А.В. Ворон

Магические квадраты 4-го и 8-го порядков: математические проекции и практическое применение

Аннотация. Исследование показало, что проецирование магических квадратов 4-го и 8-го порядка на тессеракт сохраняет их фундаментальные числовые инварианты. Спроецирован так же квадрат Дюрера 4×4 на вершины восьмиугольной призмы со внутренними пространственными связями. Полученные в настоящем исследовании результаты открывают перспективы использования многомерной геометрии для создания новых алгоритмов распределения данных. Представленные математические симметрии могут найти практическое применение в высокотехнологичных и теоретических дисциплинах.

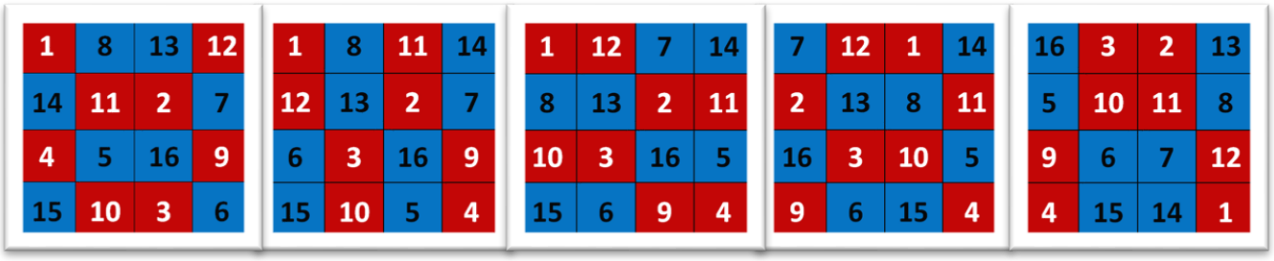
Ключевые слова: магический квадрат, математическая проекция, пространственно-числовая симметрия, четырехмерный гиперкуб, тессеракт, многомерная структура.

Введение. Самый ранний уникальный магический квадрат 4×4 обнаружен в надписи XI века в индийском городе Кхаджурахо. Квадрат 4×4, изображённый на гравюре Альбрехта Дюрера «Меланхолия» (рисунок 1), считается самым ранним в европейском искусстве.



Рисунок 1 – Магические квадраты: слева – гравюра А. Дюрера «Меланхолия»; справа вверху – квадрат Дюрера; справа внизу – квадрат Кхаджурахо

В первом исследовании [1] было показано, что инвариантами строения пандиагональных квадратов 4×4 являются пары чисел равные в сумме одному из двух чисел Фибоначчи – 13 или 21 [1]. Различные варианты симметричного комбинирования этих числовых пар образуют множество пандиагональных квадратов 4×4 (рисунок 2).



а) б) в) г) д)

Рисунок 2 – Магические квадраты: а, б, в – основные варианты квадратов 4×4; г – квадрат Кхаджурахо; д – квадрат Дюрера

Кроме того, во втором исследовании [2] были определены формулы для расчета суммы ряда чисел – так называемой постоянной – составляющих квадрат и куб определенного порядка. Проанализирована центральная симметрия магических квадратов от 2-го до 8-го порядка, а также – магических кубов от 3-го до 5-го порядка. Исходя из логики построения магических квадратов и кубов, построены два подобных магических объекта – куб в кубе и кубы в кубе. Первый – построен на основании магического квадрата 4-го порядка (Albrecht Dürer, 1514), а второй – на основании магического квадрата 8-го порядка. Указанные магические фигуры обладают «смешанной» симметрией [2].

В третьем исследовании [3] показана возможность формульного расчета паттернов идеальных магических квадратов 4-го и 8-го порядка, магических кубов 2-го и 4-го порядка, а также обосновывается гипотеза, согласно которой, к числам, как к идеальным объектам, применимы законы диалектики. В частности, наличие математических паттернов может охарактеризовать диалектический закон «единства и борьбы противоположностей», когда в качестве противоположностей выступают суммы чисел паттерна. Наличие константы золотого деления или ее производных между паттернами противоположностями, вероятно, обусловлено свойством единства составляющих такое целое элементов. Это единство составляющих целое элементов, вероятно, обусловлено наибольшим количеством структурных математических связей получаемых в связи с уникальными свойствами золотых пропорциональных отношений [3].

Основная часть. *Объект исследования* – магические числовые матрицы (квадраты и кубы) 4-го и 8-го порядков, а также многомерные геометрические пространства (в частности, четырехмерный гиперкуб – тессеракт).

Предмет исследования – закономерности пространственно-числовой симметрии при математическом проецировании магических квадратов в многомерные структуры.

Пространственная числовая симметрия – это гармоничное, сбалансированное распределение количественных параметров, координат или геометрических элементов относительно центра, оси или плоскости в трехмерном пространстве. Она необходима для обеспечения структурной стабильности, правильного функционирования систем и точности вычислений. Ниже приведены ключевые сферы, где пространственная числовая симметрия играет критически важную роль.

Архитектура и строительная инженерия.

- Распределение нагрузок. Симметричное расположение несущих колонн и балок равномерно распределяет вес здания на фундамент.
- Сейсмостойкость. Здания с правильной пространственной геометрией лучше выдерживают колебания грунта и реже скручиваются при землетрясениях.

• Акустика залов. В театрах и филармониях числовые пропорции стен проектируют симметрично для идеального отражения и фокусировки звуковых волн.

Машиностроение и аэродинамика.

• Балансировка роторов. В турбинах, двигателях и колесах масса должна быть распределена идеально симметрично относительно оси вращения для исключения вибраций.

• Аэродинамические формы. Крылья самолетов, корпуса ракет и кузова автомобилей требуют строгого зеркального равенства сторон и объемов для стабильности воздушного потока.

• Центровка масс. Симметричное распределение тяжелых узлов в пространстве аппарата удерживает центр тяжести в строго заданной точке.

Информационные технологии и графика.

• 3D-моделирование. Программирование персонажей и объектов в видеоиграх опирается на симметрию полигональных сеток для оптимизации рендеринга.

• Пространственный звук. Алгоритмы распределения аудио (например, Dolby Atmos) используют точные числовые задержки для создания симметричной звуковой сцены вокруг слушателя.

• Компьютерное зрение. Роботы и автопилоты используют симметричные матрицы калибровки стереокамер для точного определения расстояния до объектов.

Физика, химия и кристаллография.

• Кристаллические решетки. Структура минералов, металлов и полупроводников определяется строгой пространственной симметрией расположения атомов, что задает их физические свойства.

• Молекулярная биология. Структура ДНК, белковых комплексов и оболочек вирусов (капсидов) часто имеет правильную геометрическую и числовую симметрию для стабильности хранения генетического кода.

• Квантовая механика. Пространственная симметрия волновых функций упрощает расчеты энергетических уровней электронов в атомах.

На рисунке 3 представлен магический квадрат Дюрера 4×4 (с числами от 1 до 16), спроецированный на вершины тессеракта (четырехмерного гиперкуба) [1, 2]. Здесь 16 вершин четырехмерного куба, каждой из которых сопоставлено одно число из оригинального квадрата Дюрера. Где может использоваться такая структура (16-вершинный тессеракт) (рисунок 3):

• **Коды Хемминга (7,4) и (8,4).** Вершины тессеракта кодируются 4-битными двоичными числами (от 0000 до 1111). Симметричное распределение весов и чисел используется для обнаружения и исправления ошибок при передаче данных в оперативной памяти и спутниковой связи.

• **Квантовые вычисления.** 16 состояний этой структуры эквивалентны системе из 4 кубитов ($2^4 = 16$). Числовая симметрия помогает описывать перепутанные состояния и проектировать квантовые вентили (логические элементы).

• **Оптимизация карт Карно**. В цифровой схемотехнике логические функции от 4 переменных минимизируются через топологию гиперкуба, где соседние вершины отличаются ровно на 1 бит (код Грея).

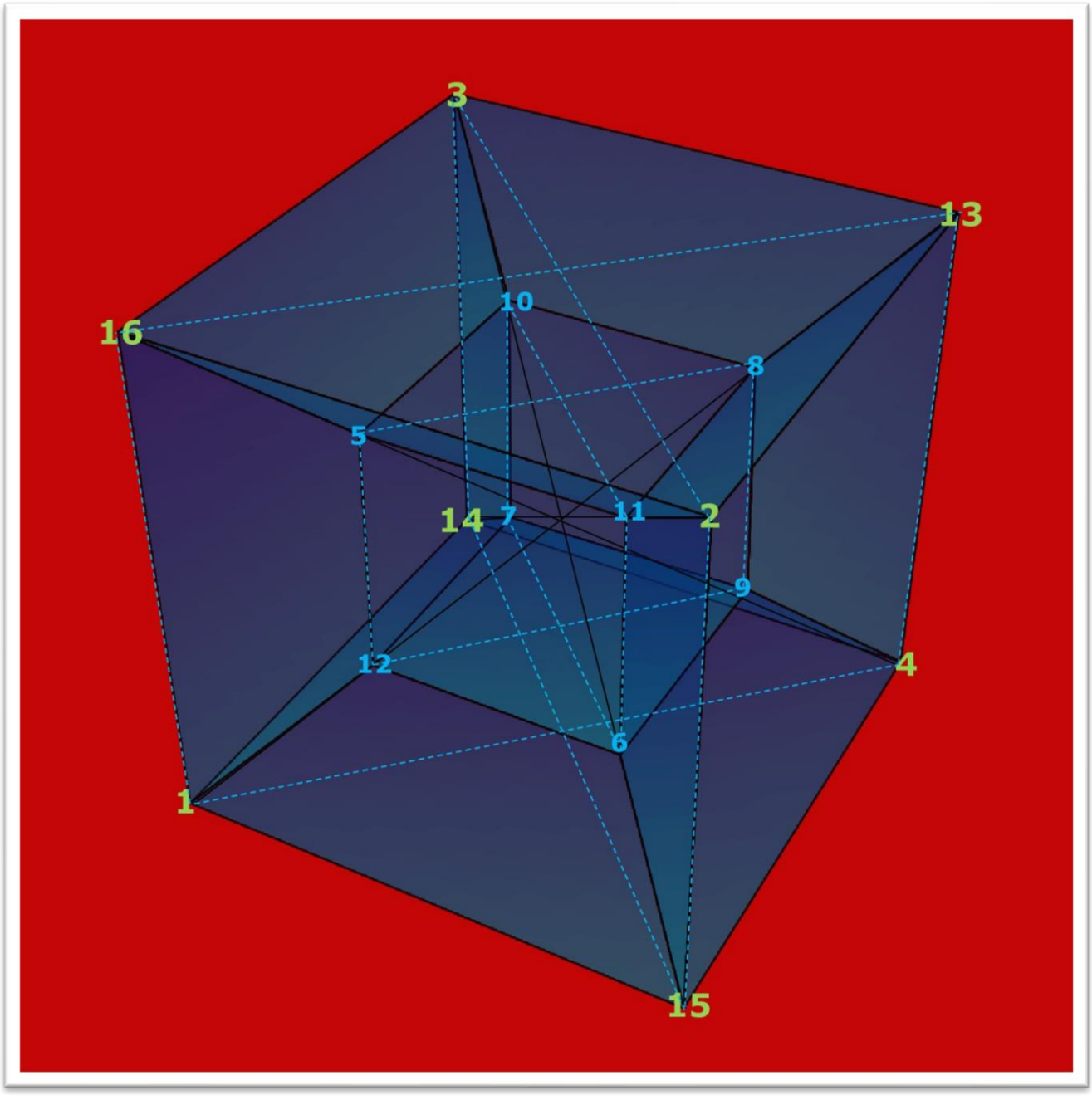


Рисунок 3 – Магический квадрат Дюрера 4×4, спроецированный на вершины тессеракта со внутренними пространственными связями

На рисунке 4 представлена магический квадрат 8×8 (содержащий числа от 1 до 64), спроецированный на геометрию тессеракта [2]. В такой модели соблюдается идеальный баланс: суммы чисел вдоль всех ребер, плоскостей, сечений и пространственных диагоналей равны одной константе (130).

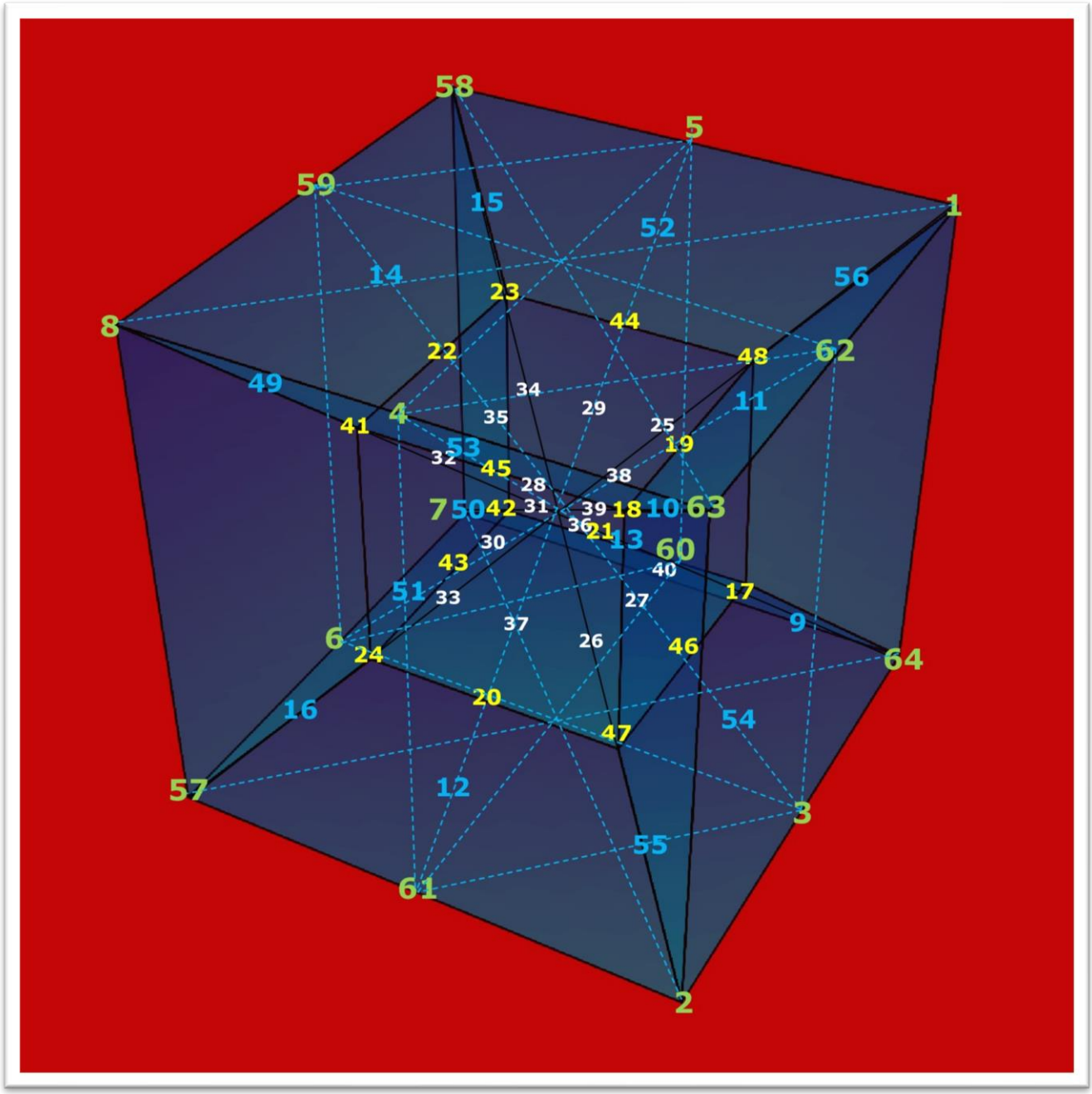


Рисунок 4 – Магический квадрат 8×8, спроецированный на геометрию тессеракта со внутренними пространственными связями

Эта уникальная пространственная и числовая симметрия (рисунок 4) может найти применение в высокотехнологичных и теоретических дисциплинах:

Криптография и шифрование данных.

- Проектирование S-блоков. Симметричные матрицы гиперкубов используются для создания таблиц замен (S-boxes) в блочных шифрах (например, в алгоритмах типа AES).
- Максимальная энтропия. Равномерное распределение чисел усложняет математический анализ зашифрованного текста и защищает данные от дифференциального криптоанализа.
- Генерация псевдослучайных чисел. Алгоритмы обхода вершин такого гиперкуба служат основой для криптографически стойких генераторов шума.

Стеганография и защита цифрового контента.

- Скрытие информации. Числовая матрица гиперкуба определяет координаты пикселей, в которые внедряются скрытые водяные знаки или зашифрованные сообщения.

• Защита от обнаружения. Благодаря числовому балансу изменения в файле распределяются равномерно, что делает их невидимыми для систем статического и спектрального анализа.

Сетевые технологии и суперкомпьютеры.

• Архитектура межпроцессорных связей. Топология «гиперкуб» используется для соединения тысяч процессоров в суперкомпьютерах.

• Маршрутизация трафика. Симметричное распределение адресов по вершинам тессеракта минимизирует задержки (число «хопов») при передаче пакетов данных между узлами.

Теория кодирования и передача сигналов.

• Коды, исправляющие ошибки. Пространственные числовые структуры помогают создавать алгоритмы помехоустойчивого кодирования информации.

• Многомерная модуляция. Симметрия помогает распределять сигналы в беспроводных сетях (например, в системах 5G/6G) для минимизации взаимных помех.

Планирование экспериментов (комбинаторика).

• Многофакторный анализ. Гиперкубические матрицы позволяют ученым тестировать десятки независимых параметров одновременно с минимальным количеством физических тестов.

На рисунке 5 представлен магический квадрат Дюрера 4×4, спроецированный на вершины восьмиугольной призмы со внутренними пространственными связями, вершины которой пронумерованы числами от 1 до 16.

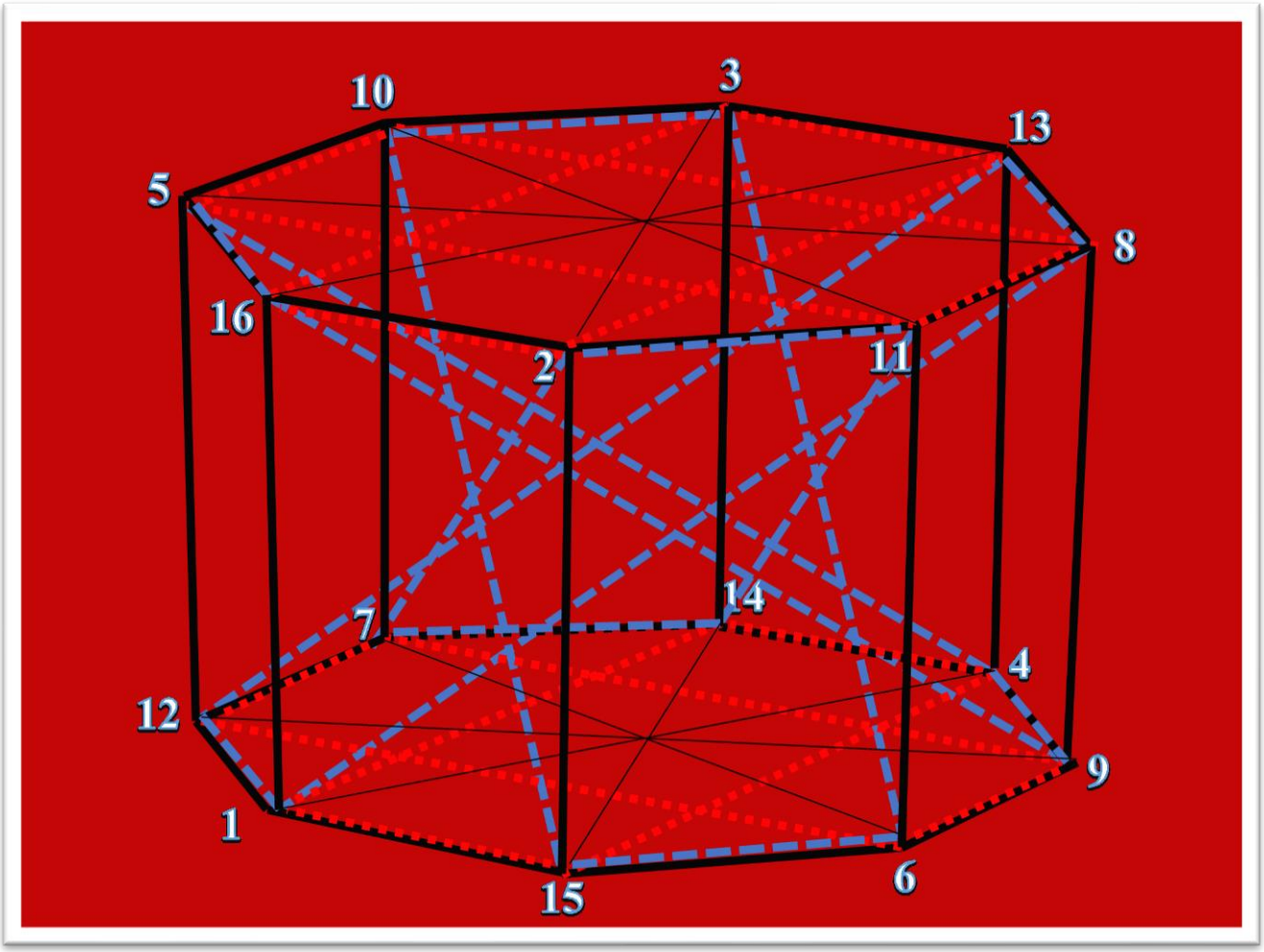


Рисунок 5 – Магический квадрат Дюрера 4×4, спроецированный на вершины восьмиугольной призмы со внутренними пространственными связями

Такая геометрическая и топологическая структура (рисунок 5) может найти применение в следующих высокотехнологичных областях:

Архитектура суперкомпьютеров (Топология «Гиперкуб»).

• Параллельные вычисления. Эта схема используется для физического соединения процессоров (узлов) в суперкомпьютерах.

• Эффективная маршрутизация. В такой сети каждый из 16 процессоров связан ровно с четырьмя соседними. Максимальное число шагов (хопов) для передачи данных между любыми двумя самыми удаленными узлами равно всего 4, что минимизирует задержки.

Квантовые вычисления и симуляции.

• Регистры на 4 кубита. Система из 4 кубитов имеет ровно 16 чистых состояний (от 0000 до 1111). Каждая вершина этой конструкции соответствует одному состоянию.

• Квантовые алгоритмы. Ребра и внутренние диагонали (синие пунктирные линии) показывают разрешенные переходы между состояниями при воздействии квантовых вентилей (например, оператора контролируемого НЕ – CNOT).

Цифровая электроника и схемотехнический синтез.

• Четырёхмерные карты Карно. При проектировании микросхем логические функции от 4 переменных разворачиваются именно по этой топологии.

• Коды Грея. Переход по ребрам этой фигуры соответствует изменению всего одного бита в четырехзначном двоичном коде (например, от 0000 к 0001), что предотвращает сбои и гонки сигналов в процессорах.

Теория кодирования и защита от помех.

• Код Хемминга (8,4). Векторы данных распределяются по вершинам этой 4D-фигуры. Расстояние между вершинами (число ребер между ними) соответствует «расстоянию Хемминга». Это позволяет системам связи (например, спутниковому ТВ или Wi-Fi) автоматически находить и исправлять ошибки, возникшие из-за помех в воздухе.

Сетевые нейроматрицы.

• Многомерные ассоциативные нейросети. В искусственном интеллекте такие графы применяются для организации памяти, где сильно связанные концепты находятся на соседних вершинах, а противоположные — на диаметрально дальних (например, пары 1 и 16, 2 и 15).

Заключение.

1. Исследование показало, что проецирование магических квадратов 4-го и 8-го порядка на тессеракт сохраняет их фундаментальные числовые инварианты, демонстрируя высокую эффективность данных структур в криптографии и оптимизации высокотехнологичных систем. Спроецирован так же квадрат Дюрера 4×4 на вершины восьмиугольной призмы со внутренними пространственными связями.

2. Полученные в настоящем исследовании результаты открывают перспективы использования многомерной геометрии для создания новых алгоритмов распределения данных. Представленные математические симметрии могут найти практическое применение в высокотехнологичных и теоретических дисциплинах.

Список литературы:

1. Ворон, А.В. Магические квадраты 4×4 и золотое сечение // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.24149, 03.01.2018.

2. Ворон, А.В. Числовая симметрия магических квадратов и кубов // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.29292, 04.01.2025.

3. Ворон, А.В. Паттерны идеальных магических квадратов 4-го и 8-го порядка, магических кубов 2-го и 4-го порядка // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.29432, 01.04.2025.