Ю.А. Гужеля

ГИРОСКОП И АНИЗОТРОПНОСТЬ ОКОЛОЗЕМНОГО ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

Аннотация

В данной статье рассмотрены свойства волчка и тяжёлого гироскопа в кардановом подвесе и сделаны выводы об анизотропности гравитационного поля Земли вблизи её поверхности.

Сделан вывод об изотропности гравитационного поля Земли на некотором удалении h от её поверхности. При дальнейшем удалении от земной поверхности земное гравитационное поле снова становится анизотропным.

При этом в плоскостях параллельных земной поверхности гравитационное поле Земли всегда остаётся изотропным.

Сделаны уточнения основных свойств гироскопа.

Выводы на стр. 11

Введение

Теория гироскопа, на первый взгляд, представляет собой стройную науку, исследованную математиками вдоль и поперёк. Тем не менее, в ней есть слабо изученные эффекты, не нашедшие правильного объяснения. Речь, прежде всего, идёт о волчке, т.е. о гироскопе, который имеет одну точку опоры. Из опытов известно, что ось быстро вращающегося волчка сохраняет строго вертикальное положение. А при принудительном отклонении волчка от вертикали он быстро восстанавливает своё вертикальное положение.

Прообразом волчка является трёхстепенной гироскоп в кардановом подвесе, у которого центр тяжести выше точки подвеса. Если такой гироскоп раскрутить в положении, когда его ось вращения находится под углом α к вертикали, он будет прецессировать под действием момента от силы тяжести. И, принято считать, что его прецессия будет происходить по конусу с углом 2α при вершине. Описание этого явления можно найти в научной, учебной и справочной литературе по физике, например в [Л 3. стр. 51]. Однако там не упоминается, что согласно опытным данным гироскоп стремится занять вертикальное положение, и верхний конец его оси вращения будет двигаться по сходящейся спирали.

Опыты с тяжёлым гироскопом в кардановом подвесе описаны в [Л 4], см. рис.1

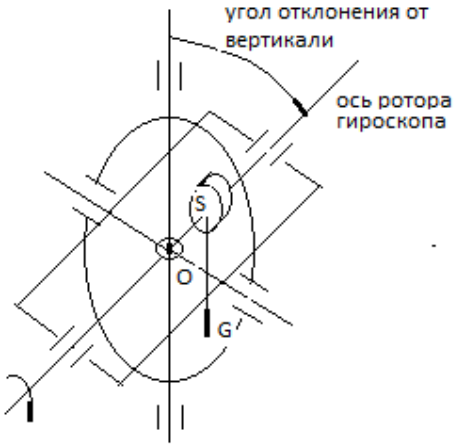


Рис.1

Гироскоп имел следующие параметры:

Момент инерции J =0,035 $кг \cdot м^2$

Диаметр ротора D = 0,193 м

Превышение центра тяжести ротора над центром подвеса s=0,00153 м

Угловая начальная скорость вращения ротора $\Omega = 125{,}6 \ рад/сек$

Вес ротора 82,9 Н

Всего было проведено 6 опытов с различными первоначальными углами отклонения оси ротора от вертикали. Получены следующие результаты:

Если угол отклонения от вертикали α был меньше 71 градуса, то после раскрутки ротора гироскоп стремился выпрямиться. Если угол α был больше 71 градуса, то после раскрутки ротора угол продолжал увеличиваться.

При первоначальном угле отклонения оси ротора 45 градусов, после раскрутки ротор выпрямился до вертикального положения за 5,8 минуты.

При первоначальном отклонении оси ротора больше 60 градусов ротор не успевал выпрямиться до вертикального положения, вследствие торможения, и после первоначального подъёма начинал опускаться.

Опыты проводились со специально завышенным торможением в подшипниках гироскопа.

Целью опытов являлась проверка теории предполагающей, что причиной выпрямления оси ротора гироскопа является сила трения в подшипниках гироскопа, направленная противоположно окружной скорости прецессии.

Авторы доклада [Л 4.]по результатам опытов сделали вывод, что опыты подтверждают теорию о влиянии трения в подшипниках на стремление гироскопа принять вертикальное положение.

Однако остаётся открытым вопрос: только ли трение в подшипниках вызывает прецессию гироскопа в вертикальной плоскости?

Чтобы исключить все сомнения, необходимо было провести аналогичные опыты с гироскопом, у которого трение в подшипниках практически отсутствует, и сравнить результаты.

Эти дополнительные опыты или не проведены до сих пор, или замалчиваются. Замалчиваются, по-видимому, по той причине, что исследователи пока не нашли, не увидели, силу, объясняющую стремление трёхстепенного гироскопа, при отсутствии трения в подшипниках, занять вертикальное положение.

Такая сила есть и связана она с анизотропностью гравитационного поля Земли, по отношению к законам механики.

Анизотропность земного гравитационного поля вблизи его поверхности выражается следующим образом:

Если тело движется параллельно земной поверхности, то оно обладает минимальной кинетической энергией по сравнению с телами, движущимися в других направлениях, при условии равенства масс и скоростей тел. Основные законы механики, записанные для этих тел, будут различаться коэффициентами, то есть действующие силы и кинетические энергии тел, будут пропорциональны.

Гироскоп, ось которого перпендикулярна к земной поверхности, очевидно, обладает минимальной кинетической энергией по сравнению с гироскопами, ось которых наклонена к земной поверхности. Этим и объясняется стремление гироскопа занять и сохранять вертикальное положение оси собственного вращения, см. рис 2

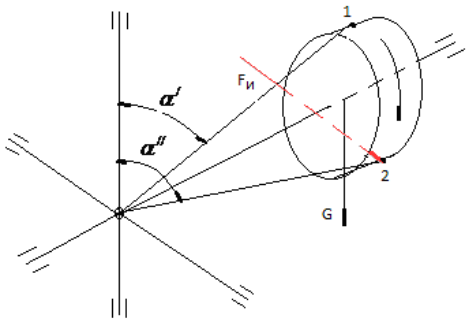


Рис. 2

Если гироскоп раскрутить так, чтобы его ось вращения находилась под углом α к вертикали, то верхняя часть ротора гироскопа будет находиться под углом $\alpha^{/}$ к вертикали, а нижняя часть ротора будет находиться под углом $\alpha^{//}$ к вертикали. Движение материальных точек в верхних и нижних положениях ротора будет подчиняться различным законам механики, вследствие анизотропности гравитационного поля Земли. Поэтому при повороте материальной точки из положения 1 в положение 2 она будет тормозиться. Это относится и ко всем другим материальным точкам ротора: при повороте в нижнее положение они будут тормозиться. Результирующая сила торможения (сила инерции $F_{И}$) будет направлена, так как показано на рисунке. См. красную стрелку. Что приведёт к прецессии гироскопа в вертикальной плоскости.

Теоретическое обоснование существования анизотропности гравитационного поля Земли, у её поверхности, следует из рассмотрения геометрических характеристик гравитационного поля, которые более подробно рассмотрены в [1], см. рис. 3

Геометрические характеристики земного гравитационного поля

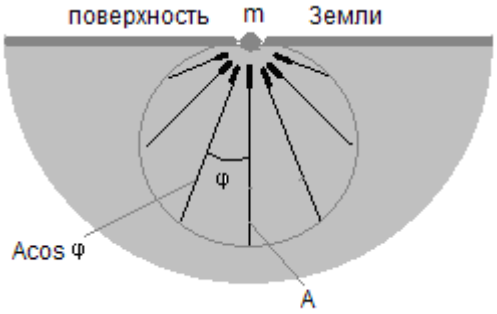


Рис. 3

примем следующие обозначения:

Φ – поток гравитационного излучения;

f – плотность гравитационного излучения (поток через единичную поверхность);

f^{φ} - плотность излучения в направлении φ; где φ - угол, отсчитываемый от вертикали (от радиус–вектора большой гравитирующей массы).

Тогда распределение гравитационного излучения на поверхности Земли по направлениям, запишется в виде:

$$f^{\varphi} = A \cdot \cos\varphi \quad (1)$$

Где, A – амплитуда гравитационного излучения в направлении центра Земли (т.е. наибольшая плотность гравитационного излучения) [Вт/м^2]

При нахождении пробного тела вблизи Земной поверхности, поверхность Земли можно представить в виде бесконечной плоскости. Следовательно, пробное тело будет облучаться гравитационным полем Земли со всех сторон в области нижней полусферы. Но облучение это будет неравномерным. Наиболее сильное (амплитудное) облучение будет приходить от центра Земли, а наиболее слабое (стремящееся к нулю) со стороны горизонта. Излучение, приходящее к пробному телу m под углом φ к вертикали равно амплитудному излучению, умноженному на $\cos\varphi$. Все вектора этого распределённого излучения помещаются внутри сферы, диаметром равным A.

Такое распределение гравитационного излучения можно назвать *косинусоидальным.*

Проверим, является ли косинусоидальное распределение излучений изотропным по отношению к механическим законам движения.

По-видимому, если распределение гравитационного излучения у поверхности Земли изотропно, то пробное тело при любом направлении движения пересекает одинаковое количество силовых линий гравитационного поля, и потому испытывает одинаковое сопротивление, при любом направлении движения. То есть, при изотропном поле проекции силовых линий гравитационного излучения на любые плоскости должны быть равны.

Если же проекции силовых линий гравитационного поля на различные плоскости не равны, то такое поле, очевидно, не будет изотропным.

Найдём проекции потока косинусоидального гравитационного излучения на горизонтальную и вертикальную плоскости.

Проекция потока гравитационного излучения на горизонтальную плоскость, см. рис.4

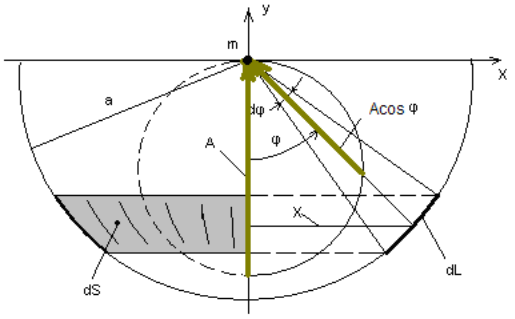


Рис.4

Окружим единичную массу *m* полусферой единичного радиуса (а)

Можно записать: $dL = d\varphi$

$dS = dL \cdot 2\pi \cdot X$, где: $X = \sin\varphi$

$dS = d\varphi \cdot 2\pi \cdot \sin\varphi$

Через сферическую полоску (dS) проходит поток гравитационного излучения, равный: $A \cdot \cos\varphi \cdot 2\pi \cdot \sin\varphi \cdot d\varphi$. Проекция этого потока на горизонтальную плоскость, составит: $A \cdot \cos\varphi \cdot 2\pi \cdot \sin\varphi \cdot d\varphi \cdot \sin\varphi$. Интегрируя это выражение по $d\varphi$, от $\varphi = 0$ до $\varphi = \pi/2$, получим проекцию потока гравитационного излучения Земли, на горизонтальную плоскость.

$$\Phi_{XZ} = A \cdot 2\pi \int_0^{\pi/2} \sin^2\varphi \cdot d\sin\varphi = A \cdot 2\pi \cdot \frac{\sin^3\varphi}{3}\Big|_0^{\pi/2} = \frac{2}{3}\pi \cdot A$$

$$\Phi_{XZ} = \frac{2}{3}\pi \cdot A \quad (3)$$

Проекция потока гравитационного излучения Земли на вертикальную плоскость, см. рис. 5

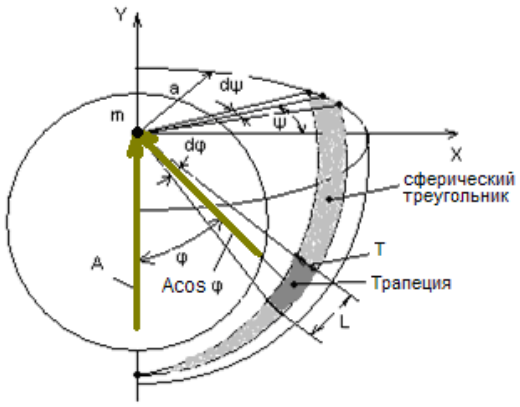


Рис.5

Окружим единичную массу (*m*) четвёртой частью сферы, с центром в точке *m*, радиусом «*a*», равным единице.

Разрежем эту четвертушку сферы на сферические треугольники. Ширина основания сферического треугольника равна $d\psi$. Рассмотрим один из этих треугольников (на рисунке он выделен светло серым цветом).

Разрежем выделенный треугольник на отдельные трапеции. Ширина трапеции (Т) равна: $d\psi \cdot \sin\varphi$. Длина трапеции равна: $d\varphi$. Площадь трапеции равна: $d\psi \cdot \sin\varphi \cdot d\varphi$. Поток гравитационного излучения, проходящего через трапецию, определяется выражением: $A \cdot \cos\varphi \cdot d\psi \cdot \sin\varphi \cdot d\varphi$. Интегрируя полученное выражение по $d\varphi$, от $\varphi = 0$ до $\varphi = \pi/2$, и вынося постоянные величины за знак интеграла, получим выражение для потока гравитационного излучения, проходящего через сферический треугольник:

$$A \cdot d\psi \cdot \int_0^{\pi/2} \sin\varphi \cdot d\sin\varphi = A \cdot d\psi \frac{\sin^2\varphi}{2}\Big|_0^{\pi/2} = \frac{1}{2} \cdot A \cdot d\psi$$

Проекция потока, проходящего через сферический треугольник, на вертикальную плоскость *XY*, запишется в виде: $\frac{1}{2} A \cdot d\psi \cdot \cos\psi$

Интегрируя полученное выражение по $d\psi$, от $\psi = 0$ до $\psi = \pi/2$, и умножая всё на 4 (чтобы получить проекцию потока проходящего через полусферу), получим:

$$\Phi_{XY} = 2A \int_0^{\pi/2} \cos\psi \cdot d\psi = 2A \cdot \sin\psi\Big|_0^{\pi/2} = 2A$$

$$\Phi_{XY} = 2A \quad (4)$$

Для сравнения запишем рядом проекцию потока гравитационного излучения на горизонтальную плоскость.

$$\Phi_{XZ} = \frac{2}{3}\pi \cdot A; \quad \Phi_{XZ} = 2{,}094\,A \quad (3)$$

То есть, полученные значения проекций на перпендикулярные плоскости различаются между собой на 4,7%.

Следовательно, косинусоидальное распределение излучения, нельзя считать изотропным.

Эта разница указывает на то, что материальные точки, движущиеся с равными скоростями в направлениях по радиусу Земли и параллельно земной поверхности, будут пересекать различное количество силовых линий гравитационного поля Земли. Следовательно, законы движения упомянутых выше материальных точек должны быть различны. Но это противоречит устоявшемуся мнению о независимости основного закона механики от параметров и от структуры гравитационных полей Земли, Солнца и Луны.

О том, что гравитационные поля больших гравитирующих масс на значительных расстояниях от них анизотропны по отношению к основному закону механики было показано в [Л 1]. Что касается гравитационных полей вблизи поверхностей этих масс и в частности вблизи поверхности Земли, пока не было оснований сомневаться в изотропности этих полей. Казалось, что эксперименты по проверке принципа эквивалентности гравитационной и инерционной масс, которые проводились на земной поверхности, попутно доказали и изотропность околоземного гравитационного поля.

Теперь же анализируя поведение волчка и гироскопа в кардановом подвесе,

необходимо признать, что анизотропность гравитационного поля Земли вблизи её поверхности имеет место быть.

При движении материальной точки параллельно земной поверхности она пересекает минимальное количество силовых линий земного гравитационного поля и преодолевает меньшее сопротивление поля. Очевидно, поэтому материальная точка в этом случае обладает минимальной кинетической энергией.

Если ось гироскопа вертикальна, то все материальные точки ротора гироскопа движутся в горизонтальных плоскостях. И в этом случае гироскоп обладает минимальной кинетической энергией. При этом положении оси гироскоп устойчив. При отклонении оси гироскопа от вертикали возникает сила, как показано на рис. 2, возвращающая ось гироскопа в вертикальное положение.

При горизонтальном положении оси гироскопа он обладает максимальной кинетической энергией. В этом положении гироскоп неустойчив и его поведение в основном определяется

влиянием анизотропного солнечно-лунного гравитационного поля. Земное гравитационное поле при повороте оси гироскопа в горизонтальной плоскости является изотропным и не оказывает существенного влияния на поведение гироскопа.

Изменение кинетической энергии гироскопа в зависимости от угла наклона оси гироскопа α изображено на рис. 6

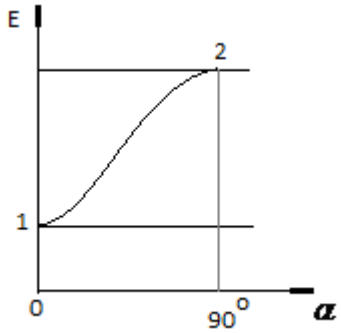


Рис. 6

Сила, возвращающая гироскоп в вертикальное положение, будет зависеть от угла α и, очевидно, будет пропорциональна производной от функции E в данной точке. Эта сила будет наибольшей при средних значениях углов, где производная от функции E существенно больше нуля и анизотропное поле Земли оказывает преимущественное влияние на прецессию гироскопа. Эта сила будет минимальна в окрестностях точек 1 и 2, где производная от функции E стремится к нулю. Здесь преимущественное влияние на поведение гироскопа будет оказывать анизотропное солнечно-лунное гравитационное поле. Что приводит к небольшим нутациям оси гироскопа в вертикальном положении.

Так что гироскоп, находящийся вблизи земной поверхности, взаимодействует с двумя анизотропными гравитационными полями: земным и солнечно-лунным. Какое из этих полей сильнее и насколько сильнее оно влияет на поведение гироскопа лучше узнать из экспериментов. Но можно и теоретически оценить сравнительное влияние упомянутых полей.

Сравнительное влияние солнечно-лунного поля и околоземного поля Земли на поведение гироскопа

Гравитационные поля Луны и Солнца у поверхности Земли анизотропны вследствие того, что Земли достигают только параллельные, или слабо расходящиеся, лучи этих небесных тел. И если ось вращения гироскопа направлена, скажем, на Солнце, то все материальные точки гироскопа, вращаясь, движутся всё время перпендикулярно силовым линиям гравитационного поля Солнца, см. рис. 7

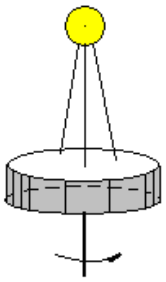


Рис. 7

В этом случае, на раскрутку гироскопа до угловой скорости Ω, надо затратить работу W_1. Если же главная ось гироскопа направлена перпендикулярно к силовым линиям гравитационного поля, то каждая материальная точка постоянно меняет своё направление относительно силовых линий гравитационного поля Солнца, см. рис. 8

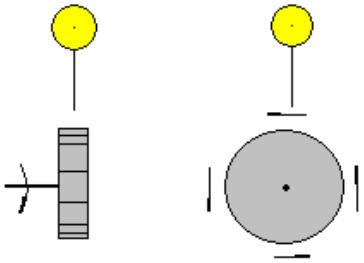


Рис.8

И для раскрутки гироскопа до той же скорости необходимо выполнить работу W_2.

Если W_1 больше W_2, то для того чтобы повернуть ось раскрученного гироскопа на угол $\Delta\alpha$, из положения α_2 в положение α_1, надо затратить работу

$$\Delta W = W_1 - W_2 (10)$$

Для чего придётся приложить момент сил (*M*) равный

$$M = \frac{\Delta W}{\Delta\alpha} (11)$$

В изотропном же поле, раскрученный гироскоп можно развернуть на угол $\Delta\alpha$, с бесконечно малой скоростью, практически без усилия и без затрат энергии. В изотропном поле сила требуется только для поворота оси гироскопа с определённой скоростью ω. Очевидно, что в анизотропном поле, для поворота оси гироскопа со скоростью ω потребуется во много раз большая сила.

Если принять, что в положении 1 за один оборот ротор гироскопа пересекает 100 силовых гравитационных линий, то в положении 2 ротор гироскопа пересечёт только 50 силовых линий гравитационного поля, то есть на 50 процентов меньше.

Для земного гравитационного поля разность проекций силовых линий на перпендикулярные плоскости составляет 4,7 процентов.

И если гироскоп при вертикальном положении оси ротора пересечёт 100 силовых линий. То при горизонтальном положении ротора он пересечёт примерно 97,65 силовых линий, то есть на 2,35 процента меньше, в связи с тем, что материальные точки ротора будут двигаться как по вертикали, так и по горизонтали.

То есть анизотропность солнечно-лунного поля в 21 раз больше земного. Но зато напряжённость солнечно-лунного поля у земной поверхности, примерно, в 1700 раз меньше напряжённости гравитационного поля Земли, у её поверхности. В итоге, земное анизотропное поле должно влиять на гироскоп, примерно, в 80 раз сильнее.

Таким образом, свободный гироскоп, ось вращения которого не параллельна горизонтальной плоскости, находится под влиянием анизотропных полей Земли, Солнца и Луны. Причём влияние анизотропного гравитационного поля Земли наиболее сильное.

Для этого случая формула второго основного свойства гироскопа запишется в виде

$$\bar{M} = K_A^{S+L} \cdot J_y \cdot \bar{\omega}_A \times \bar{\Omega} + K_A^E \cdot J_y \cdot \bar{\omega}_A \times \bar{\Omega}$$

Где, $\bar{M}$ - момент сил, вызывающий прецессию;

K_A^{S+L} – коэффициент анизотропный солнечно-лунного гравитационного поля

J_y - момент инерции относительно оси, перпендикулярной оси собственного вращения гироскопа;

$\bar{\omega}_A$ - угловая скорость прецессии относительно анизотропного поля

$\bar{\Omega}$ - собственная угловая скорость вращения гироскопа;

K_A^E - коэффициент анизотропный земного гравитационного поля.

Коэффициенты: K_A^{S+L} и K_A^E, - не постоянны и зависят от угла между осью вращения гироскопа и радиус-вектором, проведённым к центру гравитирующей массы.

Коэффициент K_A^E в диапазоне $\varphi = (0 - \pi/2)$ превышает коэффициент K_A^{S+L}. Но при приближении к крайним точкам и в окрестности крайних точек коэффициент K_A^E меньше коэффициента K_A^{S+L}.

Замечательное свойство гравитационного поля Земли на удалении от земной поверхности

При удалении от земной поверхности пробное тело уже не будет облучаться гравитационным полем Земли в области нижней полусферы, то есть максимальный угол φ в формулах (3) и (4) уже не будет равен 90 градусам, он будет меньше.

Для этого случая формулы (3) и (4) проекций силовых линий гравитационного поля на горизонтальную и вертикальную плоскости запишутся в виде:

$$\Phi_{XZ} = \frac{2}{3}\pi \cdot A \cdot \sin^3 \varphi \Big/_0^{\varphi_{\max}} \quad (3)$$

$$\Phi_{XY} = 2A \cdot \sin^2 \varphi \Big/_0^{\varphi_{\max}} \quad (4)$$

Где $\varphi_{\max}$ меньше 90 градусов

При выводе уравнения (4) был изменён порядок вычисления двойного интеграла.

Проекция Φ_{XZ} больше проекции Φ_{XY}, но скорость её уменьшения, при уменьшении φ, больше. Следовательно, при каком-то значении угла φ, проекции силовых линий гравитационного поля на горизонтальную и вертикальную плоскости станут равны.

Приравняем правые части формул (3) и (4) сократим подобные члены, получим:

$$\frac{\pi}{3}\sin\varphi = 1; \sin\varphi = \frac{3}{\pi}; \varphi = 72{,}73^o$$

Определим, на каком расстоянии от поверхности Земли максимальный угол облучения пробного тела равен $\varphi = 72{,}73^o$, см. рис. 9

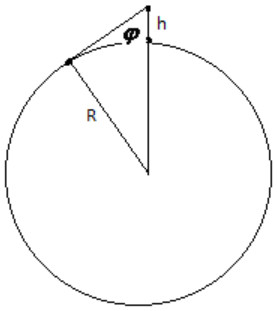


Рис. 9

На рисунке приняты следующие обозначения:

R - радиус Земли;

φ - максимальный угол облучения пробного тела;

h - высота пробного тела над поверхностью Земли

Из геометрических соображений можно записать

$\frac{R}{R+h} = \sin\varphi$, отсюда $h = R\frac{1-\sin\varphi}{\sin\varphi}$,подставляя значения, получим:

$h = 0{,}047\,R$; $h \approx 300$ км.

То есть, на удалении примерно 300 км от земной поверхности проекции силовых линий гравитационного поля Земли на горизонтальную и вертикальную плоскости равны между собой. Следовательно, гравитационное поле Земли на таком удалении от земной поверхности изотропно по отношению к законам механики при любом направлении движения пробных тел и при любой ориентации оси гироскопа.

На большем удалении гравитационное поле Земли снова становится анизотропным. Но здесь уже проекции силовых линий гравитационного поля на вертикальную плоскость будут больше проекций силовых линий поля на горизонтальную плоскость.

Подводя итог, изложенному в данной статье и учитывая результаты, полученные в [Л 2] сделаем следующие выводы.

Выводы

1. **Первое основное свойство гироскопа** можно сформулировать следующим образом.

Гироскоп стремится сохранить своё положение относительно анизотропных гравитационных полей ближайших наиболее влиятельных небесных тел: Земли, Солнца, Луны.

В частности:

- гироскоп с вертикальной осью вращения сохраняет свое положение относительно земного гравитационного поля, совершая небольшие нутационные колебания относительно вертикального положения под воздействием анизотропного солнечно-лунного гравитационного поля;

- гироскоп, раскрученный при положении оси вращения под углом к горизонту, стремится занять вертикальное положение и прецессирует в вертикальной плоскости до достижения вертикального положения. Можно также сказать, что гироскоп стремится занять положение с наименьшей кинетической энергией в анизотропном гравитационном поле Земли;

- В горизонтальной плоскости гравитационное поле Земли изотропно и оказывает слабое влияние на положение гироскопа. В этом случае гироскоп будет сохранять своё положение относительно внешнего гравитационного поля и будет прецессировать, вследствие вращения Земли, относительно земного гравитационного поля. Гироскоп будет прецессировать до тех пор, пока ось гироскопа не займёт направление гироскопического азимута N_g. Угол этот зависит от широты места установки гироскопа. Гироскоп в дальнейшем будет удерживать это направление, относительно земного меридиана.

Это последнее свойство гироскопа используется на практике в гирокомпасах [Л 2]

Второе основное свойство гироскопа отражают следующие формулы:

$\bar{M} = K_A^{S+L} \cdot J_y \cdot \bar{\omega}_A \times \bar{\Omega} + K_A^E \cdot J_y \cdot \bar{\omega}_A \times \bar{\Omega}$ - это формула записана для случая, когда ось гироскопа расположена под углом к горизонтальной плоскости и прецессирует к положению устойчивого равновесия (к вертикальному положению).

Где, $\bar{M}$ - момент сил, вызывающий прецессию;

K_A^{S+L} – коэффициент анизотропный солнечно-лунного гравитационного поля. Ранее в [Л 2] найдена примерная величина этого коэффициента. K_A^{S+L}=18.

J_y - момент инерции относительно оси, перпендикулярной оси собственного вращения гироскопа;

$\bar{\omega}_A$ - угловая скорость прецессии относительно анизотропного поля

$\bar{\Omega}$ - собственная угловая скорость вращения гироскопа;

K_A^E - коэффициент анизотропный земного гравитационного поля. Величина этого коэффициента пока не определена.

Коэффициенты: K_A^{S+L} и K_A^E, - не постоянны и зависят от угла между осью вращения гироскопа и радиус-вектором, проведённым к центру гравитирующей массы.

Как показывают предварительные теоретические оценки, коэффициент K_A^E в диапазоне $\varphi = (0 - \pi/2)$ превышает коэффициент K_A^{S+L}. Но при приближении к крайним точкам и в окрестности крайних точек коэффициент K_A^E меньше коэффициента K_A^{S+L}.

$\bar{M} = K_i \cdot J_y \cdot \bar{\omega}_i \times \bar{\Omega} + K_A^{S+L} \cdot J_y \cdot \bar{\omega}_A \times \bar{\Omega}$ (13) Эта формула выведена для случая, когда ось гироскопа лежит в горизонтальной плоскости и гироскоп прецессирует в горизонтальной плоскости. В этом случае поведение гироскопа определяется влиянием изотропного гравитационного поля Земли и анизотропного солнечно-лунного гравитационного поля.

Где, $\bar{M}$ - момент сил, вызывающий прецессию;

K_i - коэффициент изотропный, учитывающий сопротивление изотропного поля, определяется эмпирическим путём;

J_y - момент инерции относительно оси, перпендикулярной оси собственного вращения гироскопа;

$\bar{\omega}_i$ - угловая скорость прецессии относительно изотропного поля (в рассматриваемом случае это гравитационное поле Земли, вблизи её поверхности)

$\bar{\Omega}$ - собственная угловая скорость вращения гироскопа;

K_A^{S+L} – коэффициент анизотропный солнечно-лунного гравитационного поля, учитывающий сопротивление анизотропного поля, определяется эмпирическим путём;

$\bar{\omega}_A$ - угловая скорость прецессии относительно анизотропного поля (в рассматриваемом примере это солнечно-лунное гравитационное поле)

Свойства гравитационного поля Земли:

- в горизонтальной плоскости гравитационное поле Земли изотропно по отношению к законам механики, при движении пробных тел в горизонтальной плоскости и при ориентации оси гироскопа в горизонтальной плоскости. При других направлениях движения пробных тел гравитационное поле Земли, у её поверхности, анизотропно. Оно также анизотропно для гироскопа, ось которого наклонена к земной поверхности.

При движении пробных тел в горизонтальной плоскости они обладают минимальной кинетической энергией по сравнению с телами, движущимися в других направлениях, при равных массах и скоростях. Гироскоп с вертикальной ориентацией оси собственного вращения обладает минимальной кинетической энергией по сравнению с гироскопами другой ориентации, при прочих одинаковых параметрах.

- на удалении примерно 300 км от поверхности Земли гравитационное поле Земли изотропно при всех направлениях движения пробных тел и при любых ориентациях оси гироскопа.

- при дальнейшем удалении от земной поверхности гравитационное поле Земли вновь становится анизотропным для всех направлений движения пробных тел, за исключением движений в плоскости параллельной земной поверхности.

Литература

1. Гужеля Ю.А. «Актуальные проблемы механики»
2. Гужеля Ю.А. «Гироскоп и гравитация»
3. Б.М. Яворский, А.А. Детлаф «Справочник по физике» Москва Наука 1985 г.
4. Х. Верли, А. Якоб, Цюрих Швейцария «Экспериментальные исследования движения быстро вращающегося симметричного гироскопа в кардановом подвесе при наличии трения в подшипниках» «Проблемы гироскопии» симпозиум под редакцией Г. Циглера изд. Мир 1967 г.