФЧРК	1			1							1	1	1	1	1	1					1			1
	ФЧКК		1	1	1							1	1	1	1	1	1					1			1
51	ЖАПК	1			1				1			1			1		1					1			1
	ФЧРК	1			1					1	1	1			1			1	1			1			1
	ФЧКК		1	1	1					1	1	1			1			1	1			1			1
52	ЖАПК	1			1			1			1					1			1			1			1
	ФЧРК	1			1			1			1					1			1			1			1
	ФЧКК		1	1	1			1			1					1			1			1			1
53	ЖАПК	1			1		1						1						1			1			1
	ФЧРК	1			1			1	1					1	1					1	1	1			1
	ФЧКК		1	1	1			1	1					1	1					1	1	1			1
54	ЖАПК	1			1		1			1		1					1		1			1			1
	ФЧРК	1			1			1	1	1			1	1			1			1	1	1			1
	ФЧКК		1	1	1			1	1	1			1	1			1			1	1	1			1

Таблица П8 – Разрядные веса SBNS для 64-разрядного регистра ($n \in [-31, 32]$)

Индекс (n)	Число Люка (L_n)	Число Фибоначчи (F_n)	Стандартизированный вес $\tilde{X}_n$	Масштабированное целое для ПЗУ ($\tilde{X}_n \times 10^{11}$)
-31	-3010349	1346269	0,00000009475	9475
-30	1860498	-832040	0,00000009	9000
-29	-1149851	514229	0,00000018475	18475
-28	710647	-317811	0,00000027475	27475
-27	-439204	196418	0,0000004595	45950
-26	271443	-121393	0,00000073425	73425
-25	-167761	75025	0,00000119375	119375
-24	103682	-46368	0,000001928	192800
-23	-64079	28657	0,00000312175	312175
-22	39603	-17711	0,00000504975	504975
-21	-24476	10946	0,0000081715	817150
-20	15127	-6765	0,00001322125	1322125
-19	-9349	4181	0,00002139275	2139275
-18	5778	-2584	0,000034614	3461400
-17	-3571	1597	0,00005600675	5600675
-16	2207	-987	0,00009062075	9062075
-15	-1364	610	0,0001466275	14662750
-14	843	-377	0,00023724825	23724825
-13	-521	233	0,00038387575	38387575
-12	322	-144	0,000621124	62112400
-11	-199	89	0,00100499975	100499975
-10	123	-55	0,00162612375	162612375
-9	-76	34	0,0026311235	263112350
-8	47	-21	0,00425724725	425724725
-7	-29	13	0,00688837075	688837075
-6	18	-8	0,011145618	1114561800
-5	-11	5	0,01803398875	1803398875
-4	7	-3	0,02917960675	2917960675
-3	-4	2	0,0472135955	4721359550
-2	3	-1	0,07639320225	7639320225
-1	-1	1	0,12360679775	12360679775
0	2	0	0,2	20000000000

Индекс (n)	Число Люка (L_n)	Число Фибоначчи (F_n)	Стандартизированный вес $\tilde{X}_n$	Масштабированное целое для ПЗУ ($\tilde{X}_n \times 10^{11}$)
1	1	1	0,32360679775	32360679775
2	3	1	0,52360679775	52360679775
3	4	2	0,8472135955	84721359550
4	7	3	1,37082039325	137082039325
5	11	5	2,21803398875	221803398875
6	18	8	3,588854382	358885438200
7	29	13	5,80688837075	580688837075
8	47	21	9,39574275275	939574275275
9	76	34	15,2026311235	1520263112350
10	123	55	24,59837387625	2459837387625
11	199	89	39,80100499975	3980100499975
12	322	144	64,399378876	6439937887600
13	521	233	104,20038387575	10420038387575
14	843	377	168,59976275175	16859976275175
15	1364	610	272,8001466275	27280014662750
16	2207	987	441,39990937925	44139990937925
17	3571	1597	714,20005600675	71420005600675
18	5778	2584	1155,599965386	115559996538600
19	9349	4181	1869,80002139275	186980002139275
20	15127	6765	3025,39998677875	302539998677875
21	24476	10946	4895,2000081715	489520000817150
22	39603	17711	7920,59999495025	792059999495025
23	64079	28657	12815,80000312175	1281580000312175
24	103682	46368	20736,399998072	2073639999807200
25	167761	75025	33552,20000119375	3355220000119375
26	271443	121393	54288,59999926575	5428859999926575
27	439204	196418	87840,8000004595	8784080000045950
28	710647	317811	142129,39999972525	14212939999972525
29	1149851	514229	229970,20000018475	22997020000018475
30	1860498	832040	372099,59999991	37209959999991000
31	3010349	1346269	602069,80000009475	60206980000009475
32	4870847	2178309	974169,40000000475	97416940000000475