Г.И. Тимофеева

# Гармоническая Тригонометрия: Конец Эпохи Числа π

**Оглавление**

**Введение**
От «невозможного» — к гармонии: Гармоническая Тригонометрическая Система
О скрытой методологической ошибке классического метода
О методологии
Связь новой константы "Т" и золотого сечения
Главный научный результат
Вместо предисловия

**Глава 1. Фундамент: Рождение троичной системы**
1.1. Гармония линий: от античного идеала к новой геометрической системе.
1.2. Деление окружности на 6 и 12 равных частей и построение описанного квадрата с помощью циркуля и линейки без делений
1.3. Связь окружности и описанного квадрата через прямоугольный треугольник
1.4. Построение 24 - угольника
1.5. Построение геометрических фигур: 3 – угольника, вписанного квадрата, 5 – угольника, 7 - угольника , 8 - угольника, 9 - угольника, 10 - угольника, 11 – угольника
1.6. Заключение к главе 1

**Глава 2. Квадрат порождает окружность**
2.1.Свойства развернутых углов с вершиной на стороне квадрата
2.2.Выводы к теме «Свойства развернутых углов с вершиной на стороне квадрата»
2.3. Теорема о связи вписанных и описанных треугольников.
2.4.Пример практического применения теоремы:
2.5. Заключение к главе 2

**Глава 3. Выпрямление дуги окружности и рождение новой фундаментальной константы «Т»**
3.1. Геометрическое выпрямление дуги окружности
3.2. Эмпирическое опровержение классического $\pi$
3.3. Ключевые параметры Гармонической Тригонометрической Системы
3.4. Математическое подтверждение методом вписанных многоугольников
3.5. Заключение к главе 3

**Глава 4. Принцип соизмеримости**
4.1. Принцип соизмеримости и геометрическая сетка
4.2. Устройство универсальной линейки и практическое применение
4.3. 192-частная линейка как естественный транспортир ГТС
4.4.Практическая задача: построение правильного семиугольника
4.5. Заключение

**Глава 5. Универсальный метод построения правильных многоугольников с любым числом сторон с помощью циркуля и линейки без делений**
5.1. Аксиоматика ГТС
5.2. Геометрический вывод базового шаблона
5.3. Упрощенное построение шаблона и эталонного 12-угольника.
5.4. Описание гармонической структуры и принципа парных окружностей в ГТС.
5.5. Построение многоугольников с числом сторон n > 12

5.6. Построение «невозможных» многоугольников через принцип парных окружностей
5.7. Выводы к главе
5.8. Заключение к главе 5

**Глава 6. Новая Гармоническая Тригонометрическая Система в действии: От построений к вычислениям**
6.1. Определение зон применения постоянно действующих коэффициентов
6.2 Эталонный коэффициент $(k_{эт24})$
6.3. Эталонный коэффициент $(k_{эт12})$
6.4. Зона А (углы < 7,5°)
6.5. Пример расчета (Зона А)
6.6. Перекрёстная проверка: три метода — один результат
6.7. Зона Б (от 7,5° до 15°). Вычислительный аппарат для зоны Б.
6.8. Алгоритм вычисления для зоны Б
6.9. Пример расчёта для угла 9°
6.10. Метод парных хорд
6.11. Соответствие геометрических понятий
6.12. Организация вычислений
6.13.Примеры применения метода (углы: 9°, 18°, и 36°)
6.14. Пример решения через свойство парных окружностей
6.15. Обратная задача: нахождение угла по параметрам треугольника (метод парных хорд)
6.16. Алгоритм
6.17. Пример расчёта (3 уровня)
6.18. Пример расчёта (2 уровня)
6.19. Пример расчёта (1 уровень)
6.20. Заключение к главе 6

**Глава 7. Решение нерешаемых задач**
7. 1.Геометрическое деление отрезка на нечетное количество равных частей: авторский метод
7.2. Трисекция угла
7.3. Квадратура круга (вариант 1)
7.4. Квадратура круга (вариант 2)
7.5. Квадратура круга (вариант 3)
7.6. Удвоение куба
7.7. Заключение к главе 7

**Глава 8. Золотое сечение и Гармоническая Тригонометрическая Система**
8.1. О математической гармонии
8.2. Классическое золотое сечение
8.3. Новый взгляд на природу золотого сечения
8.4. Пример: нахождение угла в треугольнике со сторонами, связанными с золотым сечением
8.5. Значение полученного результата
8.5. Значение полученного результата
8.6. Гипотенуза и окружность: золотое сечение в действии
8.7. А что же окружность? Подчиняется ли она золотой пропорции?
8.8. Выводы: ГТС и золотое сечение — единое целое
**Заключение.**

**Введение**

**От «невозможного» — к гармонии: Гармоническая Тригонометрическая Система**

Принято считать, что искусственный интеллект — это лишь сложный алгоритм, действующий в рамках заданной программы. Но задумываемся ли мы, что и наш собственный разум часто работает по схожему принципу? С самого детства нам транслируют «правильные» модели мышления, которые мы усердно запоминаем и воспроизводим. Школьное и университетское образование по математике — это во многом передача системы «установочных знаний», формирующих незыблемую парадигму.

На протяжении двух с половиной тысяч лет математика развивалась в рамках устоявшихся парадигм. Аксиомы Евклида, трансцендентное число π, тригонометрические функции — всё это стало фундаментом, на котором было возведено величественное здание классической математики. В результате традиционный взгляд на элементарную геометрию часто воспринимается как завершённая система знаний. Однако это заблуждение. Данная работа предлагает читателю отправиться в интеллектуальное путешествие, цель которого — переосмыслить природу начальных оснований геометрии. Это потребовало выхода за рамки традиционных представлений и исследования геометрических тем, ранее остававшихся без внимания. В итоге это привело не просто к новому набору формул, а к полноценной методологической ревизии оснований.

В этой работе представлена **Гармоническая Тригонометрическая Система (ГТС)** — не просто новый набор формул, а целостная альтернатива классической тригонометрии, основанная на фундаментальной константе Т (Ти). Это название отражает открытый в системе **Принцип Гармонии**, а аббревиатура ГТС символически указывает на суть системы, объединяющую Гармонию, Тригонометрию и Системность.

Гармоническая Тригонометрическая Система — это открытие нового геометрического фундамента (новой геометрической парадигмы), основанного на принципе соизмеримости и гармонии. Она:

- может быть воспроизведена любым человеком с помощью циркуля и линейки;
- предлагает универсальный метод построения многоугольников с любым числом сторон;
- открывает новое свойство квадрата (порождать окружность);
- устанавливает принцип соизмеримости дуги и отрезка;
- содержит алгоритм вычисления параметров прямоугольных треугольников по заданному углу (без применения классической тригонометрии);
- содержит алгоритм нахождения любых острых углов в прямоугольных треугольниках с произвольными параметрами (без применения классической тригонометрии);
- даёт точные построения для задач, объявленных неразрешимыми (7-, 9-, 11-угольники, квадратура круга, трисекция угла);
- внутренне непротиворечива;
- и, что самое важное, несёт в своей структуре тринитарный принцип.

Тринитарный принцип проявляется в ГТС не метафорически, а конструктивно. Троичность лежит в основе самой структуры ГТС: **окружность, квадрат, прямоугольный треугольник** — три раздельные фигуры, связанные в единое целое. Троичность также присутствует в **методе парных хорд**, в **трёхшаговом преображении** (дуга → хорда → отрезок) и в самом устройстве **ключевого треугольника**, объединяющего все три элемента.

Данная работа продолжает традицию «математики гармонии», развитую в трудах А. П. Стахова и П. М. Абачиева. Их исследования стали для меня компасом, указавшим, что мои построения — это и есть математика гармонии. В отличие от их работ, фокусировавшихся

преимущественно на золотом сечении, ГТС предлагает полноценную альтернативу классической тригонометрии, распространяя принцип гармонии на весь диапазон углов и фигур.

---

**О скрытой методологической ошибке классического метода**

Классическое определение числа $\pi$, восходящее к Архимеду, основано на методе двух последовательностей (методе исчерпания). Длина окружности определяется как общий предел двух монотонных последовательностей: периметров вписанных многоугольников (возрастающих) и периметров описанных многоугольников (убывающих). Считается, что окружность «зажата» между ними, и обе последовательности сходятся к одному и тому же пределу.

Однако это определение опирается на **неявное, нигде не доказанное допущение**: что периметр описанного многоугольника всегда больше длины окружности и монотонно убывает к ней. Это допущение было принято без конструктивного геометрического обоснования и стало источником методологической ошибки, которая на протяжении двух тысячелетий считалась незыблемой основой.

В рамках Гармонической Тригонометрической Системы (ГТС) эта ошибка вскрывается. Показано, что периметр описанного многоугольника при n>12$n$>12 ведёт себя немонотонно и не может служить верхней оценкой для длины окружности. Таким образом, классический «метод сжатия» теряет силу в новой аксиоматике.

**Примечание.** В главе 6.5 («Обратная задача: нахождение угла по параметрам треугольника») результаты вычислений показывают, что длина дуги при n>12$n$>12 больше стороны описанного многоугольника. Это служит подтверждением того, что периметры описанных многоугольников не ведут себя монотонно, в отличие от периметров вписанных многоугольников.

В ГТС окружность определяется исключительно как предел монотонно возрастающей последовательности вписанных многоугольников. Это и есть «нижний путь» к длине окружности — путь, который в классической парадигме искусственно ограничивался «верхним путём», породившим методологическую ошибку.

---

**О методологии**

Прежде чем читатель погрузится в мир Гармонической Тригонометрии, необходимо сделать важное методологическое предупреждение. **Проверять новую систему классическими методами, основанными на числе $\pi$, — ошибка.** Это всё равно, что проверять теорию относительности законами Ньютона и объявлять её «неверной» там, где они расходятся.

Классическая математика утверждает: $\pi$ трансцендентно, поэтому квадратура круга невозможна. Данная работа доказывает: $\pi = 3{,}1415\ldots$ это историческая ошибка, связанная с неявным допущением в классическом методе исчерпания. Истинная константа, вытекающая из конструктивной геометрии квадрата и правильного 12-угольника, есть $\mathrm{T} = 3{,}215390\ldots$ А с T задачи решаются.

ГТС представляет собой не частное уточнение, а **методологическую ревизию оснований геометрии**, и её главный вызов — не в числах, а в том, что она ставит под сомнение саму структуру, на которой построена классическая математика.

---

**Главный научный результат**

Если сформулировать суть открытия предельно сжато, то она звучит так:

В геометрической системе, порождённой окружностью, разделённой на 12 равных частей, и описанным квадратом, длина окружности $C$ не является трансцендентной величиной, а выражается через сторону прямоугольного треугольника, вертикальный катет которого совмещён с диаметром окружности, а катет $BE$ лежит на стороне квадрата:

$$BE = 0{,}2679\ldots \quad C = 12 \times BE = 3{,}215390\ldots$$

Получаемая константа $\mathrm{T} = 3{,}215390\ldots$ является точной и соизмеримой, а все вытекающие из неё построения многоугольников и решения классических задач — строго геометричны и непротиворечивы внутри данной системы.

**Связь новой константы "Т" и золотого сечения**

В главе 8 будет показана глубинная связь ГТС с золотым сечением — одной из самых известных математических констант, символизирующих гармонию. Золотая пропорция органично вырастает из троичной системы «окружность — квадрат — прямоугольный треугольник», а константы Т и Ф согласованно описывают геометрию как прямых, так и кривых линий.

---

**Вместо предисловия**

Эта книга — не просто изложение новой теории. Это приглашение к диалогу с теми, кто готов взглянуть на мир через призму проявленной геометрической гармонии, кто готов освободиться от «установочных знаний» и увидеть то, что веками считалось «невозможным», — но оказалось лишь скрытым за догмой.

Для старших школьников и студентов, только открывающих для себя красоту геометрии. Для опытных математиков, физиков и инженеров, ищущих новые инструменты. Для всех, кто чувствует, что за видимым хаосом «невозможных» построений скрывается глубинный порядок, доступный тем, кто готов выйти за границы привычной аксиоматики.

Гармоническая Тригонометрическая Система не отменяет достижения прошлого. Она наполняет их новым, более глубоким смыслом, превращая приближённые таблицы в точные формулы, а разрозненные вычисления — в стройную геометрическую систему.

И если вам когда-нибудь казалось, что в математике не может быть ничего нового, — эта книга докажет обратное.

---

## Глава 1. Фундамент: Рождение троичной системы

### 1.1. Гармония линий: от античного идеала к новой геометрической системе.

С древних времён задача построения с помощью лишь циркуля и линейки без делений занимала умы величайших мыслителей. Для античных философов это был не просто технический приём, но путь к постижению **идеальных сущностей** и **гармонии мироздания**. Платон видел в геометрических фигурах отражение вечных идей, а Евклид, систематизировав построения в «Началах», заложил фундамент науки, где чистота метода — «чистота» инструмента — была гарантией истинности результата.

Этот идеал был пронизан стремлением к **Гармонии** — поиску совершенных, соразмерных и внутренне непротиворечивых форм, порождаемых из простейших элементов. Окружность, треугольник и квадрат почитались как первичные фигуры, хранящие в себе ключи к пониманию пропорций Вселенной. Однако на этом пути геометрию ждали суровые испытания. Классические задачи о построении правильных многоугольников, трисекции угла, удвоении куба и квадратуре круга столетия оставались неразрешёнными, а в XIX веке были строго доказаны как **неразрешимые** в рамках традиционной аксиоматики.

Этот вердикт, однако, не закрыл путь к поиску, а лишь указал на ограниченность принятой системы координат. Он заставил задуматься: является ли «невозможность» свойством самой геометрии или же свойством тех инструментов описания, которые мы избрали?

Настоящая глава открывает исследование, бросающее вызов этому многовековому статус-кво. Мы возвращаемся к истокам — к циркулю и линейке — но с новой целью: не приблизиться к идеалу, а **достичь его абсолютно**, открыв систему, в которой гармония является не целью, а **фундаментальным принципом**.

Мы покажем, что ключ к решению лежит не в усложнении методов, а в переосмыслении связи между тремя первофигурами: **окружностью, квадратом и прямоугольным треугольником**. Их совместное рассмотрение рождает **Гармоническую Тригонометрическую Систему (ГТС)**, где простые построения естественным образом выводят нас к точному делению окружности, построению «непостроимых» многоугольников и раскрытию точных количественных соотношений, остававшихся невидимыми для классического подхода.

Следующие страницы — это не просто описание алгоритмов. Это демонстрация того, как принцип Гармонии, воплощённый в конкретных геометрических формах, позволяет выйти за рамки считающихся непреодолимыми границ и открыть новую главу в самой древней из наук.

**1.2. Деление окружности на 6 и 12 равных частей и построение описанного квадрата с помощью циркуля и линейки без делений.**

Проводим горизонтальную линию (условно) и отмечаем на ней точку $O$, которая будет центром окружности. Произвольным радиусом проводим окружность. Горизонтальная линия, которую будем считать горизонтальным диаметром окружности, пересекается с

окружностью в точках $A$ и $B$ (Рис. 1).

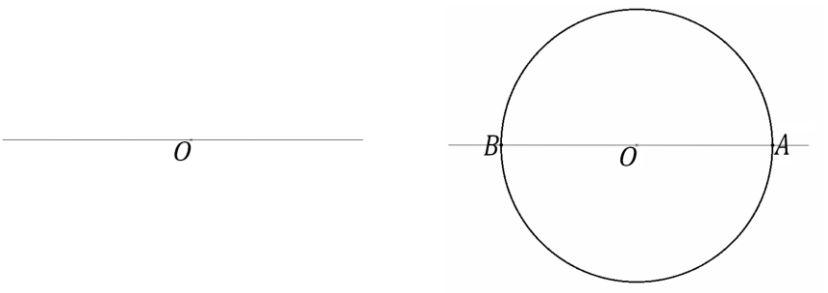



Рис 1

Для построения вертикального диаметра окружности, из точек $A$ и $B$ проведём окружности, радиусом чуть больше радиуса основной окружности. Проведём вертикальный диаметр окружности через точки пересечения вспомогательных окружностей. На пересечении диаметра с основной окружностью поставим точки $C$ и $D$ (Рис. 2).

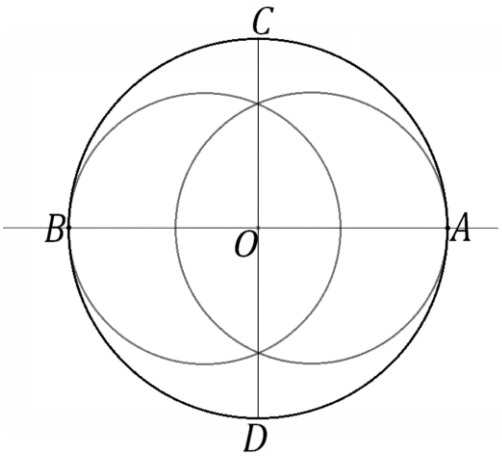



Рис 2

4. Из точек $ABCD$ в обе стороны проведём дуги, пересекающие окружность, радиус которых равен радиусу окружности $OA$. Получаем восемь точек пересечения на окружности и 4 точки пересечения дают диаметры, таким образом, окружность разделена на 12 равных частей. Дуга $CE$ является 1/12 частью окружности. Дуга $EF$ является 1/6 частью окружности (Рис. 3) .

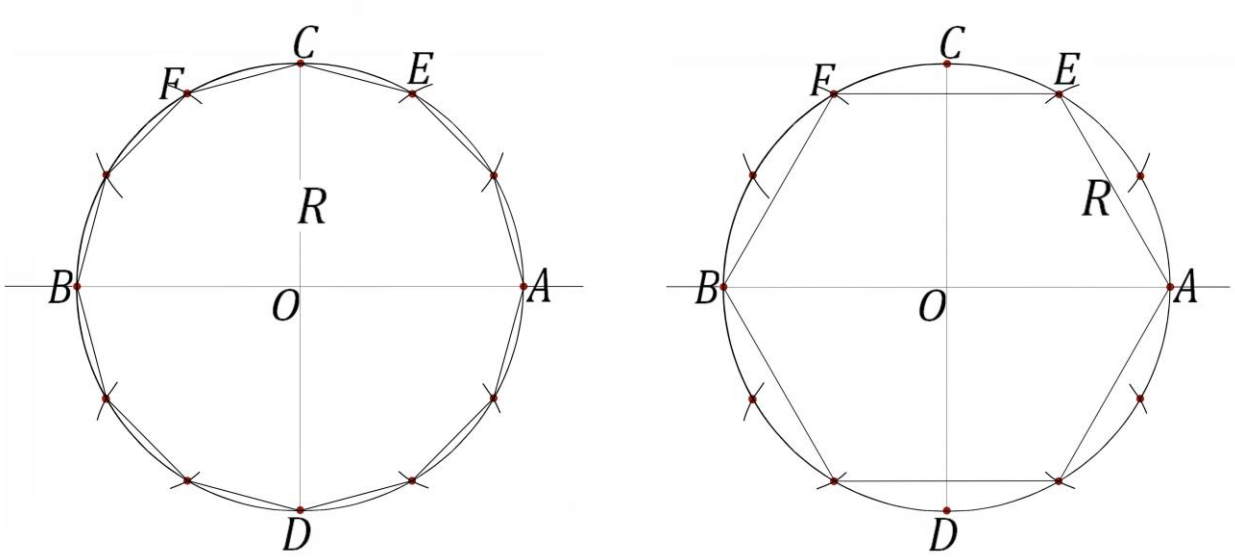



Рис 3

5. Построим описанный квадрат. Для этого из точек $ABCD$ проведём дуги в обе стороны, радиусом равными радиусу основной окружности $OA$ и пересечения этих дуг соединим прямыми линиями (Рис. 4). Справа на рисунке 5 показан окончательный вид построения.

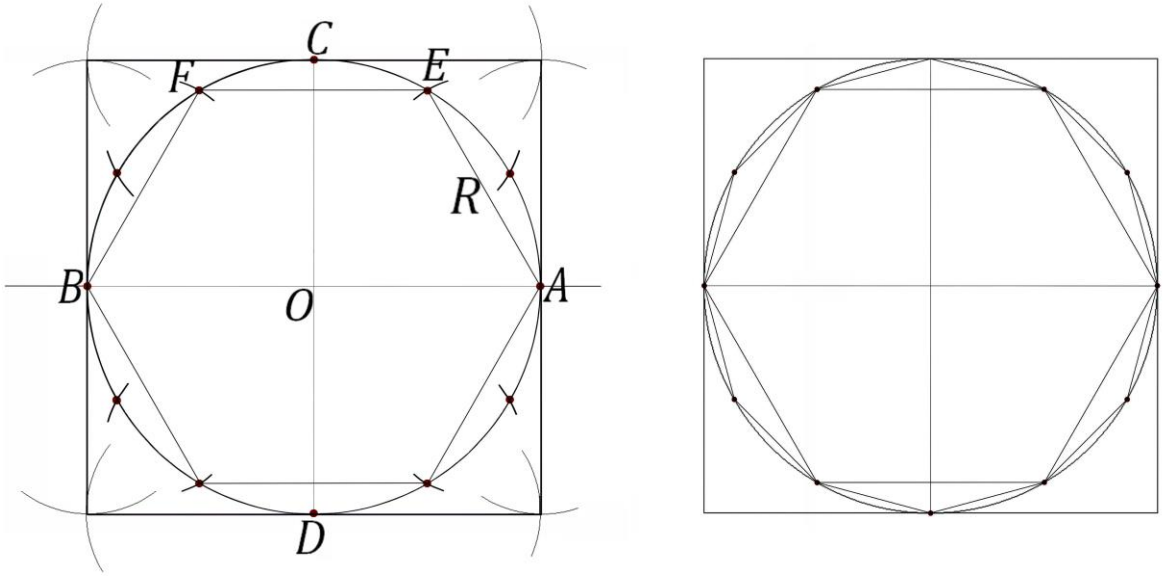



Рис 4 Рис 5

Описан подробный метод деления окружности на 6 и 12 равных частей и построение описанного квадрата, который даёт полное право применять этот метод для построения 12 - угольников и 6 - угольников.

### 1.3. Связь окружности и описанного квадрата через прямоугольный треугольник

Опираясь на предыдущую часть, констатируем, что мы получили систему взаимосвязанных геометрических фигур, состоящую из окружности, разделённой на 12 равных частей, описанного квадрата, 12 - угольника и 6 – угольника.

Примем диаметр окружности за единицу:

$AB = D = 1$; тогда: $OB = R = 0{,}5$

В равностороннем треугольнике $OGC$ все три стороны равны радиусу окружности, следовательно, $DC$ является 1/2 радиуса:

$DC = \frac{GC}{2} = \frac{0{,}5}{2} = 0{,}25$, тогда, по теореме Пифагора:

$OD = \sqrt{OC^2 - DC^2} = \sqrt{0{,}5^2 - 0{,}25^2} = 0{,}433012701892219323381861585376 47$

$BD = OB - OD = 0{,}5 - 0{,}433 = 0{,}066987298107780676618138414623 53$

$BC = \sqrt{DC^2 + BD^2} = \sqrt{0{,}25^2 + 0{,}0669^2} = 0{,}25881904510252076234889883762405$

$AE$ пересекает окружность в точке $C$ и является гипотенузой прямоугольного треугольника $ABE$. Образовалась система подобных треугольников: $ABE \sim ABC \sim ADC \sim BEC \sim BCD$

Все треугольники имеют общую сторону и прямой угол. Найдём коэффициент подобия:

$k_1 = \frac{BC}{DC} = \frac{BE}{BC} = \frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{0{,}2588}{0{,}25} = 1{,}035276180410083049395595350496 2$

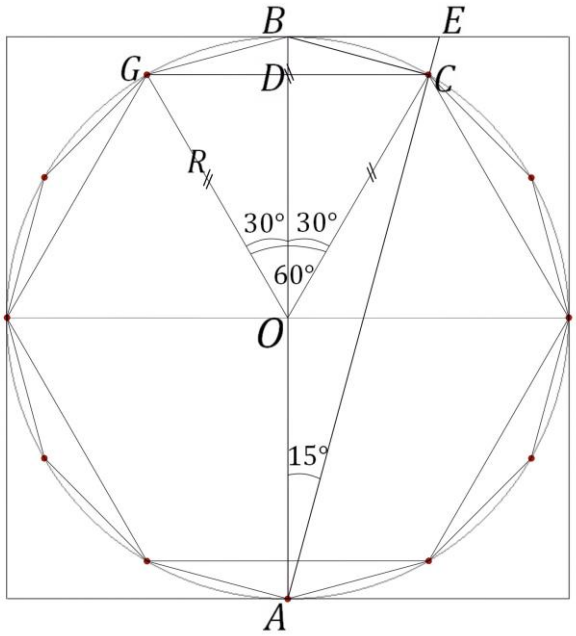



Рис.5

В треугольнике $ABE$:

$AB = 1$ - вертикальный катет

$BE = BC \times k_1 = 0{,}2588 \times 1{,}035 = 0{,}267949192431122706472553658494 13$ - горизонтальный катет

$AE = AB \times k_1 = 1{,}035276180410083049395595350496 2$ - гипотенуза

$\angle BAE$ является вписанным углом и равен половине угла $BOE$:

$\angle BAE = \frac{BOE}{2} = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$

**Важно, что значение острого угла получено без применения тригонометрических функций. Этот расчёт станет заделом и обоснованием для дальнейших рассуждений.**

Прямоугольный треугольник $ABE$ связывает геометрические фигуры: квадрат, окружность, 12 – угольник общими элементами, где:

$AB$ является диаметром окружности и вертикальным катетом треугольника

$BE$ лежит на стороне квадрата

$BC$ является высотой треугольника и хордой окружности

**Вывод:** Проведённое геометрическое построение демонстрирует глубокую взаимосвязь между окружностью, описанным вокруг неё квадратом и правильными 6- и 12-угольниками, реализуемую с помощью классических инструментов — циркуля и линейки без делений.

Было показано, что:

1. Деление окружности на 6 и 12 равных частей является не только практической задачей, но и основой для выявления строгих геометрических закономерностей.
2. Построенный описанный квадрат и полученные многоугольники образуют единую систему, связанную общими элементами — радиусами, хордами и диаметрами.
3. Через прямоугольный треугольник $ABE$ устанавливается количественная связь между элементами окружности и квадрата.

Вычисление угла $\angle BAE = \frac{BOE}{2} = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$ без использования тригонометрии подчёркивает элементарно-геометрическую природу этих соотношений.

4. Полученные отношения, например, коэффициент подобия:

$k_1 = \frac{BC}{DC} = \frac{BE}{BC} = \frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{0{,}2588}{0{,}25} = 1{,}035276180410083049395595350496 2$

и точные алгебраические значения такие как:

$OD = \sqrt{OC^2 - DC^2} = \sqrt{0{,}5^2 - 0{,}25^2} = 0{,}433012701892219323381861585376 47$

подтверждают, что система обладает свойствами гармонии и соразмерности, характерными для «математики гармонии».

Таким образом, предложенный метод открывает путь к решению задач, ранее считавшихся недостижимыми. Он показывает, что переход от разрозненных построений к целостной системе, управляемой принципами математической гармонии, позволяет выйти за рамки традиционных ограничений. Именно на этом фундаменте мы будем строить все дальнейшие исследования.

### 1.4. Построение 24 - угольника

На основе уже доказанного материала построим 24 угольник (Рис. 6 слева). Треугольник $ABE$ копируем и расположим его симметрично относительно диаметра окружности $AB$. Для этого нам достаточно провести гипотенузу из точки $A$ через точку 1/12 части окружности до пересечения со стороной квадрата, получаем точку $E_2$. В этом случае $E_2B = BE$.

Радиус $OB$ примем как диаметр для окружности в два раза меньше единичной. Повторим построение, описанное выше, и получим окружность, разделённую на 12 равных частей, диаметр которой равен радиусу единичной окружности. Полное копирование построения позволяет нам утверждать, что на стороне квадрата мы получили равные отрезки:

$$E_2E_{2м} = E_{2м}B = BE_м = BE_м = E_м E$$

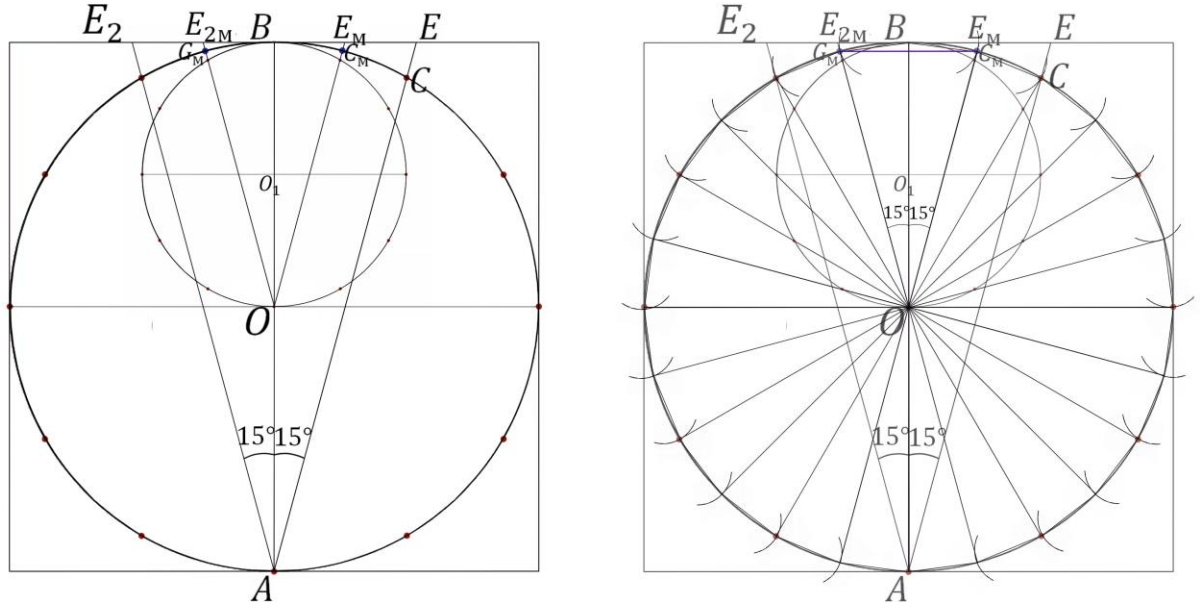



Рис.6

Пересечение гипотенузы $OE_м$ в точке $C_м$ с единичной окружностью разделила дугу $BC$, которая является 1/12 частью окружности, на две равные части. Следовательно, вся единичная окружность будет разделена на 24 равные части. Раствором циркуля, равным $BC_м$, сделаем засечки на окружности и получим окружность, разделённую на 24 равные части (Рис. 6 справа). Соединим прямыми линиями все засечки и получим 24 – угольник.

Если мы соединим точки $G_м$и $C_м$ прямой, то получим сторону вписанного 12 - угольника, которая расположена параллельно стороне квадрата, так как эта прямая соединяет два радиуса, где $OB$ является центром симметрии.

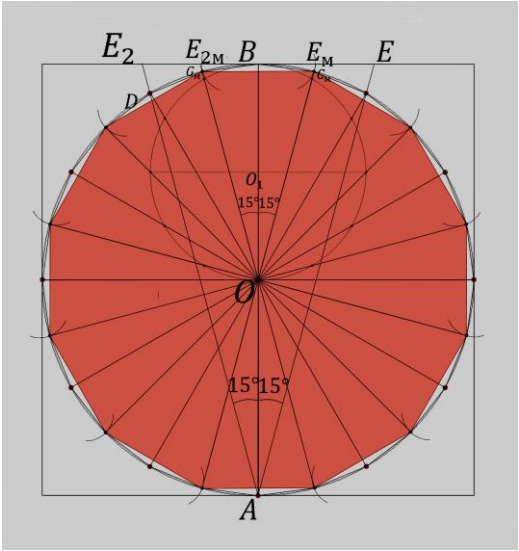



Рис.7

Таким образом, мы получили два варианта 12 - угольников:

1) В первом случае (Рис. 5) каждый четвёртый угол 12 - угольника совмещается с диаметрами окружности.

2) Во втором (Рис. 7) случае диаметры окружности делят сторону 12 - угольника на две равные части, каждая четвёртая сторона параллельна стороне квадрата.

**1.5. Построение геометрических фигур: 3 – угольника, вписанного квадрата, 5 – угольника, 7 - угольника , 8 - угольника, 9 - угольника, 10 - угольника, 11 – угольника**

Проведённое исследование демонстрирует, что классические геометрические построения циркулем и линейкой не ограничиваются прикладными задачами, а раскрывают глубокие теоретические взаимосвязи между окружностью многоугольниками и описанным квадратом.

Наглядно показано, как элементарные методы позволяют выводить нетривиальные соотношения, например, (угол 15° и коэффициент $k_1$).

Подтверждена идея о том, что гармонические пропорции возникают естественным образом при комбинации правильных фигур.

Заложен фундамент для дальнейшего изучения связей между геометрией и алгеброй в контексте троичной системы геометрических фигур: окружность, описанный квадрат, прямоугольный треугольник, где вертикальный больший катет совмещён с диаметром окружности, а горизонтальный катет треугольника лежит на стороне квадрата.

**Построение геометрических фигур:**

На рисунке 8 представлена основа для дальнейшего моделирования. Окружность, разделённая на 12 равных частей (части пронумерованы). В окружность вписаны: прямоугольный треугольник с острым углом 15°, 12 – угольник (два варианта), 6 – угольник (два варианта), проведены диагонали квадрата. Всё перечисленное станет **элементами** для построения других геометрических фигур.

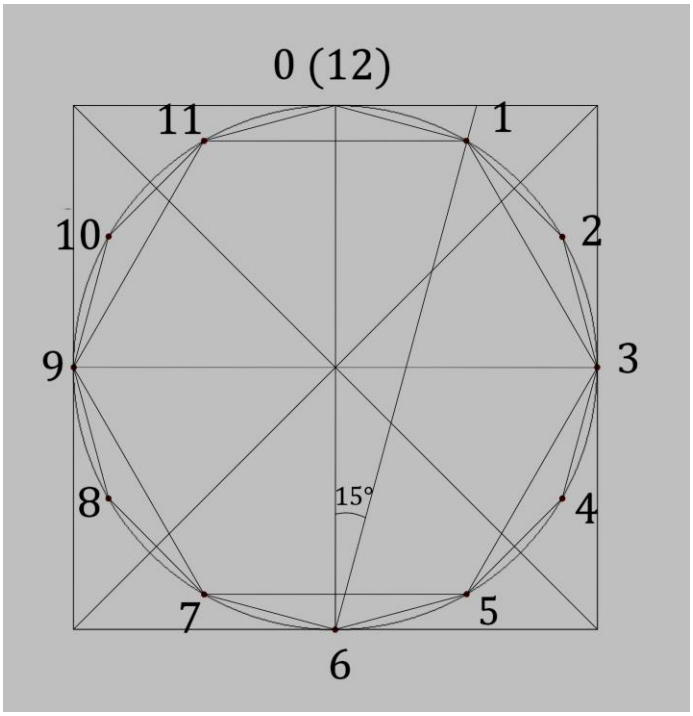



Рис.8

**Построение вписанного треугольника:**

1) Соединяя прямыми линиями по четыре деления на окружности, получаем вписанный треугольник (Рис.9а).

2) Два вписанных треугольника создают шестиконечную звезду, внутренний шестиугольник, правильную трапецию, и ромб (Рис.9б).

3) 12 вписанных треугольников образуют три 12 - конечных звезды, 12 квадратов, 12 – угольник (Рис.9 в).

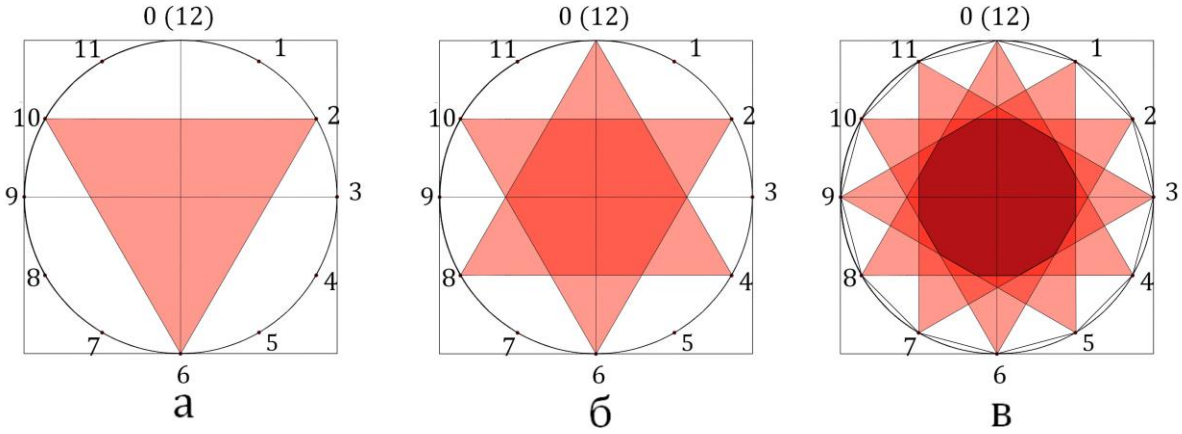



Рис.9

**Построение вписанного 4 – угольника и 8 - угольника:**

1) Соединим прямыми линиями по три деления на окружности и получим вписанный квадрат 1 (Рис.10 а).

2) Проведём диагонали квадрата и соединим точки пересечения с окружностью прямыми линиями. Получим вписанный квадрат 2 (другим способом), не опираясь на деление окружности на 12 равных частей (Рис.10 б).

3) При совмещении квадратов 1 и 2 получаем 8 - конечную звезду. Соединим вершины углов и получим восьмиугольник. Полученная структура внутри себя проявляет восьмиугольник, квадраты и треугольники (Рис.10 в).

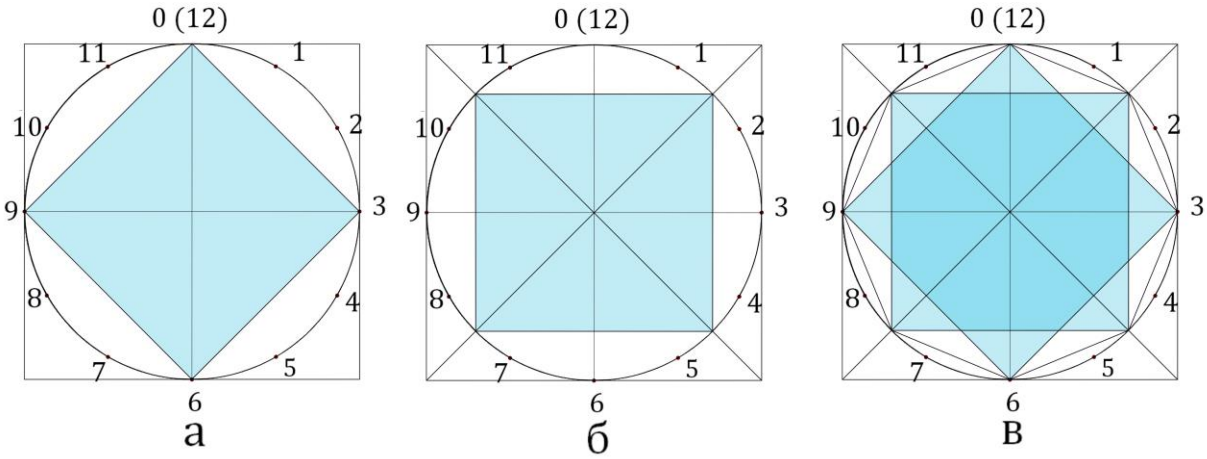



Рис.10

**Построение 5 – угольника**

Находим точку пересечения диагонали описанного квадрата и стороны вписанного квадрата (при соединении точек 11 и 2) (Рис.11, вариант 1).

Через полученную точку от вершины диаметра проводим прямую до пересечения с окружностью. Получили сторону 5 – угольника.

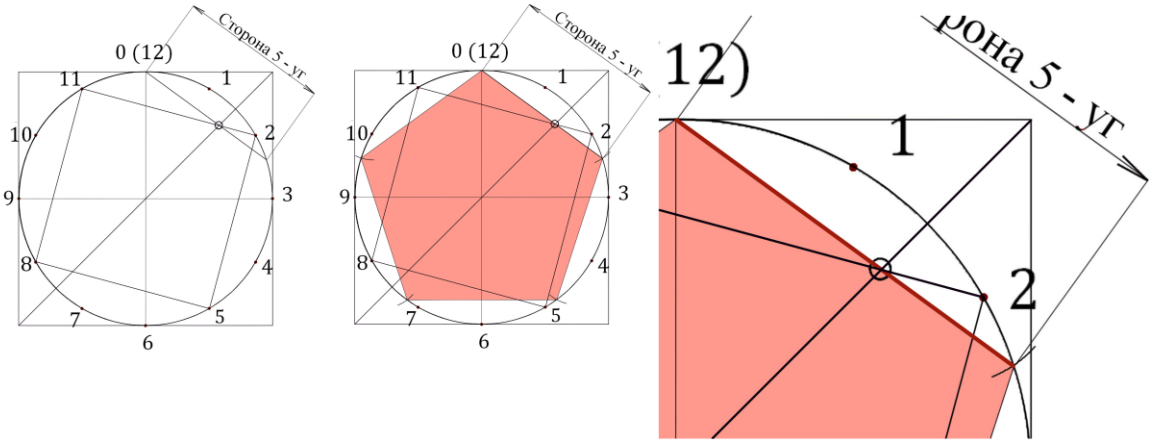



Рис.11

**Построение 7 – угольника**

Элементами для построения семиугольника станут: сторона вписанного 12 – угольника (1) (при соединении точек 1 и 2) и вертикальная сторона вписанного квадрата 2.

Через точку пересечения обозначенных элементов проведём прямую от вершины диаметра до пересечения с окружностью и получим сторону 7 - угольника (Рис.12).

Раствором циркуля равным стороне 7 - угольника ставим засечки на окружности. Соединив все точки, получаем правильный 7 - угольник.

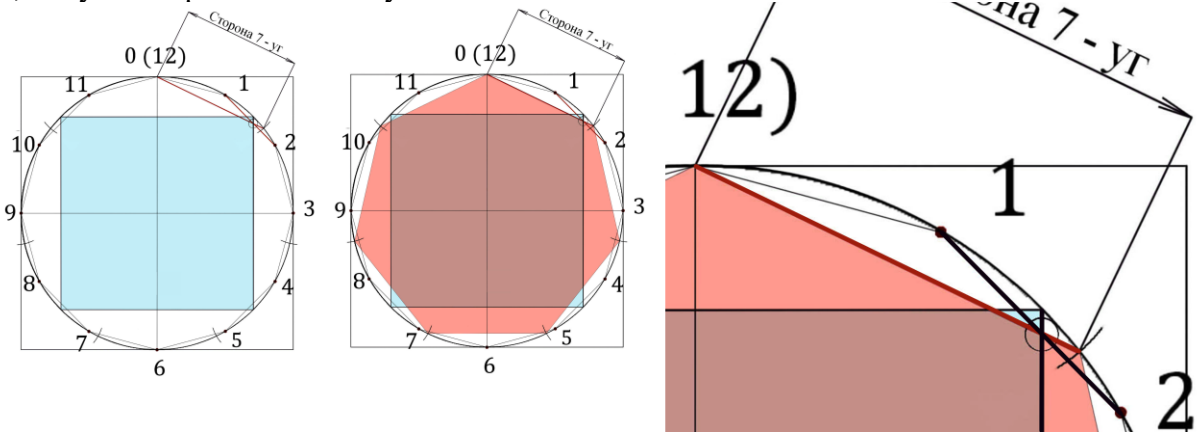



Рис.12

**Построение 9 – угольника**

Через точку пересечения боковых сторон шестиугольника (при соединении точек 1 и 3) и первой стороны 12 – угольника 2 (где диаметры окружности делят сторону 12 - угольника на две равные части) проведём прямую от вершины диаметра до пересечения с окружностью и получим сторону 9 - угольника (Рис.13).

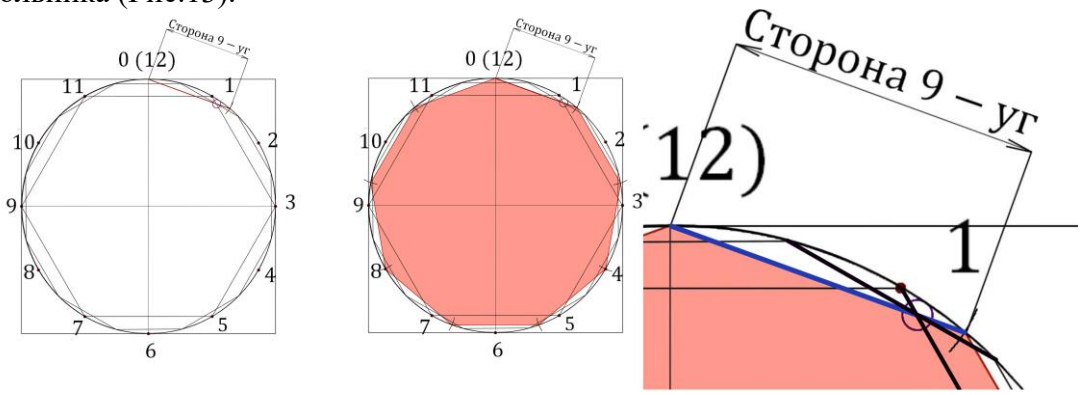



Рис.13

**Построение 10 – угольника**

Через точку пересечения первой боковой стороны 12 – угольника (2) (где диаметры окружности делят сторону 12 - угольника на две равные части) и стороны вписанного квадрата (при соединении частей 1 и 10) проводим прямую линию от вершины диаметра до пересечения с окружностью. Получаем сторону десятиугольника (Рис.14).

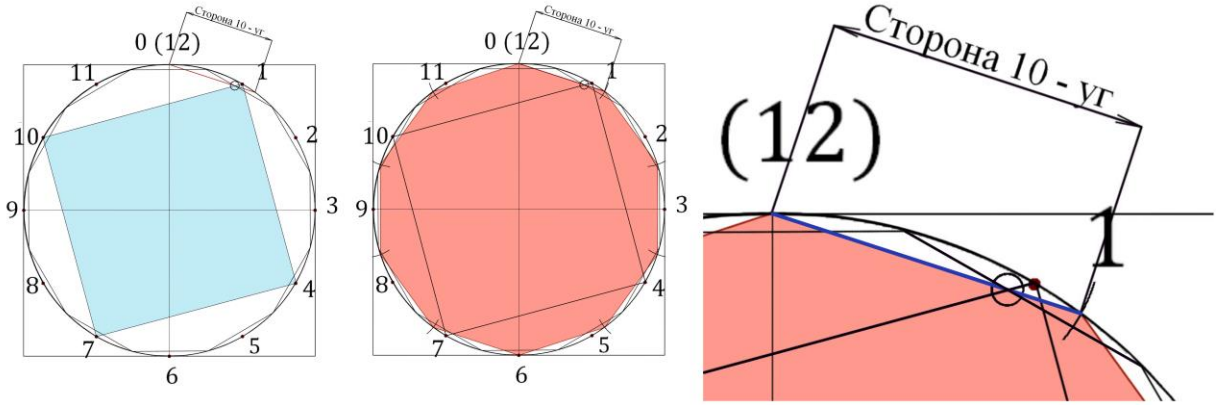



Рис.14

**Построение 11 – угольника**

Проведём прямую через точки 0 и 5 на окружности до пересечения со стороной квадрата, таким образом, вертикально отражён прямоугольный треугольник с острым углом 15°. Соединим прямой линией горизонтальные катеты верхнего и нижнего треугольников. Точка пересечения этой прямой с окружностью даст нам величину стороны одиннадцатиугольника (Рис. 15).

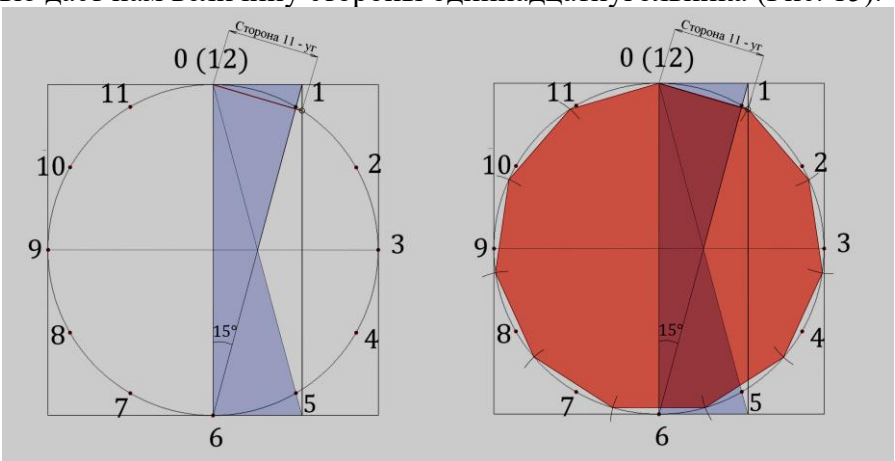



Рис.15

### 1.5. Заключение к главе 1.

Таким образом, предложенный метод открывает путь к решению задач, ранее считавшихся недостижимыми. Он показывает, что переход от разрозненных построений к целостной системе, управляемой принципами математической гармонии, позволяет выйти за рамки традиционных ограничений.

Именно на этом фундаменте мы будем строить все дальнейшие исследования. В этой главе был заложен базис нашей работы: мы показали, что с помощью циркуля и линейки без делений можно построить целое семейство фигур (включая 7-, 9- и 11-угольники), считавшихся ранее недоступными.

**В этой главе мы убедились, что окружность, квадрат и прямоугольный треугольник связаны между собой не случайными линиями, а строгой системой пропорций. Эта система — ключ к построению любых фигур.**

---

## Глава 2. Квадрат порождает окружность

### 2.1.Свойства развернутых углов с вершиной на стороне квадрата

**Настоящая глава раскрывает сердцевину геометрического метода — принцип, который позволяет генерировать окружность и её свойства из самого квадрата, без традиционного построения циркулем.**

Взаимосвязь геометрических фигур троичной системы можно раскрыть более полно, если начать логические построения, опираясь на свойства развернутых углов с вершиной на стороне квадрата. Это свойство вы не найдете в учебниках. Оно проявилось в момент, когда возникла необходимость обосновать алгоритм для нахождения длины окружности математическим способом.

Примем серединные точки на нижней и верхней стороне квадрата ($A$ и $B$), как вершины развернутых углов. Из этих точек проведем прямые, которые разделят развернутые углы на 12 равных углов. В этом случае 1/12 часть развернутого угла - это угол, равный 15°. Это можно сделать с помощью транспортира (рис.1 слева).

Прямые линии, исходящие из противолежащих вершин развернутых углов, при пересечении образуют прямоугольные треугольники (на рисунке прямые углы помечены красными точками), где катеты опираются на прямую, соединяющую противоположные вершины развернутых углов. Продолжая деление развернутых углов на равные части, каждый раз удваивая их количество (12 ,24, 48, 96 и т. д.), в том же соотношении увеличивается количество прямоугольных треугольников, прямые углы которых, все более четко проявляют контур окружности (рис.1 справа).

Деление развернутых углов, расположенных на противоположных сторонах квадрата, создаёт внутри квадрата элементы, замещающие элементы окружности. Прямая соединяющая противоположные вершины развёрнутых углов, является аналогом диаметра окружности. Катеты треугольников являются аналогом парных хорд.

**Несмотря на то, что на чертеже отсутствует окружность, проявлены все признаки теоремы Фалеса, согласно которой: всякий вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, является прямым.**

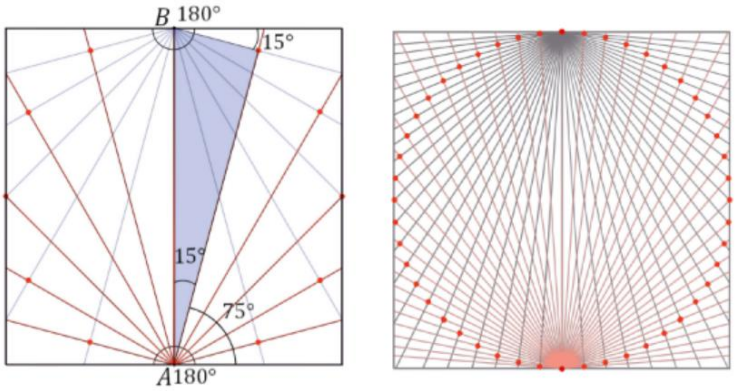



Рис. 1.

Если в квадрат все же вписать окружность (рис.2 слева), тогда прямые, делящие развернутый угол на равные части, станут для окружности секущими, исходящими из вершины развернутых углов сторон квадрата. Количество секущих равно количеству углов, на которые разделен развернутый угол**. Следовательно, существует прямая зависимость величины угла (части развернутого угла стороны квадрата) и части периметра окружности, которую отделяет секущая:**

$\angle BAE = 15°$, что составляет 1/12 часть развернутого угла с вершиной в точке $A$. Стороны этого угла ограничивают 1/12 часть периметра окружности: дугу $BC$. Хорда, стягивающая эту дугу, лежит на стороне угла $FBD$, который является 1/12 частью развернутого угла с вершиной в точке $B$.

При удвоении количества углов (12 ,24, 48, 96 и т. д.), удваивается и количество секущих, каждая из которых будет являться биссектрисой предыдущего угла (рис.2 справа)**:** В этом случае, **хорда (сторона правильного описанного многоугольника) всегда лежит на биссектрисе предыдущего угла:**

$BD_1$ – биссектриса $\angle FBD$; $BC_1$ - хорда, стягивающая 1/24 часть окружности, сторона 24 – угольника.

$BD_2$ – биссектриса $\angle FBD_1$; $BC_2$ - хорда, стягивающая 1/48 часть окружности, сторона 48 – угольника.

**Это и есть аппроксимация — мы приближаем (заменяем) окружность многоугольниками с большим числом сторон.**

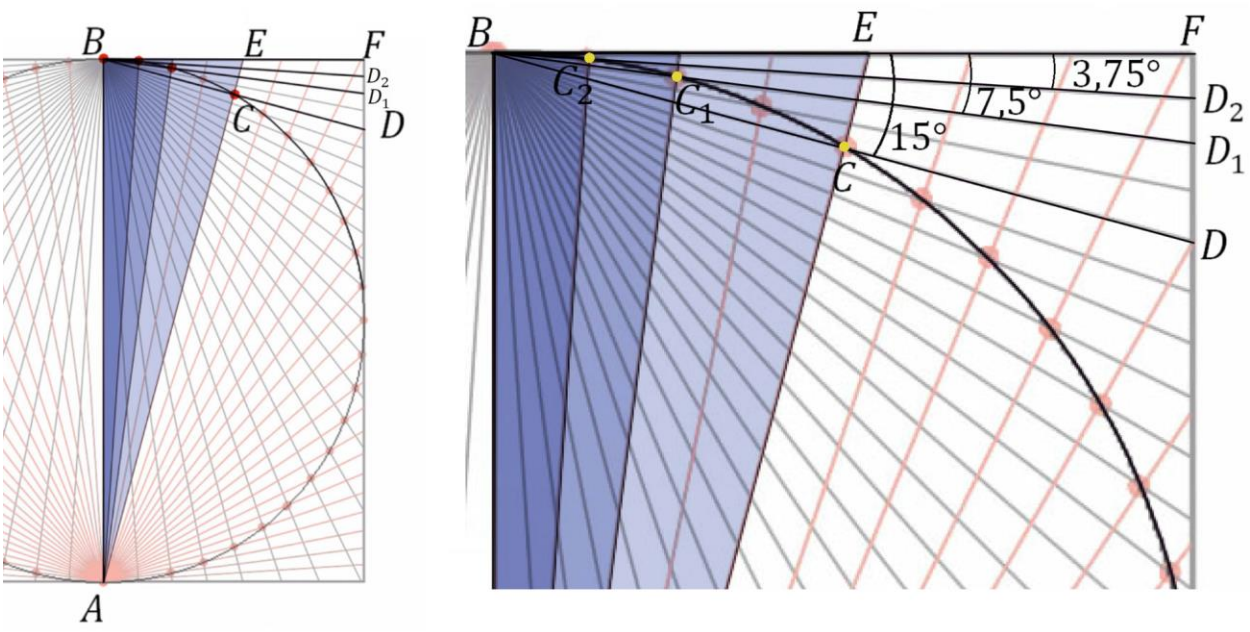



Рис. 2.

**2.2.Выводы к теме «Свойства развернутых углов с вершиной на стороне квадрата»**

Проведённое исследование свойств развёрнутых углов с вершиной на стороне квадрата позволяет сформулировать следующие фундаментальные выводы:

1. **Установлен новый геометрический принцип.** Обнаружено, что простое деление развёрнутого угла на стороне квадрата на равные части и проведение лучей из противолежащих вершин **автоматически порождает внутри квадрата структуру прямоугольных треугольников**. Прямые углы этих треугольников **точечно выстраиваются в кривую, с математической точностью совпадающую с окружностью**, диаметром которой является сторона квадрата. Данное свойство является универсальным и не описано в классических учебниках геометрии.

2. **Выявлена глубинная связь между квадратом и окружностью.** Показано, что окружность не является внешней по отношению к квадрату фигурой. Она **имманентно присуща его структуре** и проявляется через систему углов и точек пересечения. Прямая, соединяющая

вершины развёрнутых углов, выполняет роль диаметра, а катеты возникающих треугольников — роль хорд. Таким образом, квадрат содержит в себе собственную «вписанную окружность» как скрытое свойство своей формы.

3. **Обоснован универсальный алгоритм построения и вычисления.** Данное свойство легло в основу алгоритма последовательного удвоения числа делений угла (12, 24, 48...), что позволяет с любой требуемой точностью:

- **Аппроксимировать окружность** и её элементы (хорды, дуги).
- **Находить стороны правильных многоугольников**, вписанных в окружность или описанных вокруг неё.
- **Вычислять длину окружности** через переход к пределу в данной системе, что привело к определению истинного значения числа π.

4. **Теорема Фалеса получила новую интерпретацию.** Продемонстрировано, что признаки теоремы Фалеса (прямой угол, опирающийся на диаметр) проявляются **даже в отсутствие явно начерченной окружности**. Это доказывает, что данная теорема описывает не столько свойство окружности, сколько **фунментальное свойство пространственных соотношений**, которое проявляется и в других фигурах, в частности, в квадрате.

5. **Заложен фундамент «Геометрии Постоянной Дуги».** Данное свойство является краеугольным камнем всей троичной системы. Оно показывает, что ключевым параметром, связывающим линейные (сторона квадрата) и криволинейные (дуга окружности) величины, является **величина угла при вершине квадрата**. Это открывает путь к новому классу геометрических задач, решаемых без традиционного аппарата тригонометрии.

**Таким образом, открытое свойство развёрнутых углов на стороне квадрата представляет собой не частное наблюдение, а новый фундаментальный принцип геометрии. Этот принцип позволяет вывести свойства окружности из свойств квадрата, устанавливая между ними взаимно-однозначную связь и открывая путь для создания единого алгоритма решения широкого круга классических и новых геометрических задач.**

**2.3. Теорема о связи вписанных и описанных треугольников.**

Даны:

Окружность и описанный квадрат.

В системе существует прямоугольный треугольник , где:

- больший катет совпадает с диаметром окружности,
- меньший катет лежит на стороне квадрата,
- гипотенуза проведена под острым углом от основания диаметра до стороны квадрата.

**1) Горизонтальный катет равен стороне описанного многоугольника, соответствующего хорде.**

**2) При совмещении вписанного и описанного треугольников относительно дуги, их боковые стороны лежат на одной прямой, а длина боковой стороны описанного треугольника равна половине гипотенузы исходного треугольника**

**Доказательство 1 часть:**

Повторим построение, представленное в Главе 1 (Часть 3), для получения 24-угольника: проведём гипотенузу из точки $A$ через точку, делящую окружность на 12 частей, до пересечения со стороной квадрата, и симметрично скопируем треугольник $ABE$ относительно диаметра $AB$. Как было доказано ранее, в этом случае $E_2B = BE$.

Радиус $OB$ примем как диаметр для окружности в два раза меньше единичной. Повторим построение, описанное выше, и получим окружность, разделённую на 12 равных частей, диаметр которой равен радиусу единичной окружности. Полное копирование построения позволяет нам утверждать, что на стороне квадрата мы получили равные отрезки (Рис 3 слева):

$$E_2E_{2м} = E_{2м}B = BE_м = BE_м = E_м E$$

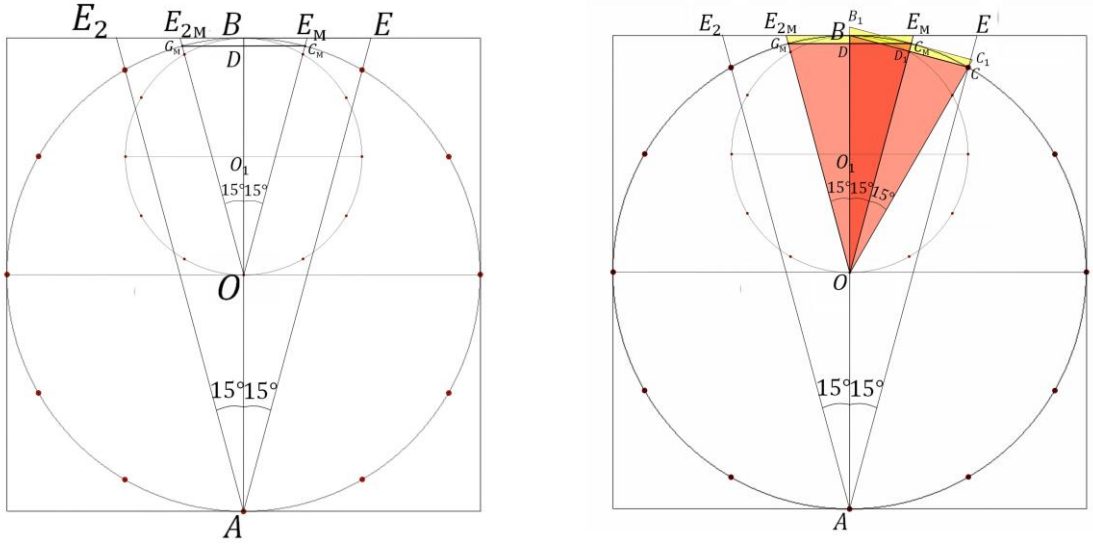



Рис.3

Пересечение гипотенузы $OE_м$ в точке $C_м$ с единичной окружностью разделила дугу $BC$, которая является 1/12 частью окружности, на две равные части. Следовательно, вся единичная окружность будет разделена на 24 равные части.

Если мы соединим точки $G_м$и $C_м$ прямой, то получим сторону вписанного 12 - угольника, которая расположена параллельно стороне квадрата, так как эта прямая соединяет два радиуса, где $OB$ является центром симметрии. В этом случае $E_{2м}E_м$ будет стороной описанного треугольника.

Вписанные треугольники $OE_{2м}E_м$ и $OB_1C_1$, так как их основания $G_мC_м$ и $BC$ являются хордами и стягивают 1/12 часть окружности. Поскольку, боковые стороны этих треугольников являются продолжением радиусов то:

$$E_{2м}E_м = B_1C_1$$

По доказанному выше: $E_{2м}E_м = BE$

следовательно, в прямоугольном треугольнике $ABE$ катет $BE$ равен стороне описанного треугольника $B_1C_1$, соответствующего хорде $BC$, **что и доказывает первое утверждение теоремы.**

$$BE = B_1C_1$$

**Доказательство 2 часть:**

Проведём аналогичное построение слева от диаметра в нижней части окружности (Рис.4 слева). Оставим на рисунке только те фрагменты, которые нас интересуют (Рис.4 справа).

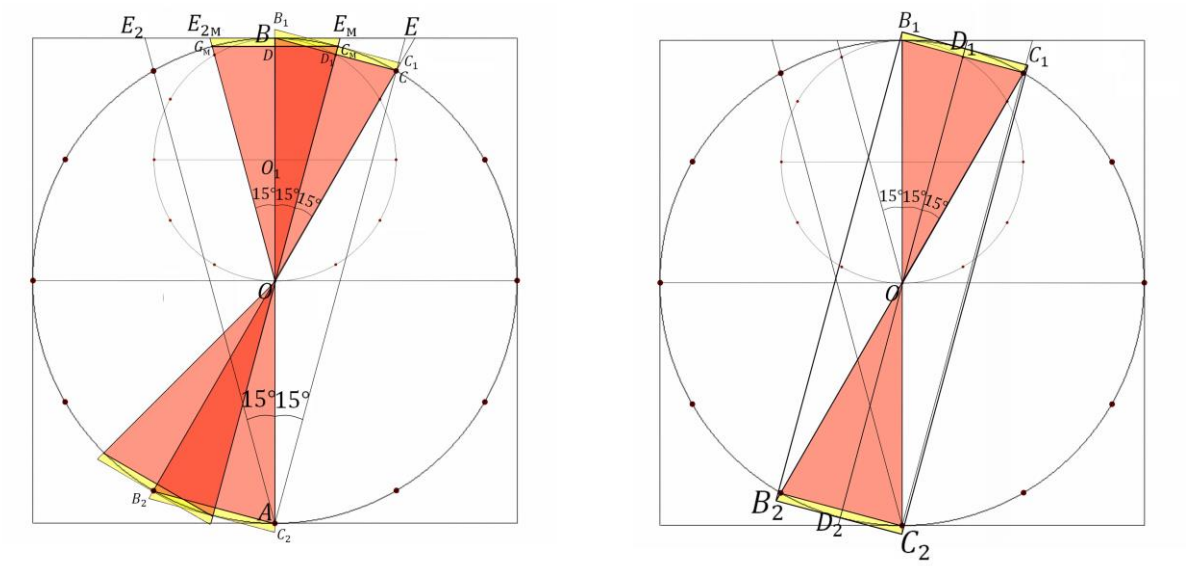



Рис.4

Треугольники $B_1OC_1 = B_2OC_2$ равны, т.к. боковые стороны верхнего треугольника являются продолжением сторон нижнего треугольника, и пересекаются в точке $O$.

$D_1D_2$ состоит из двух радиусов и равна диаметру окружности.

Соединяем прямые $B_1B_2$ и $C_1C_2$, получаем прямоугольник, где диаметр $D_1D_2$ делит горизонтальные катеты на две равные части. В этом случае $D_1D_2 = B_1B_2$ параллельны и равны диаметру окружности или вертикальному катету прямоугольного треугольника $ABE$.

Сторона $B_1C_1$ равна горизонтальному катету прямоугольного треугольника (по доказанному ранее), следовательно, диагональ $C_1B_2$ (два катета равны) будет равна гипотенузе прямоугольного треугольника. Поскольку, диагональ прямоугольника в точке $O$ разделена на две равные части, боковая сторона гипотенузы $OC_1$ равна половине гипотенузы (Рис.4 справа).

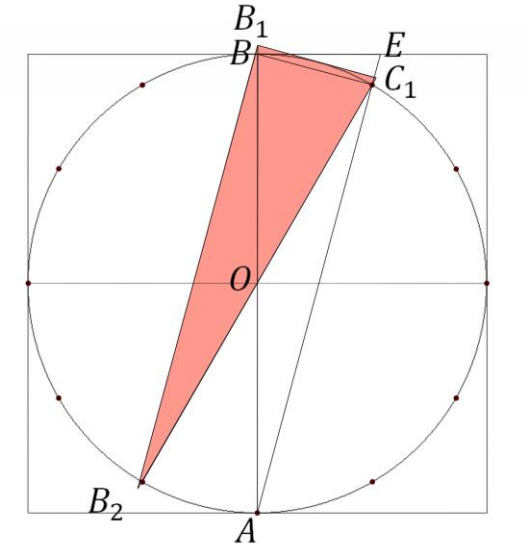



Рис.5 Демонстрация доказательства второй части теоремы без дополнительного построения.

**Вывод: При совмещении вписанного и описанного треугольников относительно дуги, их боковые стороны лежат на одной прямой, а длина боковой стороны описанного треугольника равна половине гипотенузы исходного треугольника.**

**2.4.Пример практического применения теоремы:**

**Задание:**

Дано:

$D = 13{,}353$ - диаметр окружности

$BC = 3{,}2$ - хорда , образующая вписанный треугольник, боковые стороны которой равны радиусу (это условие задаёт равнобедренный треугольник)

Задание: найти сторону описанного треугольника

Решение:

Из точки $A$ через точку $C$ на окружности проведём прямую до пересечения с горизонтальной линейкой (рис. 6). Образован прямоугольный треугольник $ABE$, где $AE$ - гипотенуза прямоугольного треугольника. Треугольники $ABE \sim BCE \sim ABC$.

В прямоугольном треугольнике $ABC$ нам известна гипотенуза $AB$ и катет $BC$, найдём катет $AC$:

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{13{,}353^2 - 3{,}2^2} = 12{,}963896366447858950579620144134$$

$$k_1 = \frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{13{,}353}{12{,}963896366447858950579620144134} = 1{,}030014404817303892783728400 7927$$

$BE = BC \times k_1 = 3{,}2 \times 1{,}0300 = 3{,}296046095415372456907930882536 6$ - $BE$ является стороной описанного многоугольника относительно дуги $BC$.

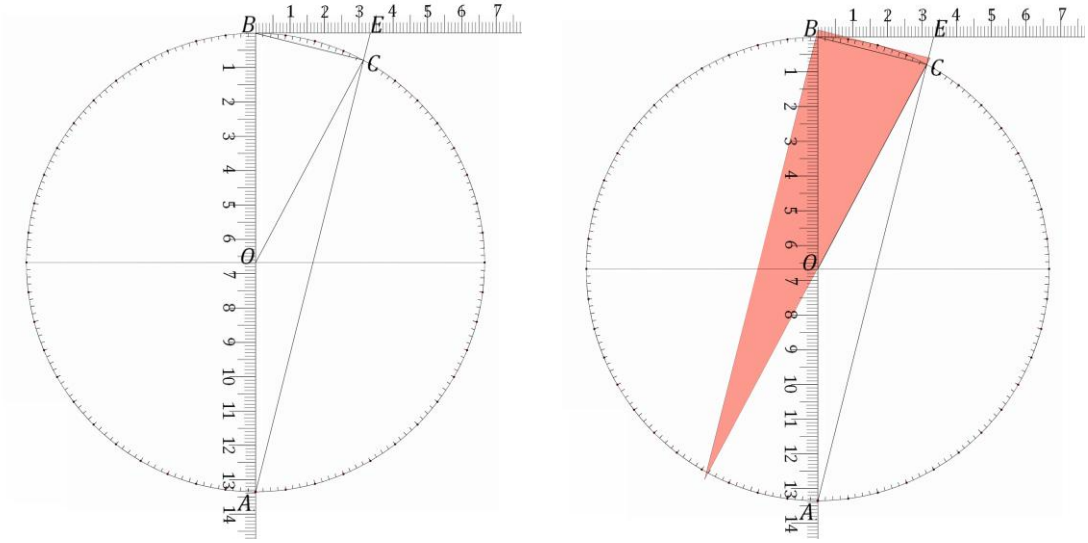



Рис. 6

На Рис. 6 показано смещение треугольника $ABE$ при котором стороны вписанного и описанного многоугольника параллельны.

**Заключение к части 2**

Доказанная теорема стала логичным продолжением идеи, заложенной в первой части: квадрат и окружность — части единой системы.

Теперь мы видим это не только на качественном уровне (окружность, проявляющаяся из квадрата), но и на **количественном**: ключевые элементы связаны простыми и точными формулами. Равенство $\boldsymbol{BE = B_1C_1}$ и соотношение $\boldsymbol{OC_1 = ½\,AE}$ - это математическое подтверждение глубинной связи между фигурами.

Важно, что эти соотношения были получены **наглядным геометрическим путём** — через построения, симметрию и подобие, без привлечения сложного математического аппарата. Такой подход не только убедителен, но и **практически полезен**, что было сразу же продемонстрировано на реальном примере расчёта.

Таким образом, теорема переводит открытый геометрический принцип на язык конкретных, проверяемых соотношений. Она показывает, как, опираясь на простейший треугольник, можно точно определять параметры сложных многоугольников, открывая новые, более изящные пути для вычислений и построений.

**2.5. Заключение к главе 2.**

Эта глава показала, что между квадратом и окружностью существует гораздо более тесная связь, чем принято считать.

**Главный результат Части 1** — мы обнаружили, что сама конструкция квадрата **уже содержит в себе окружность**. Её не нужно вписывать циркулем — она проявляется сама, когда мы начинаем делить углы на сторонах квадрата и проводить линии из противоположных вершин. Прямые углы возникающих при этом треугольников **автоматически выстраиваются вдоль дуги будущей окружности**. Это не случайность, а новое геометрическое свойство квадрата, которое позволяет строить и вычислять окружность и её элементы прямо из его структуры.

**В Части 2** это знание помогло нам доказать ключевую теорему. Мы установили два точных и практичных правила:

1. **Горизонтальный катет** основного треугольника (лежащий на стороне квадрата) в точности **равен стороне описанного многоугольника**.
2. **Боковая сторона** вписанного треугольника оказывается **ровно в два раза короче гипотенузы** исходного.

Эти правила — не просто любопытный факт. Они работают как **мост**: они соединяют простые элементы (катеты треугольника) со сложными (стороны многоугольников), позволяя легко

переходить от одних к другим и производить точные расчёты. Решённая в конце задача — наглядное тому подтверждение.

**Таким образом, представленные в главе принципы и теорема — это не только теория. Это рабочий инструмент.** Они открывают путь к новому, более простому и наглядному способу решения многих классических геометрических задач, связанных с окружностью и квадратом, минуя сложный математический аппарат.

Эта глава показала, что между квадратом и окружностью существует гораздо более тесная связь, чем принято считать. Мы обнаружили, что сама конструкция квадрата уже содержит в себе окружность, которая проявляется при делении его углов. В свою очередь, это знание позволило строго доказать ключевую теорему, связывающую элементы системы.

Главный практический результат: теперь для нахождения элементов окружности (хорд, дуг) нам не всегда нужно чертить саму окружность — достаточно оперировать свойствами квадрата и его диагоналей. Это превращает квадрат из внешней описанной фигуры в активный вычислительный инструмент.

**Эти правила — не просто любопытный факт. Они работают как мост: соединяя простые элементы (катеты треугольника) со сложными (стороны многоугольников), позволяя легко переходить от одних к другим и производить точные расчёты. Решённая в конце задача — наглядное тому подтверждение.**

---

## Глава 3. Выпрямление дуги окружности и рождение новой фундаментальной константы «Т»

В предыдущих главах была разработана система деления окружности на 12 частей и построен прямоугольный треугольник $ABE$ **с острым углом 15°**. В данной главе эта система становится основой для двух независимых методов установления истинной **фундаментальной константы Гармонической Тригонометрической Системы (ГТС)**...

Цель данной главы — наглядным геометрическим и строгим вычислительным методами определить истинную длину окружности и, а также продемонстрировать несоответствие классического значения (Пи=3,1415...) наблюдаемой геометрической реальности.

---

### 3.1. Геометрическое выпрямление дуги окружности

**Построение системы окружностей**

За основу берётся единичная окружность $\boldsymbol{D = 1}$, разделённая на 12 равных частей. На вертикальной оси располагаются две соприкасающиеся единичные окружности. Из точки их касания радиусом, равным единице (т.е. диаметру единичной окружности), проводится **окружность 2**.

Из центра второй окружности проводятся 12 радиусов через точки деления верхней внутренней окружности и 12 радиусов — через точки деления нижней внутренней окружности. Таким образом, вторая окружность оказывается разделённой на **24 равные части**.

Аналогичным образом строятся последующие окружности:

- **Окружность 3** делится на **48 частей**,
- **Окружность 4** — на **96 частей**,
- **Окружность 5** — на **192 части**.

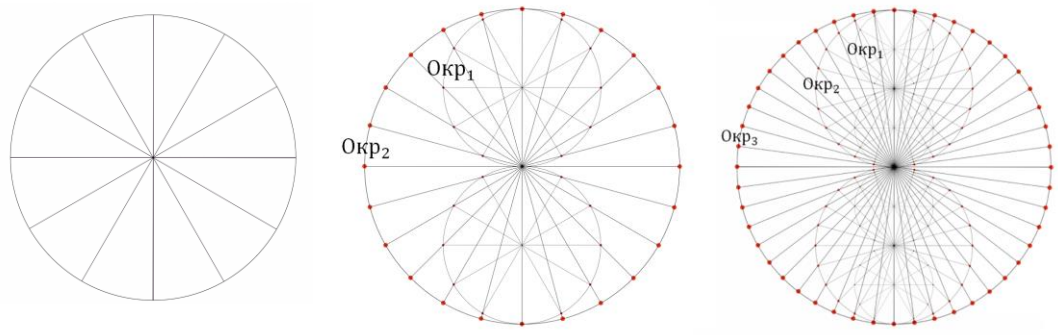



Рис.1

Рис. 1. Система окружностей с геометрической прогрессией диаметров.

**Ключевое наблюдение: сохранение длины дуги**

В этой системе с каждым новым построением:

- Диаметр окружности удваивается,
- Длина окружности удваивается,
- Количество частей на периметре удваивается.

При этом **длина дуги одной части остаётся неизменной** и равной 1/12 части единичной окружности:

$\frac{C}{12} = \frac{2C}{24} = \frac{4C}{48} = \frac{8C}{96}$ и т. д., где $C$ – длина окружности.

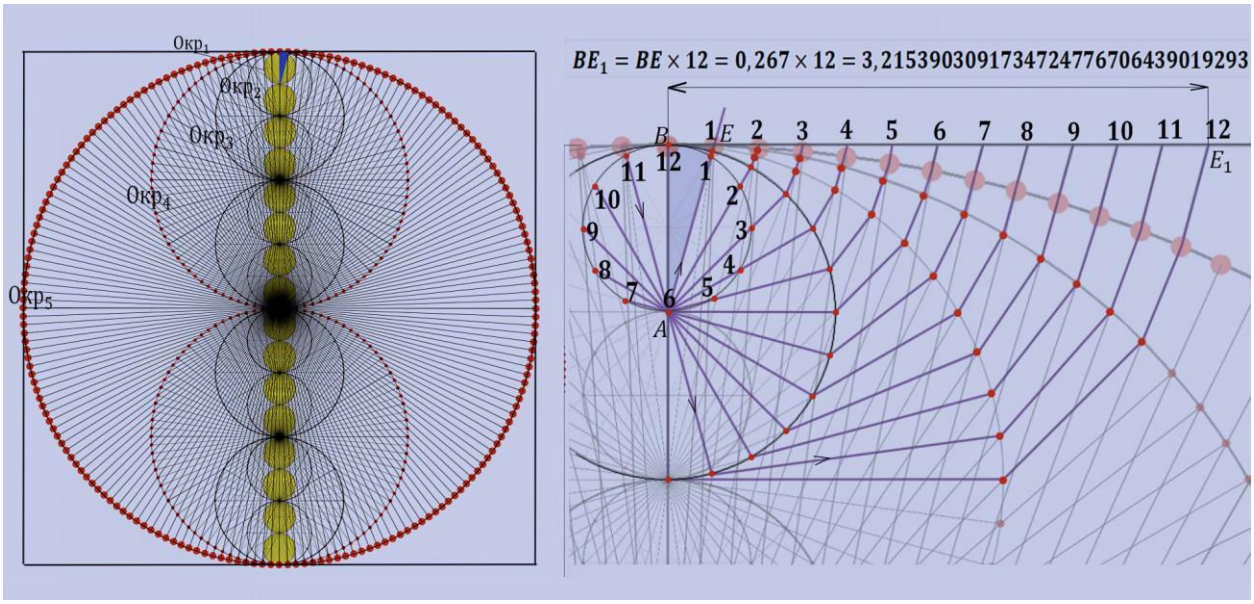



Рис. 2. Общий вид системы окружностей (слева) и увеличенный фрагмент (справа).

**Процесс выпрямления дуги.**

- На рисунках видно, как ломаные линии, соединяющие равные по длине дуги на окружностях разного диаметра, с увеличением диаметра становятся всё более пологими.
- Выделен прямоугольный треугольник $ABE$, гипотенуза которого ограничивает равные по длине дуги на всех окружностях системы:

$$\frac{1}{12}\left(1_{\text{окр}}\right) = \frac{1}{24}(2_{\text{окр}}) = \frac{1}{48}(3_{\text{окр}}) = \frac{1}{96}(4_{\text{окр}}) = \frac{1}{192}(5_{\text{окр}})$$

- При увеличении числа окружностей в системе дуга 1/12 части единичной окружности, сохраняя свою длину, становится всё более пологой. Её хорда удлиняется и стремится к значению горизонтального катета треугольника $ABE$.

**Вывод:** Происходит последовательная трансформация криволинейной величины в линейную. В пределе, при бесконечном увеличении количества окружностей, длина дуги 1/12 части единичной окружности стремится к длине катета $BE$.

**Расчёт длины окружности**

Из геометрии треугольника $ABE$ известно:
$BE = 0{,}267949192431122706472553658494 11$
Следовательно, длина дуги 1/12 части единичной окружности равна длине катета $BE$.
Длина всей окружности будет равна:
$C = BE_1 = BE \times 12 = 0{,}267 \times 12 = 3{,}215390309173472477670643901929 3$
Таким образом, геометрический метод приводит нас к значению:

$$\boldsymbol{\pi = 3{,}215390309173472477670643901929 3}$$

### 3.2. Эмпирическое опровержение классического $\pi$

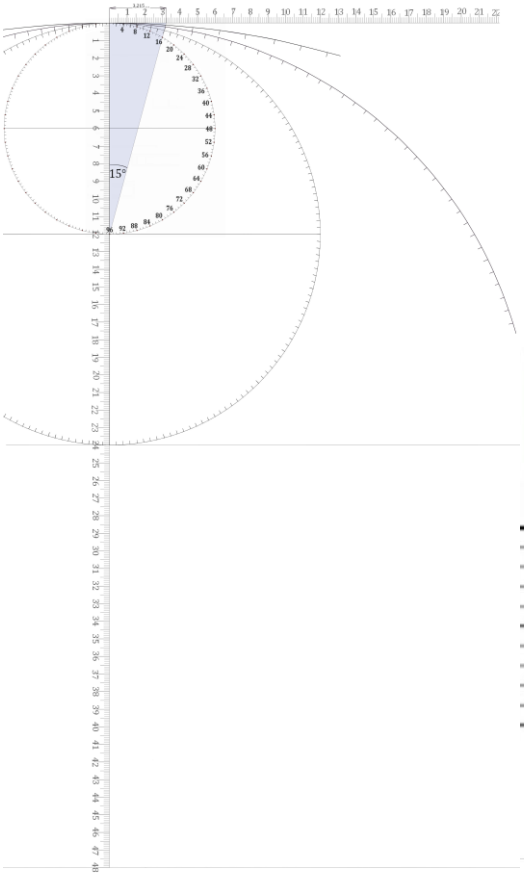


Рис. 3.

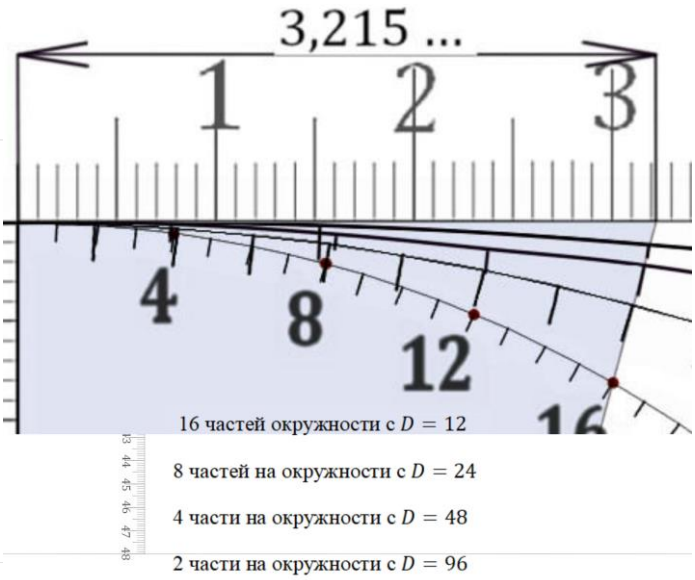



Рис.4.

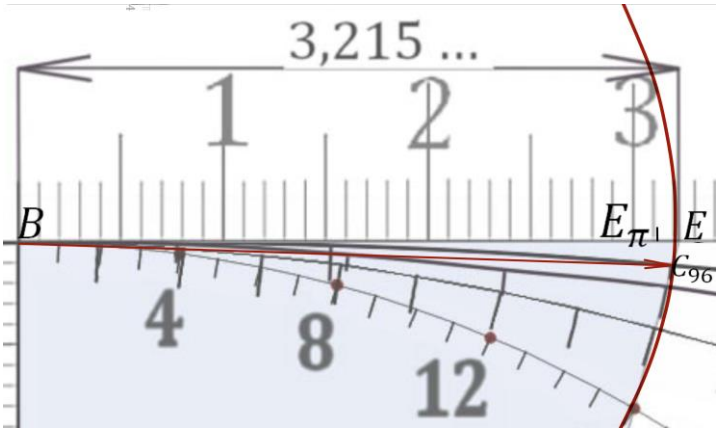



Рис.5

Рис. 3-5. Визуализация процесса выпрямления дуги и сравнения длин.
На рисунке 5 наглядно показан процесс выпрямления дуги и сравнения длин:

- Хорда **$BC_{96}$**, стягивающая 1/12 часть окружности с диаметром 96,
- Отрезок, представляющий 1/12 часть окружности, рассчитанную с $\pi = 3{,}1415..$
- Наблюдается, что **хорда $BC_{96}$ длиннее** отрезка, соответствующего классическому $\pi$.

**Поскольку хорда не может быть длиннее дуги, которую она стягивает, это означает, что длина дуги, рассчитанная через $\pi = 3,1415\ldots$, занижена.**

### 3.3. Ключевые параметры Гармонической Тригонометрической Системы

Прежде, чем перейти к вычислительным методам, необходимо формализовать систему соотношений, возникающих в ключевом треугольнике $ABE$.

***Гармоническая Тригонометрическая Система (ГТС) становится математическим фундаментом для всех последующих построений и является конкретным выражением Принципа Гармонии.***

***Анализ треугольника ABE показывает, что он состоит из четырёх подобных треугольников, связанных строгими пропорциональными зависимостями:***

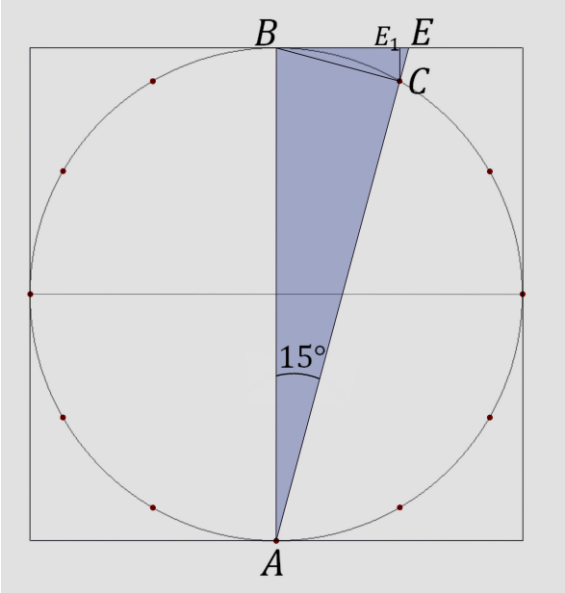



Рис. 6.

Треугольник $ABE$ состоит из 4-х подобных треугольников:

$ABE \sim ABC \sim BCE \sim E_1CE$ - по первому признаку подобия.

$BC = 0{,}258819045102520762348898837624 03$ - является хордой, стягивающей 1/12 часть окружности, и высотой прямоугольного треугольника $ABE$.

$BE = 0{,}267949192431122706472553658494 11$ - является частью периметра описанного квадрата и горизонтальным катетом прямоугольного треугольника $ABE$.

$AB = 1$ - является диаметром окружности и вертикальным катетом треугольника $ABE$.

$AE = 1{,}035276180410083049393955953504962$ - является гипотенузой прямоугольного треугольника, состоящей из хорды $AC$ и катета прямоугольного треугольника $BCE$.

Найдем коэффициенты подобия для системы подобных треугольников:

$$k_{кл1} = \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{BC} = \frac{AE}{AB} = \frac{CE}{CE_1} = 1{,}035276180410083049393955953504962$$

$$k_{кл2} = \frac{AB}{BE} = \frac{AC}{BC} = \frac{CE_1}{E_1E} = 3{,}732050807568877293527446341 5036$$

$$k_{кл3} = \frac{AE}{BE} = \frac{BE}{CE} = \frac{CE}{E_1E} = 3{,}863703305156273146998972798 9159$$

***Эти три ключевых коэффициента образуют замкнутую систему, где каждый может быть выражен через другие. Такая взаимосвязь подтверждает системность подхода и обеспечивает математическую основу для вывода алгоритмической формулы в следующей части.***

**Прямоугольный треугольник с острым углом 15° условимся называть ключевым треугольником. Коэффициенты подобия, действующие в таком треугольнике, условимся называть ключевыми коэффициентами подобия.**

### 3.4. Математическое подтверждение методом вписанных многоугольников

Выявленная троичная система коэффициентов подобия позволяет кардинально усовершенствовать классический метод Архимеда. Используя чистую геометрию и выведенные константы, мы можем построить эффективный вычислительный алгоритм, избегая тригонометрических функций.

Рассмотрим систему подобных треугольников, возникающих при построении вписанных многоугольников:

Классический метод определения длины окружности путём вписывания правильных многоугольников и последовательного удвоения числа сторон получает кардинальное развитие. Вместо тригонометрических функций используется чистая геометрия и система подобия, вытекающая из построений Главы 1.

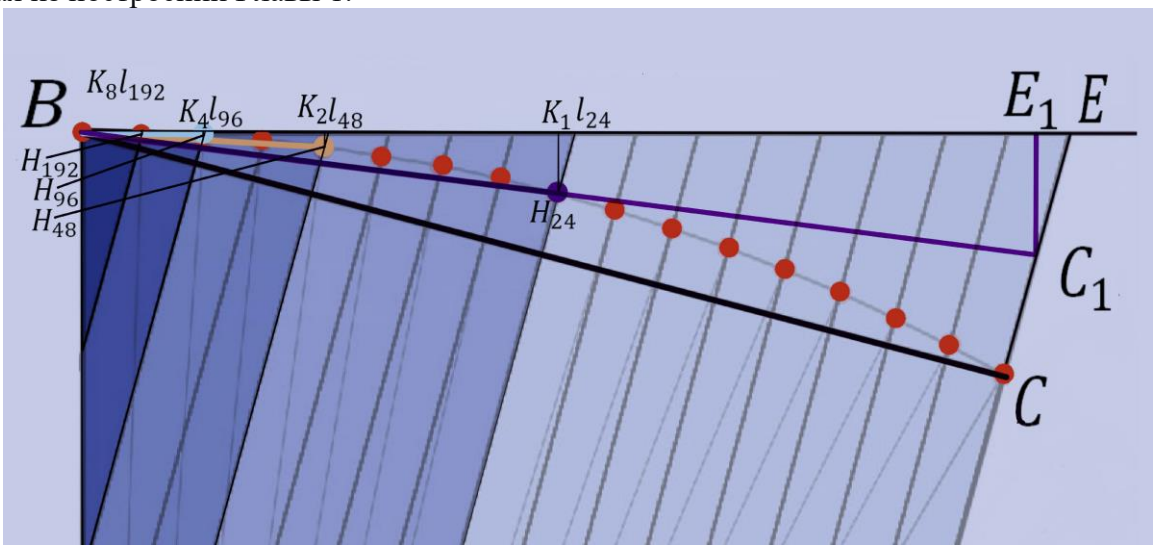



Рис. 8. За основу берётся ключевой треугольник **ABE.**

**Вывод ключевых констант:**

За основу берётся ключевой треугольник $ABE$. Из точек $H_{24,48,96,192\ldots}$ проведем перпендикуляры к стороне $BE$ и получим систему маленьких подобных треугольников, где также действуют ключевые коэффициенты подобия:

$$\measuredangle ABE \sim \measuredangle EE_1C_1 \sim \measuredangle l_{24}K_1H_{24} \sim \measuredangle l_{48}K_2H_{48} \ldots$$

$$K_1H_{24} = \frac{C_1E_1}{2} = \frac{0{,}0340}{2} = 0{,}017037086855465856625128400135 54$$

$$Bl_{24} = \frac{BE}{2} = \frac{0{,}267}{2} = 0{,}133974596215561353236276829247 05$$

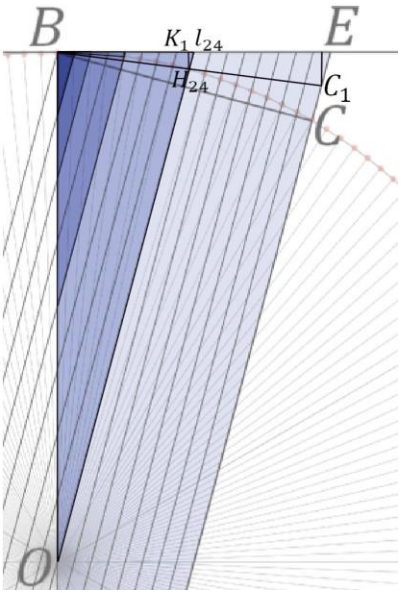



Рис. 8

Треугольники: $\measuredangle K_1H_{24}l_{24}$ и $\measuredangle OBl_{24}$ **составляют пару подобных треугольников с ключевыми пропорциями** (рис.8), где соотношение частей можно выразить коэффициентом, который является **новой ключевой константой системы**:

$$k = \frac{OB}{K_1H_{24}} = \frac{Bl_{24}}{K_1l_{24}} = \frac{0{,}5}{0{,}0170} = 29{,}347740270490518712710081211185$$

Эта константа характеризует масштабное соотношение в системе подобных треугольников и будет использоваться во всех последующих вычислениях.

**Алгоритм и единая формула**

Теперь, имея полный набор констант:

- $Bl_{24} = \frac{BE}{2} = \frac{0{,}267}{2} = 0{,}13397459621556135323627682924705$
- $k_{кл2} = \frac{AB}{BE} = \frac{AC}{BC} = \frac{CE_1}{E_1E} = 3{,}732050807568877293527446341503 6$
- $k = \frac{OB}{K_1H_{24}} = \frac{Bl_{24}}{K_1l_{24}} = \frac{0{,}5}{0{,}0170} = 29{,}347740270490518712710081211185$

мы можем вывести единую формулу для вычисления стороны вписанного многоугольника. *Геометрический смысл алгоритма заключается в последовательном вычислении катетов малых подобных треугольников. Формула может быть представлена в структурированном виде:*

$$\boldsymbol{BH_n = \sqrt{\left(\frac{Bl_{24}}{n} - \frac{\frac{Bl_{24}}{n}}{kn}\right)^2 + \left(\frac{Bl_{24}}{kn} \times k_2\right)^2}}$$

*где:*

- **n** — переменная, представляющая собой последовательность чисел
- *Горизонтальный катет* (гк$_м$) $\text{гк}_м = \frac{Bl_{24}}{n} - \frac{\frac{Bl_{24}}{n}}{kn}$
- *Вертикальный катет* (вк$_м$) $\text{вк}_м = \frac{Bl_{24}}{kn} \times k_2$

*Такое представление наглядно показывает, что мы имеем дело с классической теоремой Пифагора, применённой к системе подобных треугольников.*

**Результаты вычислений:**

*Результаты вычислений демонстрируют монотонное возрастание периметра вписанного многоугольника с увеличением числа сторон. Особенно показательно сравнение ручного и компьютерного расчётов:*

**Таблица 1. Ручной расчёт**

**Таблица расчёта сторон (хорд) и периметров правильных вписанных многоугольников, с числом сторон больше 12.**

| | |
|---|---|
| (n=1) | $\boldsymbol{BH_{24} = \sqrt{\left(\frac{Bl_{24}}{1} - \frac{\frac{Bl_{24}}{1}}{1k}\right)^2 + \left(\frac{\frac{Bl_{24}}{1}}{1k} \times k_2\right)^2} =}$ $\mathbf{0{,}130526192220051591548406227 88}$ $\boldsymbol{P_{24-ур}}$ **=3,132628613281238197161749469 12** |
| (n=2) | $\boldsymbol{BH_{48} = \sqrt{\left(\frac{Bl_{24}}{2} - \frac{\frac{Bl_{24}}{2}}{2k}\right)^2 + \left(\frac{\frac{Bl_{24}}{2}}{2k} \times k_2\right)^2} =}$ $\mathbf{0{,}065983642076604838820655 78}$ $\boldsymbol{P_{48-ур}}$ **=3,167214819677032263391477679726 4** |

| | |
|---|---|
| (n=4) | $BH_{96} = \sqrt{\left(\frac{Bl_{24}}{4} - \frac{\frac{Bl_{24}}{4}}{4k}\right)^2 + \left(\frac{\frac{Bl_{24}}{4}}{4k} \times k_2\right)^2} =$ **0,033225399141524876897887238833** <br> $P_{96-\text{yr}} = 3,189638317586388182197174928054 4$ |
| (n=8) | $BH_{192} = \sqrt{\left(\frac{Bl_{24}}{8} - \frac{\frac{Bl_{24}}{8}}{8k}\right)^2 + \left(\frac{\frac{Bl_{24}}{8}}{8k} \times k_2\right)^2} =$ **0,016677619934823944975148958 9691** <br> $P_{192-\text{yr}} = 3,202103027486197435228600122048$ |
| (n=16) | $BH_{384} = \sqrt{\left(\frac{Bl_{24}}{16} - \frac{\frac{Bl_{24}}{16}}{16k}\right)^2 + \left(\frac{\frac{Bl_{24}}{16}}{16k} \times k_2\right)^2} =$ **0,008355844975829585121935387847 0** <br> $P_{384-\text{yr}} = 3,208644470718560686823188933249$ |
| (n=32) | $BH_{768} = \sqrt{\left(\frac{Bl_{24}}{32} - \frac{\frac{Bl_{24}}{32}}{32k}\right)^2 + \left(\frac{\frac{Bl_{24}}{32}}{32k} \times k_2\right)^2} =$ **0,004182281145985813395919677598 1** <br> $P_{768-\text{yr}} = 3,211991920117104688806631239537$ |
| (n=64) | $BH_{1536} = \sqrt{\left(\frac{Bl_{24}}{64} - \frac{\frac{Bl_{24}}{64}}{64k}\right)^2 + \left(\frac{\frac{Bl_{24}}{64}}{64k} \times k_2\right)^2} =$ **0,002092242680489206580809753743 3** <br> $P_{1536-\text{yr}} = 3,213684757231421308123781749708 8$ |
| (n=128) | $BH_{3072} = \sqrt{\left(\frac{Bl_{24}}{128} - \frac{\frac{Bl_{24}}{128}}{128k}\right)^2 + \left(\frac{\frac{Bl_{24}}{128}}{128k} \times k_2\right)^2} =$ **0,001046398419632275509326329 7** <br> $P_{3072} = 3,214535945110350364650485076522 4$ |
| (n=256) | $BH_{6144} = \sqrt{\left(\frac{Bl_{24}}{256} - \frac{\frac{Bl_{24}}{256}}{256k}\right)^2 + \left(\frac{\frac{Bl_{24}}{256}}{256k} \times k_2\right)^2} =$ **0,000523268673547677032095206411** <br> $P_{6144} = 3,214962730276927685192948191034 8$ |
| (n=512) | $BH_{12288} = \sqrt{\left(\frac{Bl_{24}}{512} - \frac{\frac{Bl_{24}}{512}}{512k}\right)^2 + \left(\frac{\frac{Bl_{24}}{512}}{512k} \times k_2\right)^2} =$ **0,000261651726931049168246599 29** <br> $P_{12288} = 3,215176420528732179414212169 20$ |

| | |
|---|---|
| (n=1024) | $BH_{24576} = \sqrt{\left(\frac{Bl_{24}}{1024} - \frac{\frac{Bl_{24}}{1024}}{1024k}\right)^2 + \left(\frac{\frac{Bl_{24}}{1024}}{1024k} \times k_2\right)^2} =$ **0,000130830214032163860706452739 86**<br>$P_{24\,576} = 3,215283340054459040721782515 16$ |
| (n=2048) | $BH_{49152} = \sqrt{\left(\frac{Bl_{24}}{2048} - \frac{\frac{Bl_{24}}{2048}}{2048k}\right)^2 + \left(\frac{\frac{Bl_{24}}{2048}}{2048k} \times k_2\right)^2} =$ **0,000065416195036114791620321255**<br>$P_{49152} =$ **3,215336818415114237722030355505 8** |

**Таблица 2. Компьютерный расчёт**

| **Части окружности** | **Геометрическая последовательность n** | **Сторона многоугольника (хорда)** | **Периметр вписанного многоугольника** |
|---|---|---|---|
| 1/24 | 1 | 0,130526192220051 | 3,13262861328123 |
| 1/48 | 2 | 0,065983642076605 | 3,16721481967702 |
| 1/96 | 4 | 0,033225399141525 | 3,18963831758638 |
| 1/192 | 8 | 0,016677619934824 | 3,20210302748619 |
| 1/384 | 16 | 0,008355844975830 | 3,20864447071855 |
| 1/768 | 32 | 0,004182281145986 | 3,21199192011710 |
| 1/1536 | 64 | 0,002092242680489 | 3,21368475723141 |
| 1/3072 | 128 | 0,001046398419632 | 3,21453594511034 |
| 1/6144 | 256 | 0,000523268673548 | 3,21496273027692 |
| 1/12288 | 512 | 0,000261651726931 | 3,21517642052872 |
| 1/24576 | 1024 | 0,000130830214032 | 3,21528334005445 |
| 1/49152 | 2048 | 0,000065416195036 | 3,21533681841511 |
| 1/98304 | 4096 | 0,000032708369570 | 3,21536356224461 |
| 1/196608 | 8192 | 0,000016354252804 | 3,21537693532162 |
| 1/393216 | 16384 | 0,000008177143408 | 3,21538362215069 |
| 1/786432 | 32768 | 0,000004088575955 | 3,21538696563786 |
| 1/1572864 | 65536 | 0,000002044289041 | 3,21538863739961 |
| 1/3145728 | 131072 | 0,000001022144786 | 3,21538947328502 |
| 1/6291456 | 262144 | 0,000000511072459 | 3,21538989122887 |
| 1/12582912 | 524288 | 0,000000255536246 | 3,21539010020107 |
| 1/25165824 | 1048576 | 0,000000127768127 | 3,21539020468724 |
| 1/50331648 | 2097152 | 0,000000063884065 | 3,21539025693035 |
| 1/100663296 | 4194304 | 0,000000031942033 | 3,21539028305190 |
| 1/201326592 | 8388608 | 0,000000015971016 | 3,21539029611268 |
| 1/402653184 | 16777216 | 0,000000007985508 | 3,21539030264307 |
| 1/805306368 | 33554432 | 0,000000003992754 | 3,21539030590827 |
| 1/1610612736 | 67108864 | 0,000000001996377 | 3,21539030754087 |
| 1/3221225472 | 134217728 | 0,000000000998189 | 3,21539030835716 |
| 1/6442450944 | 268435456 | 0,000000000499094 | 3,21539030876531 |
| 1/12884901888 | 536870912 | 0,000000000249547 | 3,21539030896939 |
| 1/25769803776 | 1073741824 | 0,000000000124774 | 3,21539030907143 |
| 1/51539607552 | 2147483648 | 0,000000000062387 | 3,21539030912245 |

- **Вычислительный метод (вписанные многоугольники):**

$$P = 3,21539030912245$$

- **Совпадение на первых 10 знаках после запятой** двух абсолютно независимых методов является мощным математическим доказательством.

Таким образом, два независимых метода — наглядный геометрический и строгий вычислительный — сошлись на одном и том же фундаментальном значении. Данная константа, представляющая собой истинное отношение длины окружности к её диаметру в устанавливаемой нами системе, отныне будет именоваться **числом «Т»** (произносится ти).

$$\boxed{T = 3,215390309173472477670643901929 3}$$

***Введение нового термина необходимо, чтобы избежать методологической путаницы с классическим числом π, значение которого, как было наглядно показано, не соответствует геометрической реальности при конструктивном подходе.***

Введение константы «Т» является **формализацией результата**, полученного при переходе к аксиоматике **Гармонической Тригонометрической Системы (ГТС)**. Эта константа отражает не просто отношение длины окружности к диаметру, но и является мерой **гармонии системы**, основанной на соизмеримости и конструктивном построении. Само название **Т** (**Ти**) символически указывает на **Т**ригонометрию и фундаментальную константу, вокруг которой выстраивается новая **Г**армоническая система.

**3.5. Заключение к главе 3.**

1. **Двойное подтверждение:** Геометрический метод выпрямления дуги и усовершенствованный метод Архимеда независимо приводят к одному и тому же фундаментальному значению, которое мы определяем как **число Т**.
2. **Опровержение классического $\pi$:** Визуальный аргумент с хордой $BC_{96}$ является простым и убедительным эмпирическим опровержением адекватности значения $\pi = 3,1415...$ для задач конструктивной геометрии.
3. **Установление новой константы:** Истинная константа, правильно описывающая соотношение длины окружности к её диаметру в рамках геометрии, основанной на принципе соизмеримости, равна:

$$T = 3,215390309173472477670643901929 3$$

Совпадение результатов двух принципиально разных методов — наглядного геометрического и строгого вычислительного — является веским математическим доказательством. Вероятность случайного совпадения таких результатов стремится к нулю.

Это открытие подтверждает, что математика должна сверяться с геометрической реальностью. Мы не просто «вычисляем» константу, мы «открываем» её в самой природе пространства, переходя от аппроксимации к точному конструктивному построению, руководствуясь **Принципом Гармонии,** лежащим в основе **ГТС**.

**Общий вывод:**

Гармоническая Тригонометрическая Система предстаёт как законченный, стройный и самосогласованный математический аппарат. В ней геометрическое построение и аналитический расчёт образуют неразрывное единство. Прямое и обратное преобразования согласованы с точностью до пределов машинных вычислений, а Принцип Гармонии, проявившийся во всех рассмотренных примерах, связывает линейные и площадные отношения, выступая фундаментальным свойством системы и свидетельством её глубокой внутренней согласованности.

**Фундаментальный результат:** Таким образом, истинная константа, описывающая отношение длины окружности к её диаметру в рамках ГТС, не является трансцендентным числом π. Она представляет собой точное и соизмеримое значение **Т ≈ 3.2153903...**, которое мы получили как предел исключительно монотонной последовательности вписанных многоугольников. Это и есть число "Ти" — мера гармонии новой системы.

## Глава 4. Принцип соизмеримости

Настоящая глава посвящена принципу соизмеримости линейных и криволинейных величин, которые становятся возможными благодаря новому подходу к определению длины окружности, изложенному в главе 2. В рамках данного подхода вводится инструмент - универсальная масштабная линейка - демонстрируется его практическое применение для построения.

### 4.1. Принцип соизмеримости и геометрическая сетка

Ключевой принцип, лежащий в основе соизмеримости, заключается в следующем: при делении окружности на 192 равные части (как было установлено в главе 2), длина одной такой части на окружности тождественно равна длине единичного удлинения горизонтальной линейки. Это позволяет непосредственно, без привлечения трансцендентного числа Пи, сопоставлять и измерять длину криволинейного отрезка (дуги) с помощью линейного эталона.

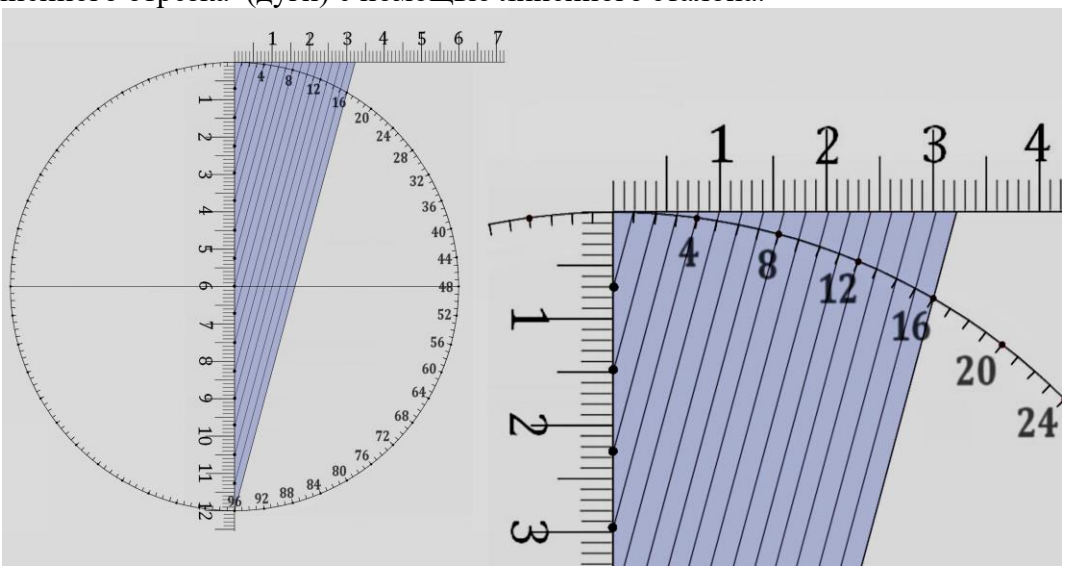


**Рис. 1**

Геометрическая сетка, образованная линиями под углом 15°, визуализируют этот принцип, выделяя на периметре окружности 12 равных секторов. Конструкция напоминает зубчатое колесо, где каждый «зубец» представляет собой выпрямленную дугу, равную 1/12 части окружности (рис. 2) . Важно подчеркнуть, что данная сетка покрывает весь периметр окружности с абсолютной точностью, согласованной с делениями на 192 части, выявляя тем самым гармоничную и соизмеримую структуру кривой.

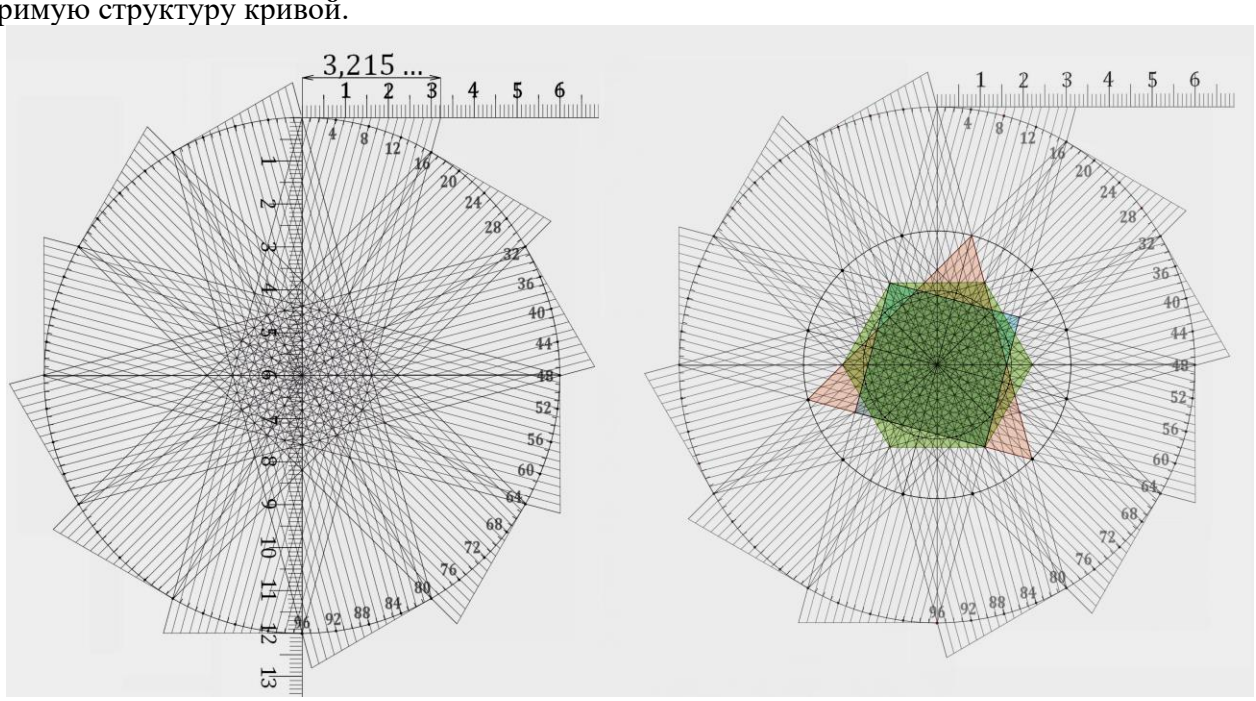



Рис. 2

Для наглядной демонстрации преимущества метода на рисунке 3 представлена геометрическая сетка, построенная с использованием общепринятого значения π = 3,1415… . В данном случае гипотенузы треугольников не образуют замкнутой структуры, что визуализирует систематическую погрешность классического подхода. Области, выделенные красными треугольниками, наглядно показывают «непокрытую» часть периметра — ту часть окружности, которая не может быть точно выражена через π и остаётся несоизмеримой с линейными отрезками.

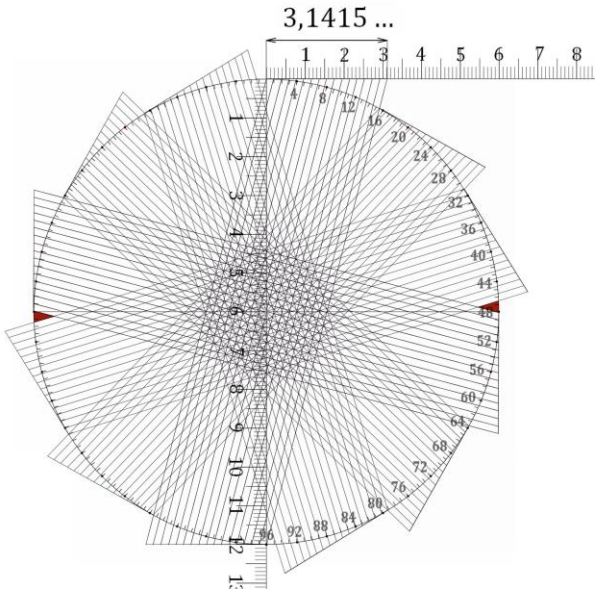



Рис. 3. При использовании π = 3,1415… геометрическая сетка не замыкается. Красные треугольники показывают «непокрытую» часть периметра — зону принципиальной несоизмеримости классического подхода.

### 4.2. Устройство универсальной линейки и практическое применение

Процесс переноса части окружности (дуги) на горизонтальную линейку, называемый выпрямлением дуги, осуществляется следующим методом (рис. 4):

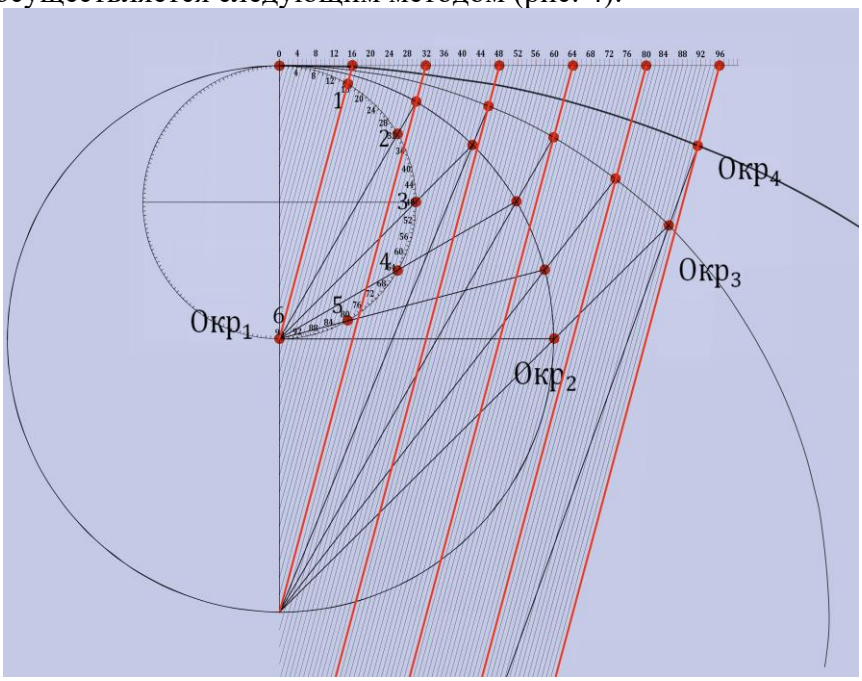



Рис. 4 Принцип выпрямления дуги: гипотенузы прямоугольных треугольников проецируют длину дуги на горизонтальную линейку.

Процесс выпрямления дуги варьируется в зависимости от её длины (в делениях 192-частной линейки):

- **Диапазон от 0 до 16 делений:** выпрямление происходит непосредственно, без дополнительных построений. Гипотенузы треугольников (косые линии) проецируют длину дуги на горизонтальную линейку.
- **Диапазон от 16 до 32 делений:** требуется построение двух вспомогательных окружностей.
- **Диапазон от 32 до 80 делений:** требуется построение трёх вспомогательных окружностей.
- **Диапазон от 80 до 96 делений:** требуется построение четырёх вспомогательных окружностей.

**4.3. 192-частная линейка как естественный транспортир ГТС**

В системе ГТС роль транспортира выполняет эталонная окружность, разделённая на 192 равные части. Мы можем измерять углы как в традиционных градусах, так и в **делениях эталонной окружности** — естественной мере самой системы. С её помощью мы визуально определяем положение любой точки на окружности.

**1 деление 192-частной линейки = 360° / 192 = 1,875°**

Эта простая формула связывает гармоническую меру ГТС с классической градусной мерой, позволяя при необходимости переходить от одной системы к другой.

**4.4.Практическая задача: построение правильного семиугольника**

1. **Определяем длину стороны 7-угольника в делениях дуги.** Для этого количество частей на окружности (192) разделим на 7:

1) Определяем длину стороны 7 - угольника в долях дуги. Для этого количество частей на окружности (192) разделим на 7:

$n = \frac{192}{7} = 27{,}428571428571428571428571428571$ -

Это число соответствует длине дуги (в делениях 192-частной линейки), стягивающей одну сторону вписанного 7-угольника.

2) На рисунке 5 (слева) представлена схема построения:

Отрезок $BC$ является стороной вписанного 7 – угольника.

Отрезок $BE$ является стороной описанного 7 – угольника, что следует из теоремы, доказанной в главе 3.

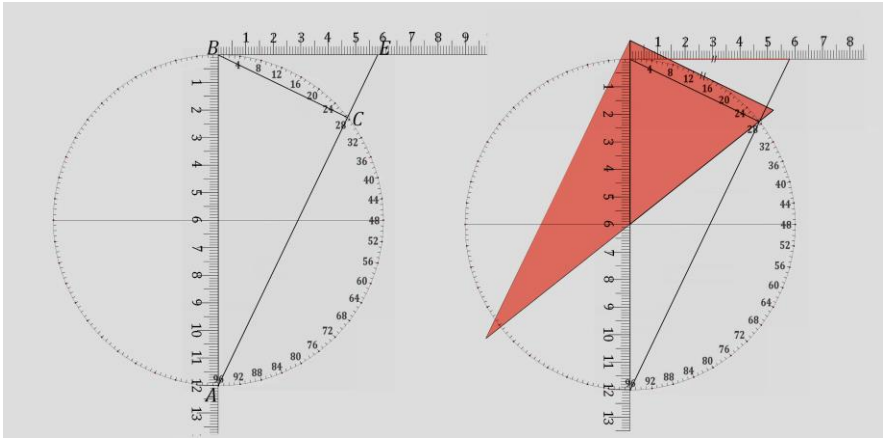



Рис. 5 . *Слева: определение стороны вписанного (BC) и описанного (BE) семиугольника. Справа: иллюстрация теоремы главы 3 — при совмещении вписанного и описанного многоугольников их стороны лежат на одной прямой.*

Это свойство значительно упрощает построение.

На рисунке 6 показан альтернативный метод построения, при котором исходный прямоугольный треугольник **ABE** многократно скопирован по периметру окружности. Это формирует семь симметричных зубчатых выступов. Данный метод автоматически находит

середину дуги, являющуюся точкой касания для описанного семиугольника, и делит центральные углы на 14 равных частей, что также может быть использовано для построения.

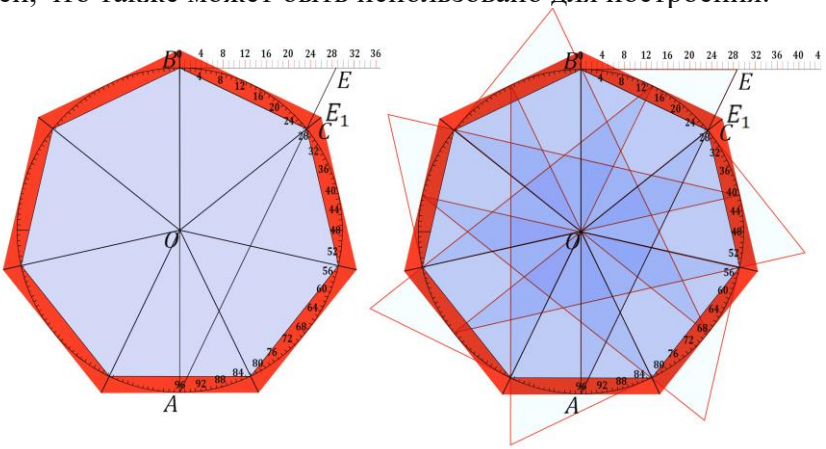



Рис. 6

**4.5. Заключение**

Проделанная работа позволяет сделать фундаментальный вывод: длина окружности и линейный отрезок являются соизмеримыми величинами. Введение универсальной масштабной линейки, основанной на делении окружности на 192 равные части и системе прямоугольных треугольников с ключевыми пропорциями, переводит эту концепцию из теоретической плоскости в практическую.

Как было показано, предлагаемый метод обладает рядом преимуществ:

1. Точность: Геометрическая сетка покрывает периметр окружности без разрывов...
2. Наглядность: Процесс «выпрямления» дуги и связь между вписанными и описанными фигурами становятся геометрически очевидными.
3. Эффективность: Инструмент позволяет быстро и точно строить любые правильные многоугольники...»

**Главный итог:** принцип соизмеримости восстанавливает утраченную связь между алгеброй и геометрией. Мы показали, что кривая линия (дуга) может быть не просто измерена, но и «выпрямлена» в точный линейный эквивалент, становясь такой же понятной и управляемой, как любой отрезок на прямой.

---

## Глава 5. Универсальный метод построения правильных многоугольников с любым числом сторон с помощью циркуля и линейки без делений

Настоящая глава представляет универсальный метод построения правильных многоугольников, основанный на принципиально новой аксиоматике — **Гармонической Тригонометрической Системе (ГТС)**. В отличие от классического подхода, где построимость n - угольников определяется алгебраическими критериями Гаусса, предлагаемый метод устраняет многовековые ограничения и позволяет построить **любой правильный n-угольник** с помощью циркуля и линейки без делений.

Это становится возможным благодаря переходу к геометрии, основанной на константе $T = 3{,}215\ldots$, которая, как было показано в предыдущих главах, обеспечивает точную **соизмеримость линейных и криволинейных величин**. Метод демонстрирует **парадигмальный сдвиг** — от алгебраической неразрешимости к геометрической универсальности.

**5.1. Аксиоматика ГТС**

**Аксиоматические основания метода**

***Все построения данной главы выполняются в рамках следующих аксиоматических положений Гармонической Тригонометрической Системы (ГТС), доказанных в предыдущих главах:***

1. **Аксиома о значении** T**.** Фундаментальной константой системы является T= 3,215390309173472477670643901929З… представляющая собой отношение длины окружности к её диаметру в данной системе.

2. **Аксиома о ключевом треугольнике.** Для любой окружности диаметром $D = n$ существует прямоугольный треугольник $ABE$, где:

- $AB = D$ (вертикальный катет)
- $BE = \mathrm{T}$ (горизонтальный катет), **неизменный для любого n**
- угол при вершине $A = 15°$

3. **Аксиома о парных окружностях.** Окружности, диаметры которых связаны соотношением: $D_2 = 2D_1$ являются парными. Построение правильного n-угольника для одной из них **однозначно определяет** построение для парной.

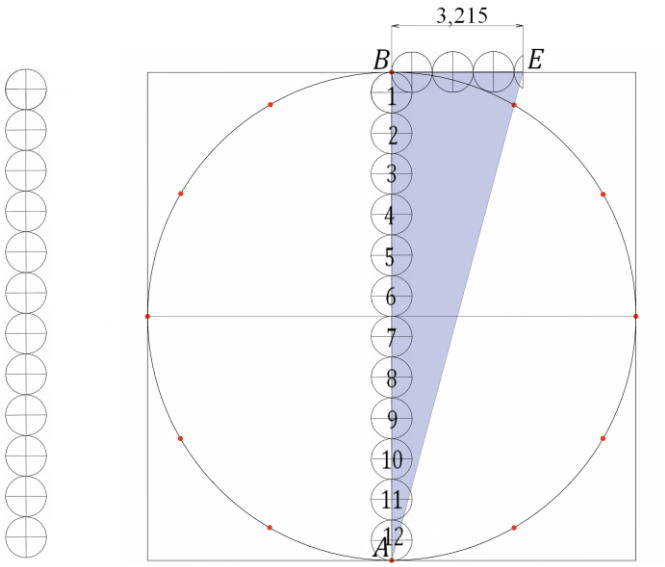
4. **Аксиома универсальности построений.** Любой правильный n - угольник может быть построен с помощью циркуля и линейки без делений через геометрическую проекцию на ключевой треугольник.

---

**5.2. Геометрический вывод базового шаблона**

**Построение схемы-шаблона и вывод константы.**

- **Построение 12-частной системы** (Рис. 1а)
- Проводим малую окружность с центром на вертикали.
- Классическим геометрическим способом (пересечение дуг) делим её вертикальный диаметр пополам, получая горизонтальный диаметр.
- Полученный радиус используем для построения 12 малых окружностей равного диаметра, соприкасающихся на вертикали.
- Диаметр малой окружности принимаем за **единицу измерения**.




а б

Рис.1

**Определение константы T в системе ГТС** (Рис. 1б)

- Находим центр и проводим большую окружность радиусом $R = 6$ (сумма 6 малых диаметров).
- Делим большую окружность на 12 равных частей методом, описанным в Главе 1.
- Строим ключевой треугольник $ABE$, где $AB = 12$, а угол при вершине $A$ равен 15°.
- **Геометрически измеряем длину горизонтального катета $BE$. Таким образом, геометрическое построение напрямую подтверждает, что диаметр окружности $AB$ и выпрямленная дуга $BE$ являются соизмеримыми величинами. Так как полная длина окружности равна $12 \times BE$, а диаметр $AB = 12$, то фундаментальная константа T, представляющая собой отношение длины окружности к диаметру, рассчитывается как:** $\mathrm{T} = \frac{12 \times BE}{12} = BE$

**Таким образом, значение Т получается эмпирически-геометрическим путём из построения 12-частной системы, а не задаётся заранее, как это происходит с трансцендентным числом $\pi$ в классическом подходе.**

**5.3. Упрощенное построение шаблона и эталонного 12-угольника.**

Рисунок 2 демонстрирует практическую реализацию базового шаблона и алгоритм построения первого правильного многоугольника — 12-угольника.

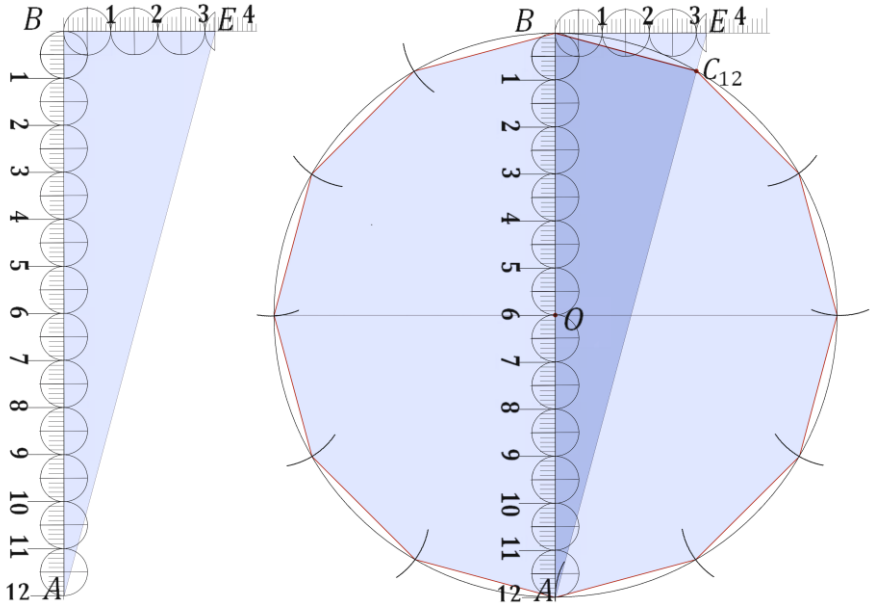



Рис. 2

**а) Альтернативное построение ключевого треугольника:**

- В качестве инструмента используется условный угольник с двумя шкалами.
- На горизонтальной шкале откладывается отрезок $BE = \mathrm{T}$ (значение, найденное на Рис. 1).
- На вертикальной шкале откладывается отрезок $AB = 12$.
- Соединение точек $A$ и $E$ дает гипотенузу ключевого треугольника с углом при вершине $A$, равным 15°.
- Центр окружности $O$ находится на середине отрезка $AB$ (уровень 6). Проводится окружность с диаметром $D = 12$.

**б) Алгоритм построения стороны 12-угольника:**

- Гипотенуза $AE$ пересекает окружность в точке $C_{12}$.
- Отрезок $BC_{12}$, стягивающий дугу в 1/12 части окружности, является стороной правильного 12-угольника.

***Последовательность построения:*** Раствором циркуля, равным $\mathrm{BC}_{12}$, делаются последовательные засечки по окружности, которые затем соединяются отрезками.

***Данное построение является эталонным и наглядно демонстрирует основной принцип метода: сторона n - угольника определяется точкой пересечения гипотенузы ключевого треугольника (проведенной из точки $\mathbf{A = n}$) с целевой окружностью.***

**5.4. Описание гармонической структуры и принципа парных окружностей в ГТС.**

Троичная система геометрических фигур, с диаметром окружности, равной 12, предлагаемая в формате схемы - шаблона демонстрирует новое видение взаимосвязей всех составных частей системы, а также открывает новые возможности. Забегая вперед, хочу продемонстрировать рисунок, в котором очень ярко отражены закономерности троичной системы геометрических фигур, и новыми красками показывают гармоничность структуры (рис.3).

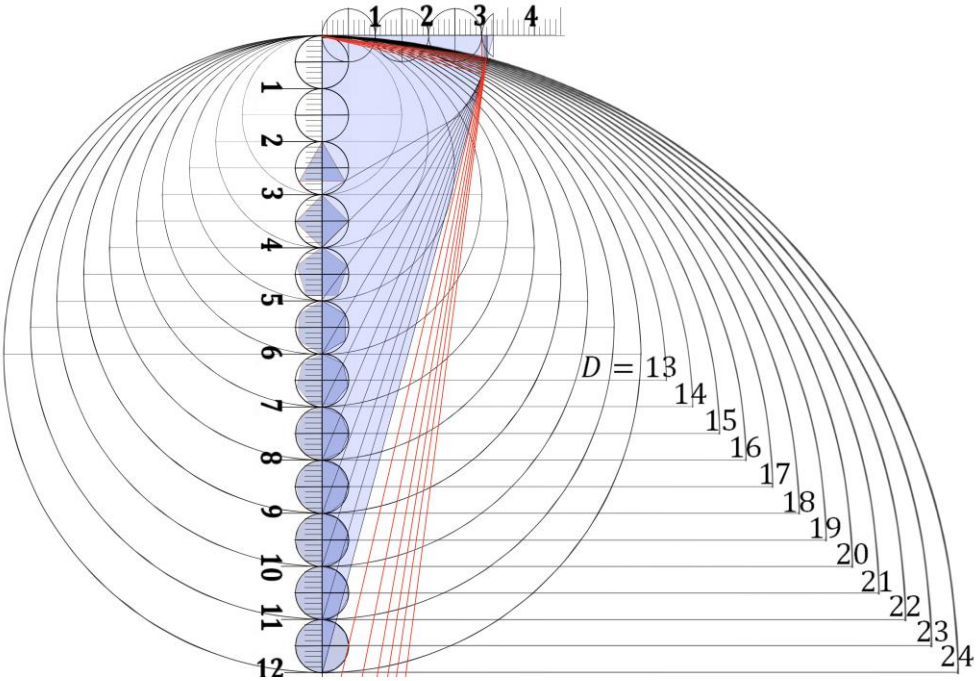



**Рис. 3: Визуализация гармонической структуры и принципа парных окружностей в ГТС.**

Описание рисунка:

Данная схема-шаблон раскрывает глубинные закономерности Троичной Тригонометрической Системы, демонстрируя её универсальность и внутреннюю гармонию.

- **1. Иерархия окружностей:**
  - На вертикальной оси отложены окружности с диаметрами, соответствующими целым числам (номерам).
  - Окружности связаны отношением **парности**: диаметр каждой следующей окружности в паре вдвое больше ($D_2 = 2 \times D_1$). Пример пар: 5 и 10, 7 и 14, 9 и 18.
- **2. Вписанные многоугольники:**
  - В малые окружности, расположенные на вертикали, вписаны правильные многоугольники. Количество сторон каждого многоугольника **в точности равно диаметру** его окружности.
  - *Пример:* В окружность с диаметром 6 вписан шестиугольник, с диаметром 7 — семиугольник и т.д.
- **3. Определение стороны многоугольника:**
  - Сторона каждого многоугольника (хорда) определяется лучом, исходящим из точки B (основание вертикали) и проходящим через соответствующую парную окружность большего диаметра.
  - *Пример (красные линии):* Для построения 5-угольника в окружности $D = 5$ луч проводится через точку на окружности $D = 10$. Для 7-угольника ($D = 7$) — через точку на окружности $D = 14$.

**4. Универсальность шаблона:**

- Длина выпрямленной дуги $BE$ (горизонтальный катет) остается постоянной и равной T для любой окружности в системе.
- Пропорции сохраняются за счет изменения диаметров и величин углов, что делает шаблон масштабируемым до бесконечности.

***Данная схема является наглядным доказательством универсальности метода, связывая числовую ось (диаметр) с геометрической формой (количество сторон многоугольника) через систему парных окружностей и ключевой треугольник.***

**5.5. Построение многоугольников с числом сторон n > 12**

**Построение правильного 24 - угольника**

Данное построение является прямой демонстрацией **Универсального алгоритма** для случая, когда число сторон n > 12.

1. **Задание масштаба и построение окружности:** Вертикальная шкала расширяется до значения n = 24. Центр целевой окружности находится на уровне $R = 12$, её диаметр $D = 24$. (Рис. 4).

2. **Проекция вершины:** Из точки $A = 24$ на вертикальной оси проводится луч через точку пересечения гипотенузы $AE$ ключевого треугольника с построенной окружностью.

3. **Определение стороны:** Луч пересекает окружность в точке $C_{24}$. Отрезок $BC_{24}$ является **стороной вписанного 24 - угольника**.

4. **Замыкание фигуры:** Раствором циркуля, равным $BC_{24}$, выполняются последовательные засечки на окружности. Соединив полученные точки, получаем правильный 24 - угольник.

Описание рисунка: Практическая реализация Универсального алгоритма для $n = 24$. Отрезок $BC_{24}$ является стороной 24-угольника. Деление окружности на 24 равные части также позволяет построить 24-конечную звезду.

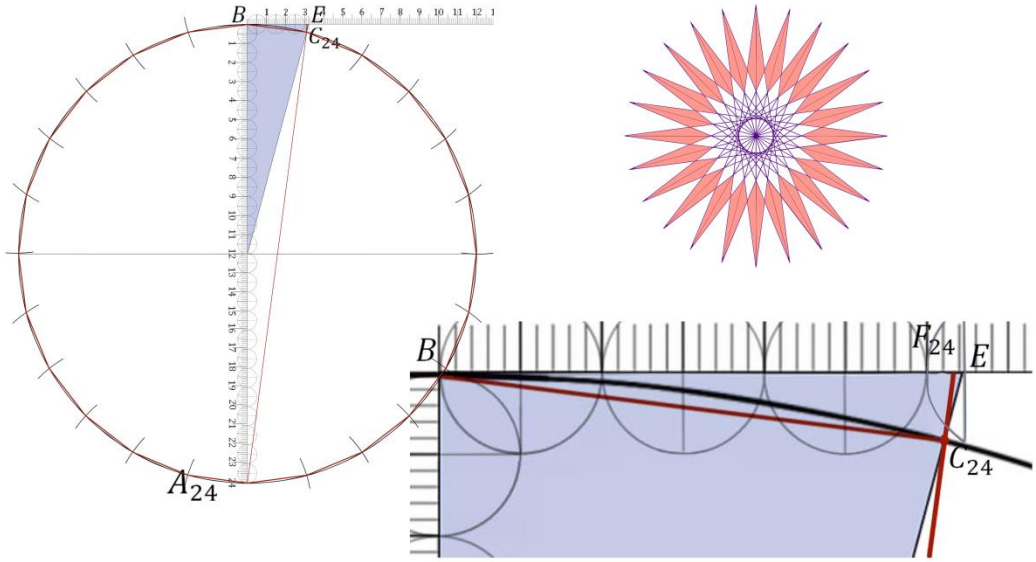



Рис. 4

**Геометрическое обоснование:**

- Отрезок $BC_{24}$ является хордой, стягивающей дугу, равную $\frac{1}{24}$ части полной окружности.
- Соответствующий центральный угол равен $\frac{360°}{24} = 15°$, что согласуется с углом при вершине ключевого треугольника.
- На том же рисунке показана 24 - конечная звезда, построенная на основе полученного деления окружности, что дополнительно подтверждает точность и гармоничность построения.

***Данный пример наглядно показывает, что для построения многоугольников с $n > 12$ не требуются новые методы — достаточно строгого применения Универсального алгоритма.***

**Построение правильного 28 - угольника**

Построение выполняется в строгом соответствии с **Универсальным алгоритмом** для $n = 28$ (Рис. 5).

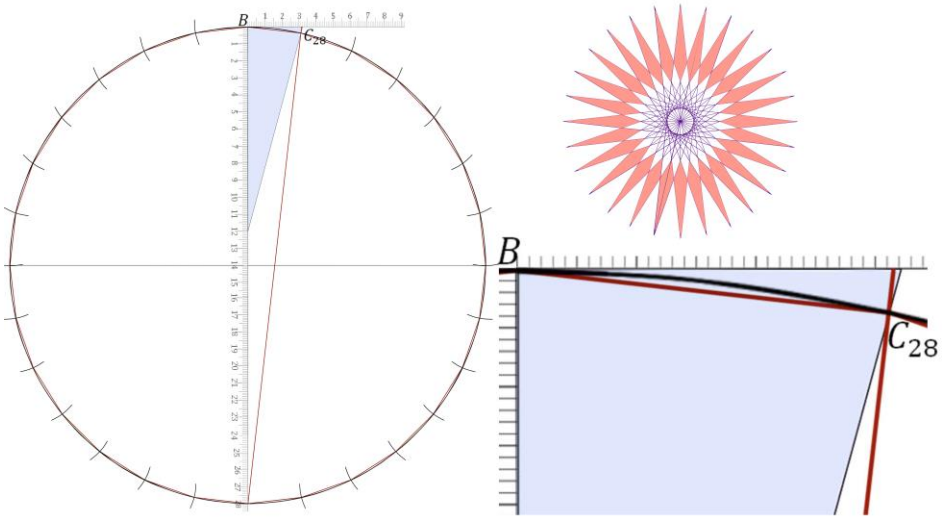



Рис. 5

1. **Масштабирование:** Целевая окружность имеет диаметр $D = 28$. Её центр находится на уровне $R = 14$ на вертикальной оси.
2. **Проекция и определение стороны:** Из точки $A = 28$ проводится луч через пересечение гипотенузы $AE$ с окружностью. Точка пересечения луча с окружностью, $C_{28}$ определяет искомую сторону $BC_{28}$
3. **Замыкание фигуры:** Длина $BC_{28}$ переносится циркулем на окружность для построения полного 28-угольника.

***Это построение демонстрирует, что метод не делает исключений для чётных чисел, не входящих в ряд классически построимых многоугольников.***

---

**Построение правильного 27 - угольника**

Особый интерес представляет построение многоугольника с **нечётным** числом сторон $n = 27$, которое в классической парадигме относится к «невозможным» (Рис. 6).

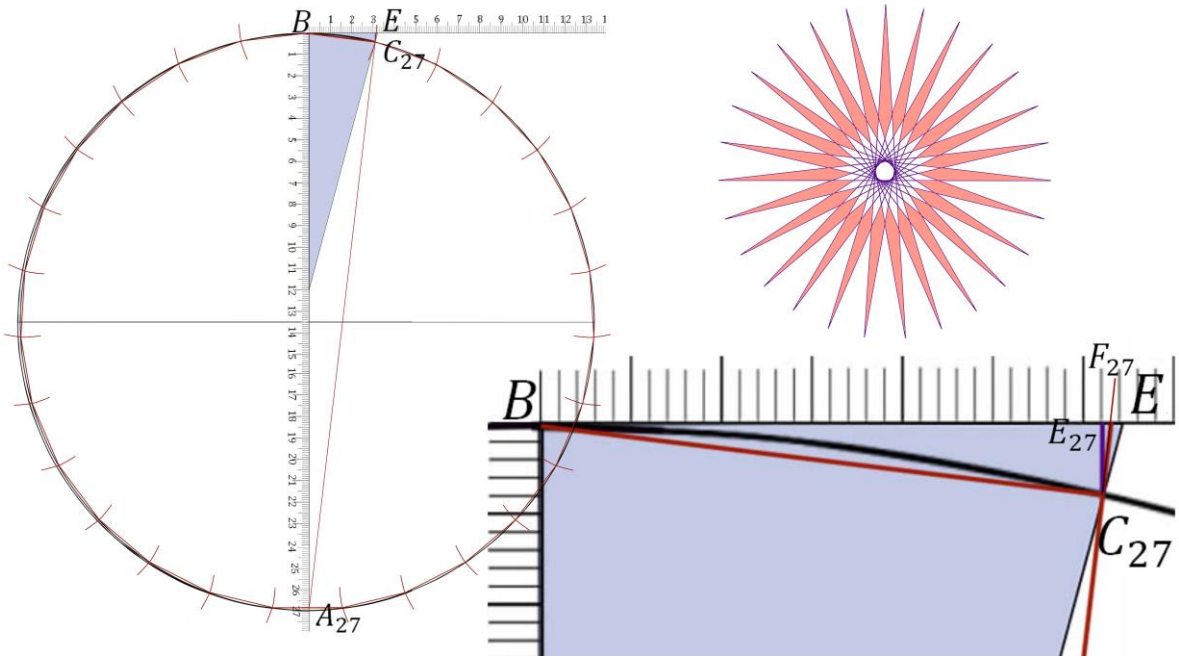



Рис. 6

**Рис. 6: Построение 27 – угольника** Построение «невозможного» в классической геометрии 27 - угольника. Сторона $BC_{27}$ найдена применением Универсального алгоритма.

1. **Масштабирование:** Задаётся диаметр $D = 27$. Центр окружности находится на уровне $R = 13.5$

2. **Применение алгоритма:** Луч, проведённый из точки $A = 27$ через точку пересечения гипотенузы с окружностью, определяет точку $C_{27}$ и сторону $BC_{27}$.

3. **Замыкание фигуры:** Последовательное отложение хорды $BC_{27}$ завершает построение.

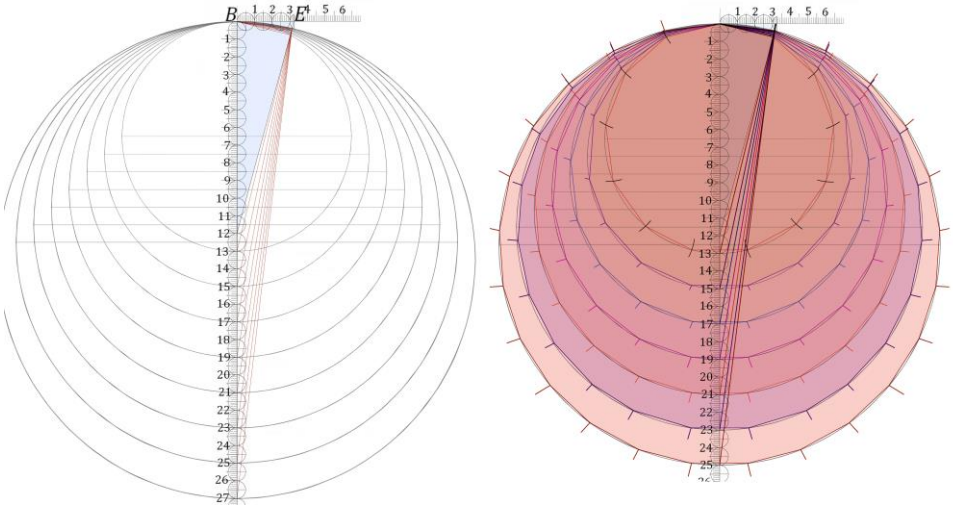
Успешное построение 27 - угольника является одним из наиболее наглядных эмпирических опровержений классического запрета Гаусса в рамках аксиоматики ТТС.

---

**Верификация для ряда «невозможных» многоугольников**

На Рис. 7 представлена серия построений для многоугольников с числом сторон $n = 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25$\$.

- **Единообразие метода:** Для всех этих случаев последовательность построения **не меняется**, что подтверждает универсальность алгоритма.
- **Преодоление классического ограничения:** Данные примеры охватывают значительную часть чисел из списка Гаусса, построение которых считалось невозможным. Их успешная реализация в ГТС служит веским аргументом в пользу смены геометрической парадигмы.



---

**Рис. 7: Примеры построений для n = 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25**
***Серия построений, подтверждающая универсальность метода для различных «невозможных» $n > 12$. Алгоритм остаётся неизменным.***

---

**5.6. Построение «невозможных» многоугольников через принцип парных окружностей**

Данный раздел демонстрирует **Аксиомы о парных окружностях**. Построение многоугольников выполняется через их парные окружности с диаметром $2n$, что позволяет единым методом охватить все «невозможные» в классической парадигме случаи.

---

**Построение 11 - угольника и 22 - угольника**

Классическая геометрия считает построение правильного 11 - угольника невозможным. В ТТС оно выполняется элементарно через парную окружность (Рис. 8).

- **Определение стороны 22 - угольника:** Для окружности $D = 22$ луч из точки $A = 22$ определяет точку $C_{22}$и сторону $BC_{22}$.
- **Проекция на целевую окружность:** Тот же луч пересекает окружность $D = 11$ в точке $C_{11}$. Отрезок $BC_{11}$ является стороной **11 - угольника**.

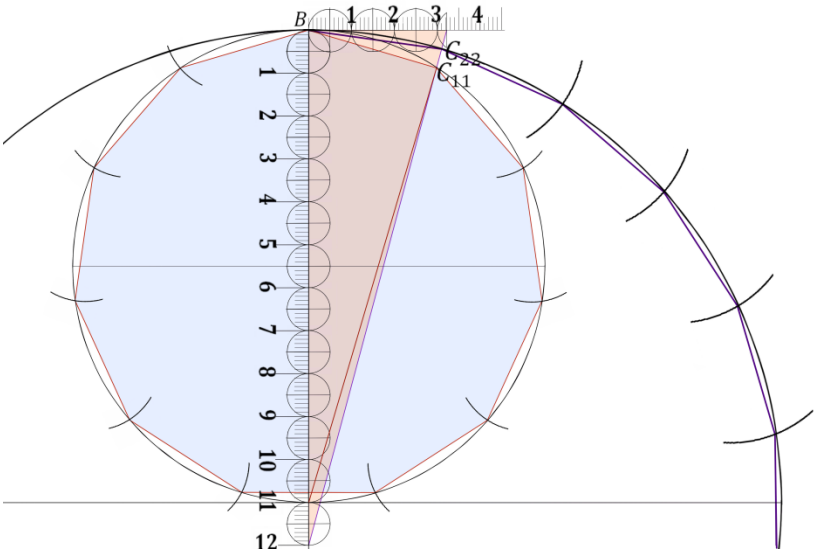



Рис. 8 Построение 11-угольника и 22-угольника

Наглядная демонстрация принципа парности. Хорда $BC_{11}$для «невозможного» 11-угольника определяется через проекцию хорды $BC_{22}$.

**Построение 5, 10 и 20 - угольников**

Данный пример демонстрирует **иерархию парных построений** внутри системы (Рис. 9).

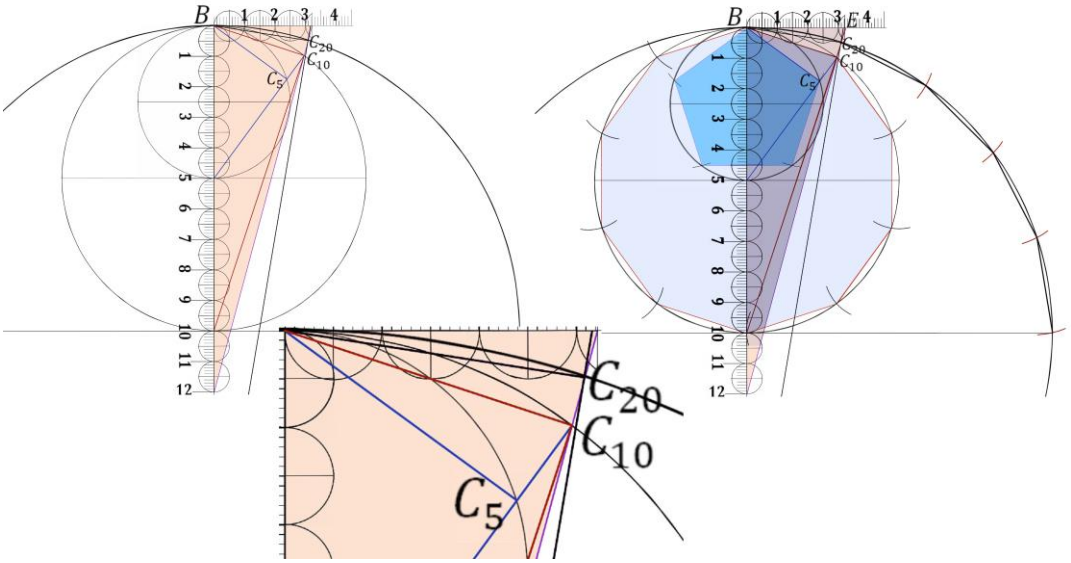



Рис. 9 Построение 5, 10 и 20 - угольников

*Иерархия парных построений. Сторона пятиугольника $BC_5$ определяется через сторону десятиугольника $BC_{10}$, который, в свою очередь, получается из двадцатиугольника $BC_{20}$.*

- Сторона **20-угольника** $BC_{20}$ находится непосредственно из алгоритма для $n = 20$.
- Сторона **10-угольника** $BC_{10}$определяется проецированием луча для $n = 20$ на окружность $n = 10$
- Сторона **5 - угольника** $BC_5$ находится проецированием луча для $n = 10$ на окружность $n = 5$

*Таким образом, принцип парности позволяет из одного построения получить сразу три различных правильных многоугольника.*

**Построение 9-угольника и 18-угольника**

Ещё один пример построения «невозможного» нечётного 9-угольника через его чётную парную окружность (Рис. 10).

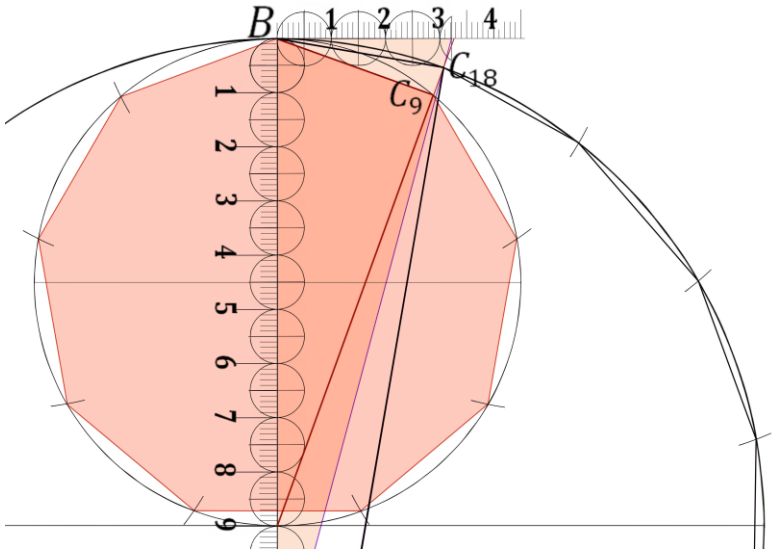



**Рис. 10: Построение 9 - угольника и 18 - угольника**

Пример построения для $n = 9$ через парную окружность с $n = 18$.

- Луч, определяющий сторону $BC_{18}$ для $D = 18$, пересекает окружность $D = 9$ в точке $C_9$
- Отрезок $BC_9$ является стороной **9 - угольника**.

**Построение 7-угольника и 14-угольника**

Построение 7-угольника — один из самых знаменитых «нерешаемых» случаев. В ТТС оно выполняется так же просто, как и все предыдущие (Рис. 11).

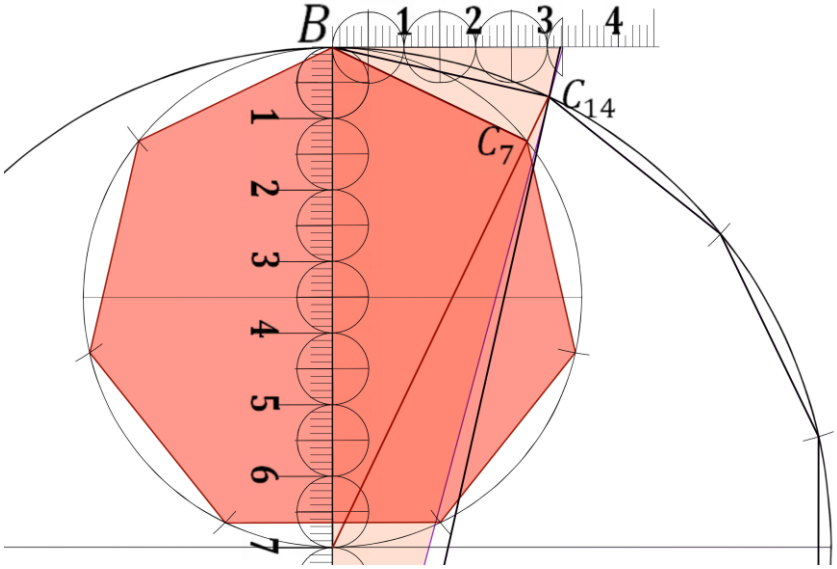



**Рис. 11: Построение 7 - угольника и 14 - угольника**

*Классический пример «невозможного» построения, легко реализуемого в рамках ГТС через принцип парных окружностей.*

- Сторона **14-угольника** $BC_{14}$ находится для окружности $D = 14$.
- Проецирование этого луча на окружность $D = 7$ даёт сторону **7 - угольника** $BC_7$.

*Это, пожалуй, самый яркий пример, доказывающий, что проблема заключалась не в самой фигуре, а в ограниченности аксиоматики, использовавшейся для её построения.*

**Визуализация принципа выпрямления дуги**

На Рис. 12 и 13 представлены семейства многоугольников, связанных геометрической прогрессией $D_2 = 2D_1$.

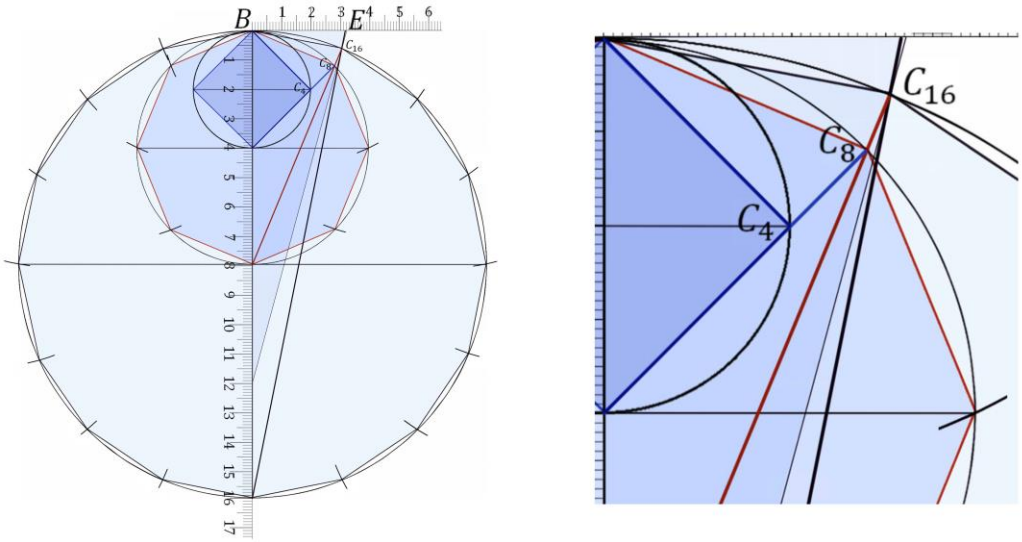



**Рис. 12:** ***Визуализация принципа выпрямления дуги. При переходе к парной окружности дуга становится более пологой, а хорда стремится к значению*** $BE = T$.

Наглядно демонстрирует, как одна и та же дуга $\cup BC_4 = \cup BC_8 = \cup BC_{16}$ «выпрямляется» при переходе к парной окружности. Хорда удлиняется, стремясь к значению горизонтального катета $BE = T$.

**Построение 3, 6, 12 и 24 - угольников (Рис. 13)**

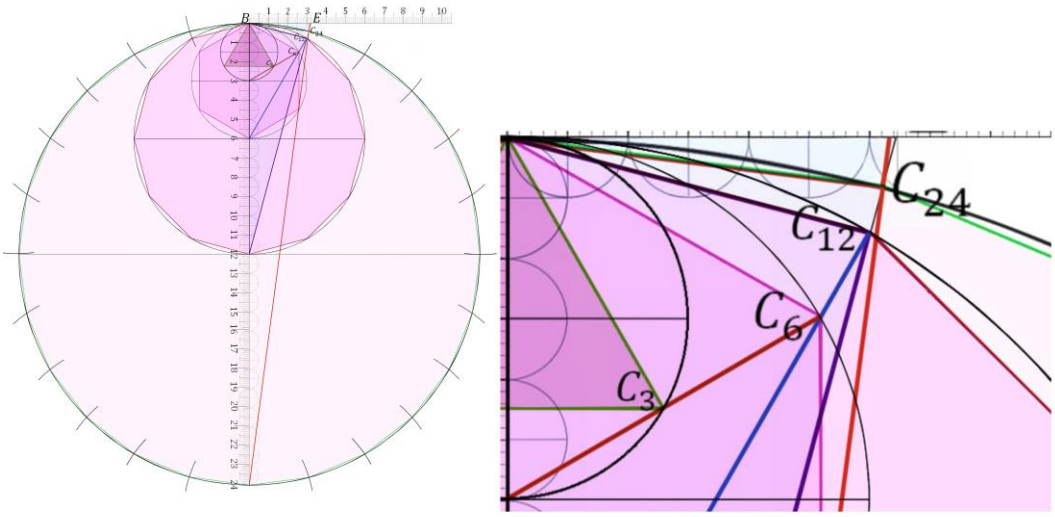



**Рис. 13:** ***Иллюстрация масштабируемости и универсальности метода через принцип парности и геометрической прогрессии.***

Завершающая иллюстрация универсальности метода, показывающая взаимосвязь всех элементов системы. Построение, начатое с треугольника, через принцип парности доходит до 24-угольника, оставаясь в рамках одной логики.

**5.7. Выводы к главе:**

Проведённое исследование и представленные построения позволяют сформулировать следующие основополагающие выводы:

1. **Создан универсальный геометрический конструктор.** На основе аксиоматики Гармонической Тригонометрической Системы (ГТС) разработан единый метод, позволяющий с помощью циркуля и линейки без делений построить **любой правильный n-угольник**, где n — любое натуральное число. Метод устраняет многовековое деление многоугольников на «построимые» и «непостроимые».

2. **Опровергнут классический запрет Гаусса.** Практически продемонстрирована возможность построения многоугольников, считавшихся невозможными в рамках евклидовой геометрии (с n = 7, 9, 11, 13, 14, 18, 19, 21, 22, 23, 25, 27, 28 и др.). Это не опровержение теоремы Гаусса, а **выход за пределы её аксиоматики** в новую систему, где фундаментальной константой является $T = 3{,}215$ ....

3. **Метод обладает предельной простотой и наглядностью.** Ключевым элементом системы является **схема-шаблон** с базовой окружностью диаметром D=12. Все построения сводятся к проведению лучей из точки n на вертикальной оси через точку пересечения с гипотенузой ключевого треугольника и последующему переносу хорды на окружность. Это делает метод доступным для понимания и применения без сложных вычислений.

4. **Установлен принцип парных окружностей.** Показано, что окружности, диаметры которых связаны отношением 2:1 (например, D=5 и D=10, D=7 и D=14, D=11 и D=22), являются парными. Построение многоугольника для одной из них автоматически определяет построение для парной, что **раскрывает глубокую гармоническую структуру** числового ряда и геометрических форм.

5. **Геометрия становится алгеброй.** Метод устанавливает **прямую визуальную связь между числом и формой**: диаметр окружности (n) численно равен количеству сторон вписанного в неё многоугольника. Это позволяет «считывать» геометрические свойства непосредственно с числовой оси.

6. **Подтверждена непротиворечивость системы.** Успешное построение всего спектра многоугольников — от треугольника до 28-угольника и является **эмпирическим доказательством внутренней непротиворечивости** всей Гармонической Тригонометрической Системы и истинности её фундаментальной константы T.

**Таким образом, представленный универсальный метод знаменует собой завершение многовекового поиска единого способа построения правильных многоугольников. Он демонстрирует, что классические «невозможные» задачи являлись таковыми лишь в рамках определённой аксиоматики. Смена базовой парадигмы и переход к геометрии, основанной на константе T и принципах гармонии, открывает всю полноту геометрических построений, ранее считавшуюся недостижимой.**

Данная работа не отрицает наследие Евклида и Гаусса, а **расширяет область геометрического знания**, предлагая новый, целостный и мощный инструмент для познания пространственных форм.

**5.8. Заключение к главе 5.**

Проведенное исследование, кульминацией которого стал разработанный Универсальный метод, позволяет взглянуть на многовековую проблему построения правильных многоугольников с принципиально новой высоты. Пятая глава является не просто описанием очередного алгоритма, а **практическим воплощением и строгим доказательством состоятельности всей Гармонической Тригонометрической Системы**.

Представленные построения убедительно демонстрируют, что классические "ограничения" и "невозможности" были порождены не природой геометрических фигур, а рамками той аксиоматической системы, в которой их изучали. Переход от трансцендентной константы $\pi$ к фундаментальной константе T, устанавливающей соизмеримость линейных и криволинейных величин, позволил совершить парадигмальный сдвиг. В новой системе координат, задаваемой ГТС, многовековой запрет Гаусса теряет свою силу, уступая место геометрической универсальности и гармонии.

Универсальный метод, таким образом, решает не только узкую задачу о многоугольниках. Он открывает путь к **переосмыслению всего здания классической геометрии**. Принципы ГТС — ключевой треугольник, парность окружностей, прямая связь числа и формы — предлагают мощный аппарат для подхода к другим "нерешаемым" задачам античности, таким как трисекция угла или квадратура круга.

В заключение, данная работа знаменует собой не отрицание, а **естественное расширение и синтез** геометрического знания. Она возвращает в математику утраченную наглядность,

демонстрируя, что за видимым хаосом "невозможных" построений скрывается глубинный порядок, доступный тем, кто готов выйти за границы привычной аксиоматики. **Универсальный метод построения правильных многоугольников** служит краеугольным камнем этого нового подхода, открывающего всю полноту геометрических форм, ранее считавшуюся недостижимой.

Фундаментальный итог: Глава 5 знаменует собой завершение многовекового поиска единого способа построения правильных многоугольников. Мы показали, что классические «невозможные» задачи являлись таковыми лишь в рамках определённой аксиоматики. Смена базовой парадигмы и переход к геометрии на основе константы T открывает всю полноту геометрических построений, ранее считавшуюся недостижимой.

---

,

## Глава 6. Новая Гармоническая Тригонометрическая Система в действии: От построений к вычислениям

История тригонометрии насчитывает более двух тысячелетий. Зародившись в глубокой древности как инструмент астрономических измерений, она постепенно превратилась в самостоятельную математическую дисциплину. Древнегреческие учёные — от Аристарха Самосского до Гиппарха и Птолемея — создали «тригонометрию хорд», положив начало систематическому изучению соотношений между сторонами и углами треугольника. В «Началах» Евклида, в трудах Архимеда уже содержались теоремы, эквивалентные современным тригонометрическим формулам, но выраженные на геометрическом языке.

Индийские математики совершили революционный шаг, заменив хорды синусами, а учёные Ближнего и Среднего Востока — аль-Баттани, Абу-ль-Вефа, аль-Бируни — развили тригонометрию в самостоятельную науку, создавая всё более точные таблицы. В Европе эпохи Возрождения труды Регионтана, Коперника, Кеплера, Виета придали тригонометрии современный облик, а Л. Эйлер в XVIII веке закрепил её символику и аналитический аппарат.

Однако за всей этой многовековой эволюцией скрывается одна фундаментальная особенность: **классическая тригонометрия всегда давала приближённые значения**. Само существование тригонометрических таблиц — от Птолемеевых хорд до современных восьмизначных таблиц Брадиса — красноречиво свидетельствует об этом. Таблицы создавались именно потому, что точных аналитических выражений для большинства углов найдено не было.

В чём же причина? Почему тригонометрия, будучи неразрывно связанной с геометрией, так и не смогла достичь с ней полного единства? Ответ кроется в **разрыве между геометрией и алгеброй**, который так и не был преодолён в классическом подходе. Геометрические построения давали точные образы, но для их численного описания приходилось прибегать к приближениям. Алгебра предлагала мощный аналитический аппарат, но он не имел прямого геометрического воплощения. Тригонометрические функции оставались «вещами в себе», связь которых с геометрическими фигурами осуществлялась лишь через приближённые таблицы.

Гармоническая Тригонометрическая Система (ГТС) предлагает принципиально иной путь. В её основе лежит не трансцендентная функция, а **геометрически порождённая конечная константа T**. Благодаря этому исчезает сам повод для приближений: каждое вычисление становится прямым следствием геометрического построения, а каждое построение — точным воплощением вычислений.

Преимущества нового подхода становятся очевидными:

- **Точность вместо приближения** — все соотношения выводятся аналитически и подтверждаются геометрически, без обращения к таблицам.
- **Единство геометрии и алгебры** — формулы ГТС являются не просто инструментом расчёта, но и точным описанием геометрической структуры.
- **Наглядность** — каждый шаг вычислений может быть интерпретирован как геометрическое построение, и наоборот.
- **Универсальность** — метод парных хорд работает для всего диапазона углов от 7,5° до 45°, причём прямое и обратное преобразования согласованы с точностью до машинных вычислений.

В этой главе мы не просто знакомимся с новым вычислительным аппаратом. Мы становимся свидетелями восстановления утраченного единства — того самого единства, о котором мечтали творцы классической тригонометрии, но которое оказалось недостижимым в рамках старой парадигмы. ГТС не отменяет достижения прошлого — она наполняет их новым, более глубоким смыслом, превращая приближённые таблицы в точные формулы, а разрозненные вычисления — в стройную геометрическую систему.

В этой главе инструменты наглядного построения, разработанные ранее, превращаются в строгий вычислительный аппарат, где каждая формула имеет свой прямой геометрический эквивалент.

---

**6.1. Определение зон применения постоянно действующих коэффициентов**

В данной главе мы рассмотрим две первичные зоны (Рис.1), границей которых является: биссектриса ключевого треугольника $BC_1$.

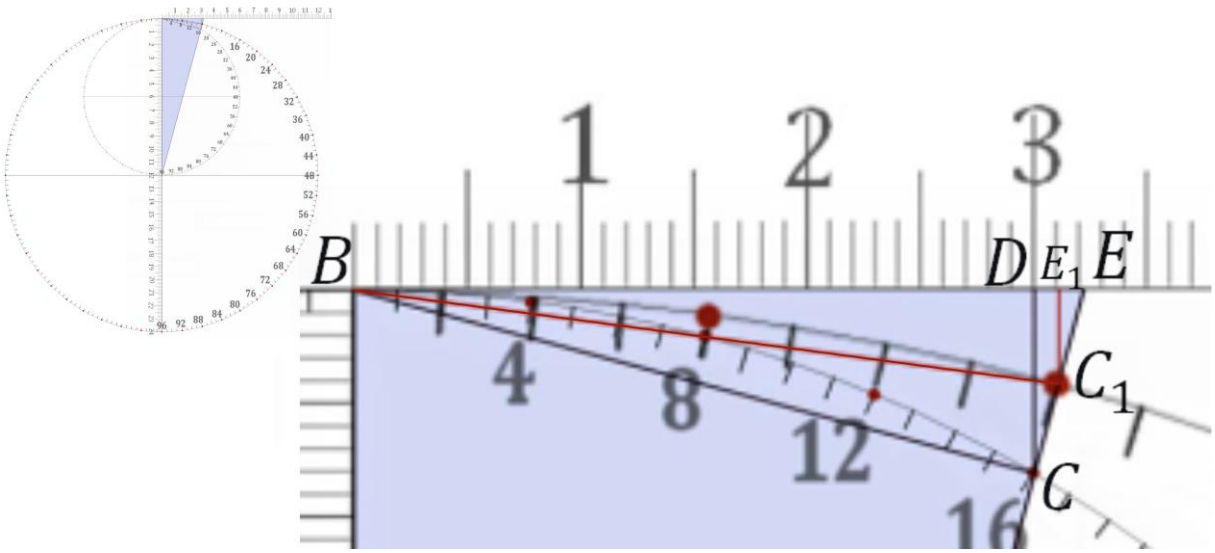



Рис. 1

**6.2 Эталонный коэффициент ($k_{эт24}$)**

Отношение горизонтальных катетов подобных треугольников (большого и маленького) $\frac{BE}{EE_1}$ фиксируют геометрическое соотношение, которое мы назовём эталонным коэффициентом 24 ($k_{эт24}$). $k_{эт24} = \frac{BE}{EE_1} = \frac{T}{0{,}109561767943\ldots} = 29{,}347740270490518712710081211194$

Он даёт нам пропорцию, при которой перпендикуляр, опущенный из полученной точки на горизонтальной линейке к окружности, даёт нам точку касания хорды с окружностью. При уменьшении эталонного угла 7,5° увеличивается диаметр окружности.

Соотношение искомого диаметра и эталонного даст нам коэффициент диаметров, который является инструментом масштабирования: $k_{диам} = \frac{D_n}{D_{24}}$.

**6.3. Эталонный коэффициент ($k_{эт12}$)**

Отношение горизонтальных катетов подобных треугольников $\frac{BE}{DE}$ (рис. 1) фиксирует геометрическое соотношение, которое мы назовём **эталонным коэффициентом 12**:

$k_{эт12} = \frac{BE}{DE} = \frac{T}{0{,}21539030917347\ldots} = 14{,}928203230275509174109785366038$

**6.4. Зона А (углы < 7,5°)**

Для решения задач в этой зоне найдена формула, позволяющая вычислить длину хорды или высоту прямоугольного треугольника (в).

**Фундаментальные константы и параметры для зоны А**

$T = 3{,}215390309173472477670643901929 3\ldots$ - const

$k_{эт24} = 29{,}347740270490518712710081211194$ - const

$k_{кл2} = 3{,}732050807568877293527446341506 1$ - const

$k_{диам} = \frac{D_n}{D_{24}}$ - переменный коэффициент масштабирования

$$\text{в} = \sqrt{\left(T - \frac{T}{k_{\text{эт24}} \times k_{\text{диам}}}\right)^2 + \left(\frac{T}{k_{\text{эт24}} \times k_{\text{диам}}} \times k_{\text{кл2}}\right)^2}$$

**6.5. Пример расчета (Зона А)**

**Задача:** Построить прямоугольный треугольник с острым углом 1,875° в системе ГТС и найти его параметры.

**Исходные данные и подготовительные вычисления:**

$T = 3{,}215390309173472477670643901929 3 \ldots$ - const

$k_{\text{эт24}} = 29{,}347740270490518712710081211194$ - const

$\text{вк} = D = \frac{180°}{1{,}875°} = 96$ - количество углов, количество частей на окружности, длина диаметра и вертикального катета, следовательно, мы строим **правильный 96 – угольник.**

$k_{\text{диам}} = \frac{\text{вк}}{24} = \frac{96}{24} = 4$

**Решение:**

$$\text{в} = \sqrt{\left(T - \frac{T}{k_{\text{эт24}} \times k_{\text{диам}}}\right)^2 + \left(\frac{T}{k_{\text{эт24}} \times k_{\text{диам}}} \times k_{\text{кл2}}\right)^2} =$$

$$\sqrt{\left(T - \frac{T}{29{,}347740270490518712710081 \times 4}\right)^2 + \left(\frac{T}{29{,}347740270490518712710081211185 \times 4} \times 3{,}732\right)^2} =$$

$$\sqrt{3{,}187999867187666645299679439319 1^2 + 0{,}102222521132795139750770 4^2} =$$

$3{,}189638317586388182197174927872 7$

**Нахождение стороны описанного 96 – угольника:**

$k_1 = \frac{\text{вк}}{\sqrt{\text{вк}^2 - \text{в}^2}} = 1{,}000552420990552222868624274060 7$

$\text{г} = \text{вк} \times k_1 = 96{,}053032415093013395387930309829$

$\text{гк} = \text{в} \times k_1 = 3{,}191400340745292580388920050206$

**Проверка и дополнительные сведения**

$\text{в}_{\text{сег}} = R - \frac{R}{k_1} = 0{,}026501567524323724161542027000 26$

$k_2 = 30{,}080839051856770135826291401822$

$k_3 = 30{,}097456338762438841354768430061$

$\Pi_k = k_1 \times k_2 \times k_3 = 905{,}856878063711309720722216170 53$

$S_{\text{опис}} = 76{,}593608177887021929334081204945$

$S_{\text{впис}} = 76{,}509054414447473379680319758354$

$S_{\text{сег}} = 0{,}084553763439548549653761446591 06$

Если отношение горизонтального катета к высоте треугольника даёт: $k_1 = \frac{\text{г}}{\text{вк}} = \frac{\text{гк}}{\text{в}}$, то отношение длины дуги (в ГТС - это всегда $T = 3{,}215 \ldots$) даёт нам коэффициент отношения длины дуги к высоте треугольника: $k_{\text{Т}} = \frac{\text{Т}}{\text{в}}$.

$k_{\text{Т}} = \frac{T}{\text{в}} = \frac{T}{3{,}189638317586388182197174927872 7} = 1{,}008073640025296325274650601859 4$

$\frac{k_{\text{Т}}}{k_1} = \frac{1{,}008073640025296325274650601859 4}{1{,}000552420990552222868624274060 7} = 1{,}007517066449450050328270080422 4$

Отношение этих коэффициентов показывает разницу между длиной дуги (Т) и горизонтальным катетом треугольника, а также разницу площадей сектора окружности и площади описанного треугольника:

$\frac{T}{\text{гк}} = \frac{3{,}215390309173472477670643901929 4}{3{,}191400340745292580388920050206} = 1{,}007517066449450050328270080422 5$

$\frac{S_{\text{сек}}}{S_{\text{опис}}} = \frac{77{,}169367420163339464095453646303}{76{,}593608177887021929334081204945} = 1{,}007517066449450050328270080422 5$

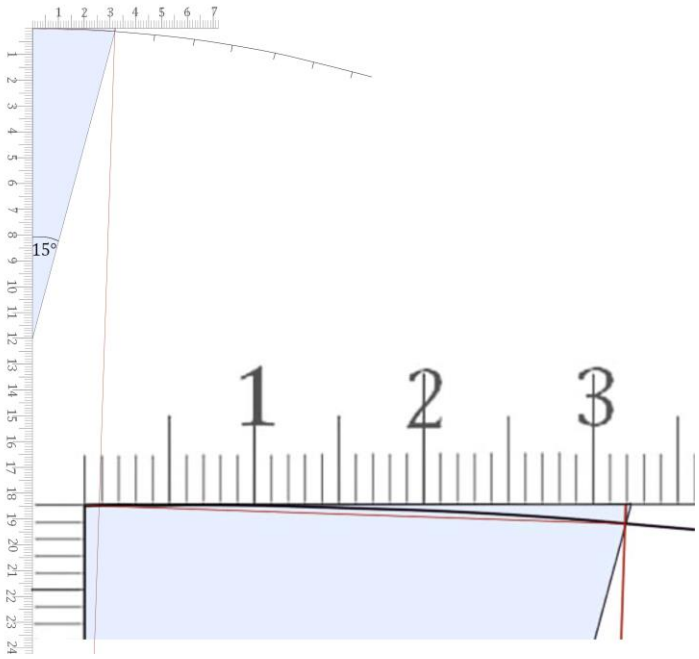



Рис. 2

**Дополнительные сведения и проверка Принципа Гармонии**

При анализе полученных величин и площадей окружности, математика гармонии выступает во всей своей полноте: отношения линейных величин, которые отражены на горизонтальной линейке (Рис. 2), соответствует отношениям площадей в рассматриваемом секторе окружности.

Линейные величины:

$\text{Т} = 3{,}215390309173472477670643901929 3$

$\text{Т} - \text{гк} = 0{,}023989968428179899728172385172325$

$\text{гк}_{\text{мал}} = 0{,}003523073476647856235573393607 96$

$\text{гк} - \text{гк}_{\text{мал}} = 3{,}187877267268644724153346656598 1$

$\text{Т} - \left(\text{Т} - (\text{гк} - \text{гк}_{\text{мал}})\right) = \text{Т} - 3{,}187877267268644724153346656598 1 = 0{,}027513041904827753517297245331 21$

$$\frac{\text{гк}}{\text{гк}-\text{гк}_{\text{мал}}} = \frac{3{,}191400340745292580388920050206}{3{,}187877267268644724153346656598 1} = 1{,}001105147150055248436356425194 4$$

$$\frac{S_{\text{опис}}}{S_{\text{впис}}} = \frac{76{,}593608177887021929334081204945}{76{,}509054414447473379680319758354} = 1{,}001105147150055248436356425194 4$$

$$\frac{\text{гк}}{\text{гк}_{\text{мал}}} = \frac{3{,}191400340745292580388920050206}{0{,}003523073476647856235573393607 96} = 905{,}856878063711309720722216170 53$$

$$\frac{S_{\text{опис}}}{S_{\text{опис}}-S_{\text{впис}}} = \frac{76{,}593608177887021929334081204945}{0{,}084553763439548549653761446591 06} = 905{,}856878063711309720722216170 54$$

$$\frac{\text{Т}}{\text{Т}-(\text{гк}-\text{гк}_{\text{мал}})} = \frac{\text{Т}}{0{,}027513041904827753517297245331 21} = 116{,}867859260929750521867625717$$

$$\frac{S_{\text{сек}}}{S_{\text{сег}}} = \frac{77{,}169367420163339464095453646303}{0{,}660313005715866084415133887949 17} = 116{,}867859260929750521867625717$$

**Вывод:**

На примере построения 96-угольника была апробирована вычислительная модель для малых углов. В ходе расчетов был эмпирически обнаружен и подтвержден Принцип Гармонии — фундаментальное свойство системы ГТС, при котором отношения ключевых линейных величин в точности соответствуют отношениям площадей соответствующих секторальных и треугольных фигур. Это свидетельствует о глубокой внутренней согласованности системы. На этом примере мы видим, как Принцип Гармонии связывает линейные отрезки на линейке с площадями фигур в секторе окружности.

**6.6. Перекрёстная проверка: три метода — один результат**

Полученные аналитические значения могут быть сопоставлены с результатами двух независимых геометрических подходов, представленных в предыдущих главах.

**Метод 1. Геометрическое выпрямление дуги (Глава 3)**

В главе 3 с помощью 192-частной линейки было показано, что хорда $BC_{96}$ для 96 -угольника визуально и геометрически соответствует длине дуги, рассчитанной через константу Т. Это послужило первым эмпирическим подтверждением соизмеримости дуги и прямой.

**Метод 2. Усовершенствованный метод Архимеда (Глава 3)** — метод последовательного удвоения числа сторон вписанных многоугольников дал значения, представленные в таблице.

**Метод 3. Аналитический расчёт ГТС (настоящая глава)**

**Таблица 1. Сравнение аналитических и геометрических результатов для Зоны А**

*Примечание: расчёты выполнены для единичной окружности (диаметр* D=1*).*

| Угол φ | $n = 180°/\varphi$ | Периметр (глава 3) | Периметр (глава 6) | Расхождение |
|---|---|---|---|---|
| 7,5° | 24 | 3,1326286132 | 3,1326286132 | $10^{-10}$ |
| 3,75° | 48 | 3,1672148196 | 3,1672148196 | $10^{-10}$ |
| 1,875° | 96 | 3,189638317 | 3,189638317 | $10^{-10}$ |
| 0,9375° | 192 | 3,2021033027 | 3,2021033027 | $10^{-10}$ |
| 0,46875° | 384 | 3,2086444707 | 3,2086444707 | $10^{-10}$ |

**Вывод:**

Совпадение результатов, полученных тремя независимыми методами — геометрическим, классическим (усовершенствованным) и аналитическим — с точностью до $10^{-10}$ служит неопровержимым доказательством:

1. **Истинности константы Т** как фундаментальной меры окружности.
2. **Корректности аналитического аппарата ГТС**.
3. **Непротиворечивости всей системы** в целом.

То, что в классической математике требовало приближений и допущений, в ГТС замыкается в абсолютно точное, проверяемое единство.

**6.7. Зона Б (от 7,5° до 15°). Вычислительный аппарат для зоны Б.**

**Фундаментальные константы и параметры для зоны Б:**

$T = 3{,}215390309173472477 6706439019293$ ... - const

$k_{эт12} = 14{,}928203230275509174109785366025$ - const

$k_{кл2} = 3{,}732050807568877293527446341506 1$ - const

$k_{диам} = \frac{D_n}{D_{12}}$ - переменный коэффициент масштабирования

**6.8. Алгоритм вычисления для зоны Б**

**Универсальная формула для расчета хорд для зоны 2 (от 7,5°до 15°):**

$$в = \sqrt{\left(T - \frac{T}{k_{эт12} \times k_{диам}}\right)^2 + \left(\frac{T}{k_{эт12} \times k_{диам}} \times k_{кл2}\right)^2}$$

**6.9. Пример расчёта для угла 9°**

**Задача:** Построить прямоугольный треугольник с острым углом 9°.

**Исходные данные и подготовительные вычисления:**

$T = 3{,}215390309173472477 6706439019293$ ... - const

$k_{эт12} = 14{,}928203230275509174109785366025$ - const

$D = \text{вк} = \frac{180°}{9°} = 20$ – это соответствует правильному 20 – угольнику.

$k_{\text{диам}} = \frac{20}{12} = 1{,}666666666666666666666666666666$

**Решение:**

$$\text{в} = \sqrt{\left(T - \frac{T}{k_{\text{эт12}} \times k_{\text{диам}}}\right)^2 + \left(\frac{T}{k_{\text{эт12}} \times k_{\text{диам}}} \times k_{\text{кл2}}\right)^2} =$$

$$\sqrt{(3{,}086156123669388991068)^2 + (0{,}48230854637602087165)^2} =$$

$$3{,}123616678398522585312202566 7254$$

**Нахождение стороны описанного 20 – угольника:**

$k_1 = \frac{\text{вк}}{\sqrt{\text{вк}^2 - \text{в}^2}} = 1{,}012423982734717216426292988 0366$

$\text{г} = \text{вк} \times k_1 = 20{,}248479654694344328525859760732$

$\text{гк} = \sqrt{\text{г}^2 - \text{вк}^2} = 3{,}162424438080820569874420575 5042$

**Дополнительные сведения и проверка Принципа Гармонии**

$\text{в}_{\text{сег}} = R - \frac{R}{k_1} = 0{,}122715215626936010909661683491 47$

$k_1 = 1{,}012423982734717216426292988 0366$

$k_2 = 6{,}324261778136711185842402922 4171$

$k_3 = 6{,}402834297278113688738310151 5477$

$k_1 \times k_2 \times k_3 = 40{,}996287038400915938515017016 17$

$S_{\text{сек}} = 16{,}076951545867362388353219509647$

$S_{\text{опис}} = 15{,}812122190404102849372102877521$

$S_{\text{впис}} = 15{,}426425744879828759208512770686$

$S_{\text{сег}} = 0{,}650525800987533629144706738960 92$

**Проверка:**

Если отношение горизонтального катета к высоте треугольника даёт: $k_1 = \frac{\text{г}}{\text{вк}} = \frac{\text{гк}}{\text{в}}$, то отношение длины дуги (в ТТС - это всегда $T = 3{,}215$ ...) даёт нам коэффициент отношения длины дуги к высоте треугольника: $k_{\text{Т}} = \frac{\text{Т}}{\text{в}}$.

$k_{\text{Т}} = \frac{T}{\text{в}} = \frac{T}{3{,}123} = 1{,}029380567535579368111640770 7165$

$\frac{k_{\text{Т}}}{k_1} = \frac{1{,}029}{1{,}0124} = 1{,}016748501704848729209034384 3883$

Отношение этих коэффициентов показывает разницу между длиной дуги и горизонтальным катетом треугольника, а также разницу площадей сектора окружности и площади описанного треугольника:

$\frac{T}{\text{гк}} = \frac{3{,}215390309173472477670643901929 4}{3{,}162424438080820569874420575 5042} = 1{,}016748501704848729209034384 3883$

$\frac{S_{\text{сек}}}{S_{\text{опис}}} = \frac{16{,}076951545867362388353219509647}{15{,}812122190404102849372102877521} = 1{,}016748501704848729209034384 3883$

Отношения линейных величин, которые отражены на горизонтальной линейке, соответствует отношениям площадей в рассматриваемом секторе окружности.

Линейные величины:

$\text{Т} = 3{,}215390309173472477670643901929 3$

$\text{Т} - \text{гк} = 0{,}052965871092651907796223326425 14$

$\text{гк}_{\text{мал}} = 0{,}077139289104854818032718021366 94$

$\text{гк} - \text{гк}_{\text{мал}} = 3{,}085285148975965751841702554137 2$

$\text{Т} - (\text{гк} - \text{гк}_{\text{мал}}) = \text{Т} - 3{,}085285148975965751841702554137 2 =$

$0{,}130105160197506725828941347792 08$

$$\frac{\text{гк}}{\text{гк} - \text{гк}_{\text{мал}}} = \frac{3{,}162424438080820569874420575 5042}{3{,}085285148975965751841702554137 2} = 1{,}025002320816426984336336101006 6$$

$$\frac{S_{\text{опис}}}{S_{\text{впис}}} = \frac{15{,}8121221904041028493721028775 21}{15{,}4264257448798287592085127706 86} = 1{,}025002320816426984336336101006 6$$

$$\frac{\text{гк}}{\text{гк}_{\text{мал}}} = \frac{3{,}1624244380808205698744205755042}{0{,}0771392891048548180327180213669 4} = 40{,}996287038400915938515017016 1$$

$$\frac{S_{\text{опис}}}{S_{\text{опис}} - S_{\text{впис}}} = \frac{15{,}8121221904041028493721028775 21}{0{,}3856964455242740901635901068 35} 40{,}996287038400915938515017016 1$$

$$\frac{\text{Т}}{\text{Т}-(\text{гк}-\text{гк}_{\text{мал}})} = \frac{\text{Т}}{0{,}1301051601975067258289413477920 8} = 24{,}713780024499679353032718662472$$

$$\frac{S_{\text{сек}}}{S_{\text{сег}}} = \frac{16{,}0769515458673623883532195096 47}{0{,}6505258009875336291447067389609 2} = 24{,}713780024499679353032718662 45$$

Таким образом, для углов от 7,5° до 15° мы получаем полный набор инструментов для точных расчётов без обращения к классической тригонометрии.

**6.10. Метод парных хорд**

**Демонстрация принципа «парных хорд» в системе ГТС**

**Парные хорды** — это фундаментальное свойство системы ГТС, позволяющее переходить от окружности диаметра D к окружности диаметра 2D (увеличение угла вдвое) или D/2 (уменьшение угла вдвое).

В системе ГТС число Т выполняет двойную роль: оно является одновременно и длиной дуги, и горизонтальным катетом ключевого прямоугольного треугольника. Это свойство создаёт уникальную возможность для построения парных окружностей. Это уникальное свойство константы Т стирает различие между дугой и прямой, превращая окружность одного диаметра в вычислительный ключ для окружности другого диаметра. Это и есть суть метода парных хорд.

В зонах А и Б (малых углов) на основе полученных формул мы получаем **чистые параметры**, которые можно использовать для парных окружностей, **как в сторону увеличения углов, так и в сторону их уменьшения**. Границей этой зоны является угол **7,5°**, которому соответствует коэффициент:

$k_{1(24)}$=1,008628960580152720720215024539 6

Этот коэффициент служит естественным разделителем: ниже него работают одни закономерности, выше — другие, но сам принцип парности сохраняется во всём диапазоне.

Принцип «парных хорд» раскрывает фундаментальное свойство системы: вычисление хорды для угла φ в окружности диаметра D автоматически позволяет найти хорду для угла 2φ в окружности диаметра D/2.

**6.11. Соответствие геометрических понятий**

В системе ГТС геометрия окружности и прямоугольного треугольника неразрывно связаны. Одна и та же величина может выступать в разных ролях. В таблице 2 приведено точное соответствие.

Таблица 2. Соответствие геометрических понятий

| В контексте окружности | В контексте треугольника | Единое обозначение |
|---|---|---|
| Диаметр | вертикальный катет | $D = \text{вк}$ |
| радиус | 1/2 вертикального катета | $R = \text{вк}/2$ |
| хорда (сторона вписанного многоугольника) | высота прямоугольного треугольника | в |
| сторона описанного многоугольника | горизонтальный катет | гк |

**6.12. Организация вычислений**

Все вычисления начинаются с **первичного расчёта в зоне Б**, где используется эталонный коэффициент *k*эт12=14,92820323. Это связано с тем, что зона Б (7,5° – 15°) является естественным источником эталонных значений.

В зависимости от величины заданного угла $\varphi$ каскадный спуск может состоять из **двух или трёх шагов спуска**. Число шагов определяется следующим образом: искомый угол последовательно уменьшается с применением геометрической прогрессии со знаменателем два, пока не окажется в зоне Б (7,5° – 15°).

| Угол φ | Число уровней | Каскад спуска |
|---|---|---|
| 22,5° | 2 | 22,5 – 11,25 (один спуск) |
| 30° | 2 | 30 – 15 (один спуск) |
| 36° | 3 | 36 – 18 – 9 (два спуска) |
| 42° | 3 | 42 – 21 – 10,5 (два спуска) |

**6.13.Примеры применения метода (углы: 9°, 18°, и 36°)**

Для угла 9°, который находятся в зоне Б, парными будут углы 18° и 36°. Таким же образом, в соответствии с геометрической прогрессией вертикальные катеты (или диаметры окружностей) будут равны 10 и 5. В этом случае вычисления будут выглядеть следующим образом:

1) **Расчёт базовой величины в зоне Б (решение выше угол 9°)**

$$\begin{cases} \text{в}_{(20)} = 3{,}123616678398522585312202566725 4 \\ k_{1(20)} = \frac{\text{вк}}{\sqrt{\text{вк}^2 - \text{в}^2}} = 1{,}012423982734717216426292988036 6 \end{cases}$$

2) **Угол 18° (один шаг спуска)**

$$\begin{cases} \text{в}_{(10)} = \frac{\text{в}_{(20)}}{k_{1(20)}} = \frac{3{,}12361667839\ldots}{1{,}01242398273\ldots} = 3{,}085285148975965751841702554137 1 \\ k_{1(10)} = \frac{\text{вк}}{\sqrt{\text{вк}_{(10)}{}^2 - \text{в}_{(10)}{}^2}} = \frac{10}{9{,}5121509\ldots} = 1{,}051286934010679908020774234586 6 \end{cases}$$

3) **Угол 36° (два шага спуска)**

$$\begin{cases} \text{в}_{(5)} = \frac{\text{в}_{(10)}}{k_{1(10)}} = \frac{3{,}085}{1{,}0512} = 2{,}934769803716235172267315088718 5 \\ k_{1(5)} = \frac{\text{в}_{(5)}}{\sqrt{\text{вк}_{(5)}{}^2 - \text{в}_{(5)}{}^2}} = 1{,}235146878636231656586870188659 8 \end{cases}$$

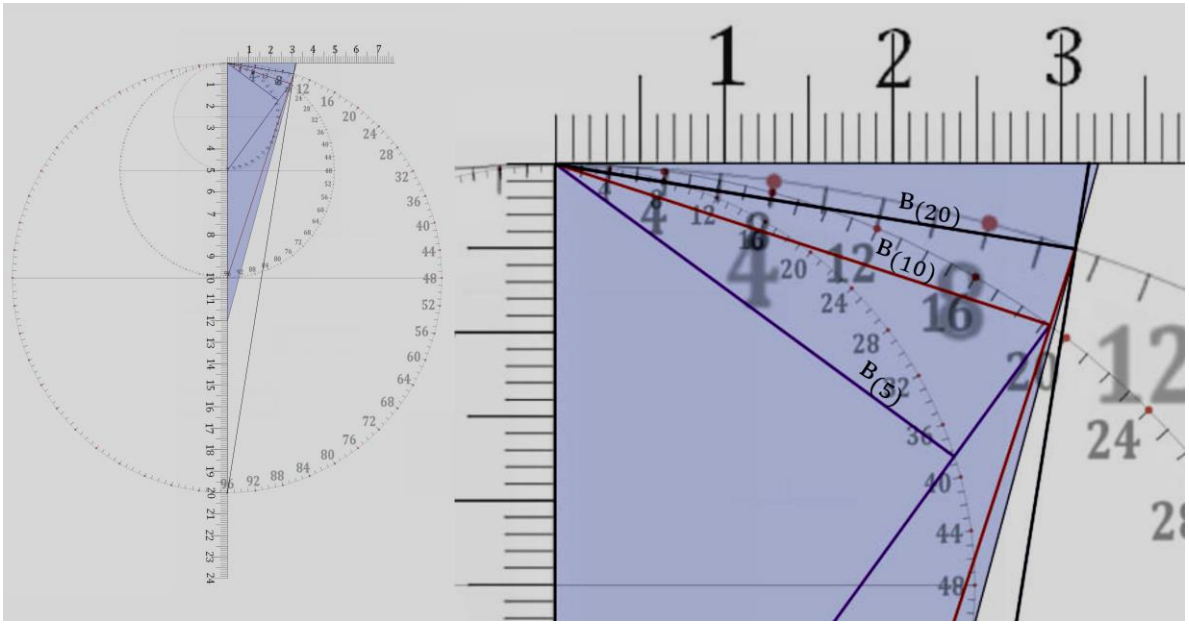



Рис. 4 Иллюстрирует каскадный спуск хорд

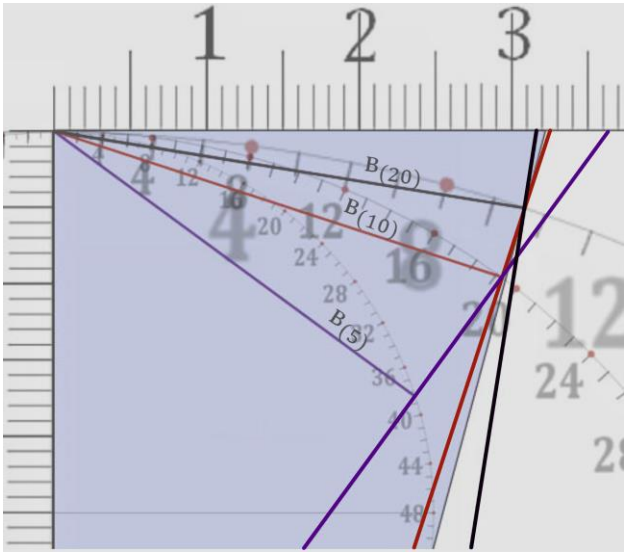



Рис. 5 Горизонтальные катеты: 36° (синий), 18° (красный), 9° (чёрный).

Зная высоту треугольников и коэффициент $k_1$, находим горизонтальные катеты треугольников, вписанных соответствующую окружность:

$\text{гк}_{(20)} = \text{в}_{(20)} \times \boldsymbol{k_{1(20)}} = \mathbf{3,624871762575974124859270579390 1}$

$\text{гк}_{(10)} = \text{в}_{(20)} \times \boldsymbol{k_{1(10)}} = \mathbf{3,243519964815626836551592377371}$

$\text{гк}_{(5)} = \text{в}_{(20)} \times \boldsymbol{k_{1(5)}} = \mathbf{3,624871762575974124859270579390 1}$

**6.14. Пример решения через свойство парных окружностей**

**Задача: Построить прямоугольный треугольник в системе ГТС и найти его параметры через свойство парных окружностей.**

**Острый угол** $\angle\varphi = 42{,}043278879870997683511254775948$

**Определение уровней каскада**

$$\begin{cases} D_3 = \frac{180^\circ}{42{,}043^\circ\ldots} = 4{,}281302619481906068585450412685 2 \\ \angle\varphi = 42{,}043^\circ\ldots \end{cases}$$ **- 3 уровень**

$$\begin{cases} D_2 = 4{,}281 \times 2 = 8{,}562605238963812137170900825370 4 \\ \angle\varphi = \frac{42{,}043^\circ\ldots}{2} = 21{,}021^\circ\ldots \end{cases}$$ - 2 уровень

$$\begin{cases} D_1 = D_2 \times 2 = 17{,}125210477927624274341801650741 \\ \angle\varphi = \frac{42{,}043^\circ}{4} = 10{,}510819719967749420877813693987^\circ \end{cases}$$ - 1 уровень (базовый)

**Исходные данные и подготовительные вычисления в зоне Б:**

$T = 3{,}215390309173472477670643901929 3\ldots$ - const

$k_{\text{эт12}} = 14{,}928203230275509174109785366025$ - const

$\boldsymbol{k_{\text{диам}}} = \frac{\mathbf{17{,}125\ldots}}{\mathbf{12}} = \mathbf{1,427100873160635356195150137561 7}$

**Решение:**

**1 уровень (базовый, зона Б):**

$$\begin{cases} \text{в}_{(1)} = \sqrt{\left(T - \frac{T}{k_{\text{эт12}} \times k_{\text{диам}}}\right)^2 + \left(\frac{T}{k_{\text{эт12}} \times k_{\text{диам}}} \times k_{\text{кл2}}\right)^2} = \\ \sqrt{3{,}06446\ldots^2 + 0{,}563273^2} = 3{,}115798823112070164377032927582 9 \\ k_{1(1)} = \frac{\text{вк}}{\sqrt{\text{вк}^2 - \text{в}^2}} = 1{,}016974087546965652825357168311 2 \\ \text{гк}_{(1)} = \text{в}_{(1)} \times k_{1(1)} = 3{,}168686665114306991453246005496 9 \end{cases}$$

**2 уровень (первый шаг спуска):**

$$\begin{cases} \text{в}_{(2)} = \frac{\text{в}_{(1)}}{k_{1(1)}} = \frac{3{,}11579\ldots}{1{,}01697\ldots} = 3{,}063793720278223993767133626258 7 \\ k_{1(2)} = \frac{\text{вк}}{\sqrt{\text{вк}_{(2)}{}^2 - \text{в}_{(2)}{}^2}} = 1{,}070899940752767630386561606 4829 \\ \text{гк}_{(2)} = \text{в}_{(2)} \times k_{1(2)} = 3{,}281016513524651597038850413 1725 \end{cases}$$

**3 уровень (второй шаг спуска):**

$$\begin{cases} \text{в}_{(3)} = \frac{\text{в}_{(2)}}{k_{1(2)}} = \frac{3{,}0637}{1{,}07089} = 2{,}860952366963986999419225380 0206 \\ k_{1(3)} = \frac{\text{вк}}{\sqrt{\text{вк}_{(3)}{}^2 - \text{в}_{(3)}{}^2}} = 1{,}344189580702105984548558846 6403 \\ \text{гк}_{(3)} = \text{в}_{(3)} \times k_{1(3)} = 3{,}845662362558019338228568723 0003 \end{cases}$$

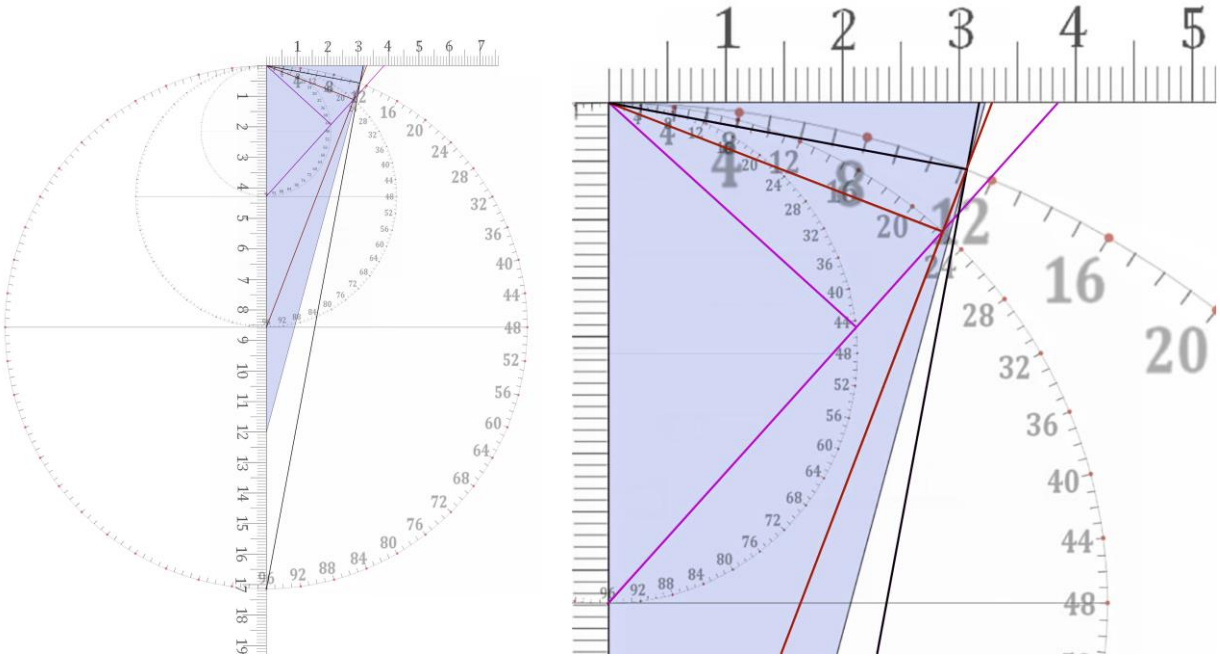


Рис. 6 Иллюстрация трёхуровневого каскада для угла 42,04°.

---

**6.15. Обратная задача: нахождение угла по параметрам треугольника (метод парных хорд)**

Тот же принцип парности, который позволяет строить треугольник по заданному углу (прямая задача), работает и в обратном направлении. Если известны параметры некоторого прямоугольного треугольника (гк,вк,г), мы можем, последовательно применяя обратные преобразования, подняться к базовому углу в зоне Б и затем определить искомый острый угол $\varphi$.

**Основной принцип:** В прямой задаче мы двигались от базового угла в зоне Б к целевому углу с помощью **шагов спуска**. В обратной задаче мы совершаем **шаги подъёма**.

**6.16. Алгоритм**

**Фундаментальные константы и параметры для зоны Б:**

$T = 3{,}215390309173472477670643901929 3$ ... - const

$k_{\text{кл2}} = 3{,}732050807568877293527446341 5061$ - const

**Шаг 1. Вычисление исходных величин**

Параметры прямоугольного треугольника являются исходными величинами и первым (начальным) уровнем для вычислений: $\text{вк}_1;\ \text{гк}_1;\ \text{г}_1$

$$k_{1(1)} = \frac{\text{г}_1}{\text{вк}_1}$$

**Шаг 2. Вычисляем коэффициент перехода на следующий уровень:**

Ключевым индикатором служит коэффициент подобия $k_1$. Зоне Б (7,5° – 15°) соответствуют значения:

$$1{,}00862896 < k_1 < 1{,}03527618$$

Находим коэффициент подобия $k_{1(2)}$, хорду и горизонтальный катет для второго уровня:

$$\begin{cases} k_{1(2)} = \sqrt{\dfrac{2 \times \text{гк}_1}{\text{гк}_1 + \text{в}_1}} \\ \text{в}_2 = \text{в}_1 \times k_{1(2)} \\ \text{гк}_2 = \text{в}_2 \times k_{1(2)} \end{cases}$$

**Шаг 3.** Если $k_1 < 1{,}03527618$ , находим хорду и горизонтальный катет для третьего уровня (процесс повторяется от 1 – 2 раза, пока $k_1$ не войдёт в интервал зоны Б):

$$\begin{cases} k_{1(3)} = \sqrt{\dfrac{2 \times \text{гк}_2}{\text{гк}_2 + \text{в}_2}} \\ \text{в}_3 = \text{в}_2 \times k_{1(2)} \\ \text{гк}_3 = \text{в}_3 \times k_{1(3)} \end{cases}$$

**Шаг 4.** Нахождение угла:

- Когда $k_1$ достигает значение зоны Б, фиксируем последние два значения хорд и вычисляем вертикальный катет маленького подобного треугольника:

$$\text{вк}_{\text{мал}} = \sqrt{\text{в}_3{}^2 - \text{в}_2{}^2}$$

- Далее находим длину дуги $l$, соответствующую искомому углу:

$$l = \text{в}_2 + \frac{\text{вк}_{\text{мал}}}{k_{2\text{кл}}}$$

- Число частей окружности и искомый угол:

$$n = \frac{C}{l}; \quad \varphi = \frac{180^\circ}{n}$$

Где $C = T \times \text{вк}_1$ - периметр окружности исходного треугольника

**6.17. Пример расчёта (3 уровня)**

**Найти острый угол в прямоугольном треугольнике с произвольными параметрами:**
$\text{гк} = BF = 3{,}774707211831707727587894261846 7$
$\text{вк} = AB = D = 4{,}736842105263157894736842105263 2$

**Фундаментальные константы и предварительные вычисления:**
$T = 3{,}215390309173472477670643901929 3$ ... - const
$k_{\text{кл2}} = 3{,}732050807568877293527446341506 1$ - const
$C = \text{вк} \times T = 15{,}230796201348027525808313219665$- периметр окружности
$\text{г} = \sqrt{\text{вк}^2 + \text{гк}^2} = 6{,}056904132083337725544192583572 2$
**Решение:**
**Шаг 1. Вычисление исходных величин:**

$$\begin{cases} \text{гк}_1 = 3{,}774707211831707727587894261846 7 \\ k_{1(1)} = \dfrac{\text{г}}{\text{вк}} = 1{,}278679761217593519837107323198 6 \\ \text{в}_1 = \dfrac{\text{гк}_1}{k_{1(1)}} = 2{,}952034845876757468120884706978 5 \end{cases}$$

**Шаг 2. Вычисляем коэффициент перехода на второй уровень:**

$$\begin{cases} k_{1(2)} = \sqrt{\dfrac{2\text{гк}_1}{\text{гк}_1 + \text{в}_1}} = 1{,}059386040503190810204006496875 7 \\ \text{в}_2 = \text{в}_1 \times k_{1(2)} = 2{,}952 \times 1{,}059 = 3{,}127344506800825228040195329142 1 \\ \text{гк}_\mathbf{2} = \text{в}_\mathbf{2} \times k_{1(2)} = 3{,}313065114349130323229755843088 2 \end{cases}$$

**Шаг 3. Вычисляем коэффициент перехода на третий уровень:**

$$\begin{cases} k_{1(3)} = \sqrt{\frac{2\text{гк}_2}{\text{гк}_2+\text{в}_2}} = 1{,}014315912066690472381401371834 1 \\ \text{в}_3 = \text{в}_2 \times k_{1(3)} = 3{,}172115295762433325990126427476 \\ \text{гк}_3 = \text{в}_3 \times k_{1(3)} = 3{,}217527019401972161919135337940791 \end{cases}$$

**Шаг 4.** Нахождение угла:

$$\text{вк}_{\text{мал}} = \sqrt{\text{в}_3{}^2 - \text{в}_2{}^2} = 0{,}531066648729416131244730075608 55$$

$$l = \text{в}_2 + \frac{\text{вк}_{\text{мал}}}{k_{2\text{кл}}} = 3{,}127 + \frac{0{,}531}{3{,}732} = 3{,}269643386454974997956521539223 1$$

$$S_{\text{сек}} = \frac{l}{2} \times R = 3{,}871946115538786181790617612637 9$$

$$n = \frac{C}{l} = \frac{15{,}23079}{3{,}26964} = 4{,}658243851437761365397858932711 9$$

$$\angle\varphi = \frac{180^\circ}{4{,}65824} = 38{,}641171596124839270787120148 22$$

$$N = \frac{192}{4{,}65824} = 41{,}217249702533161888839594824768$$

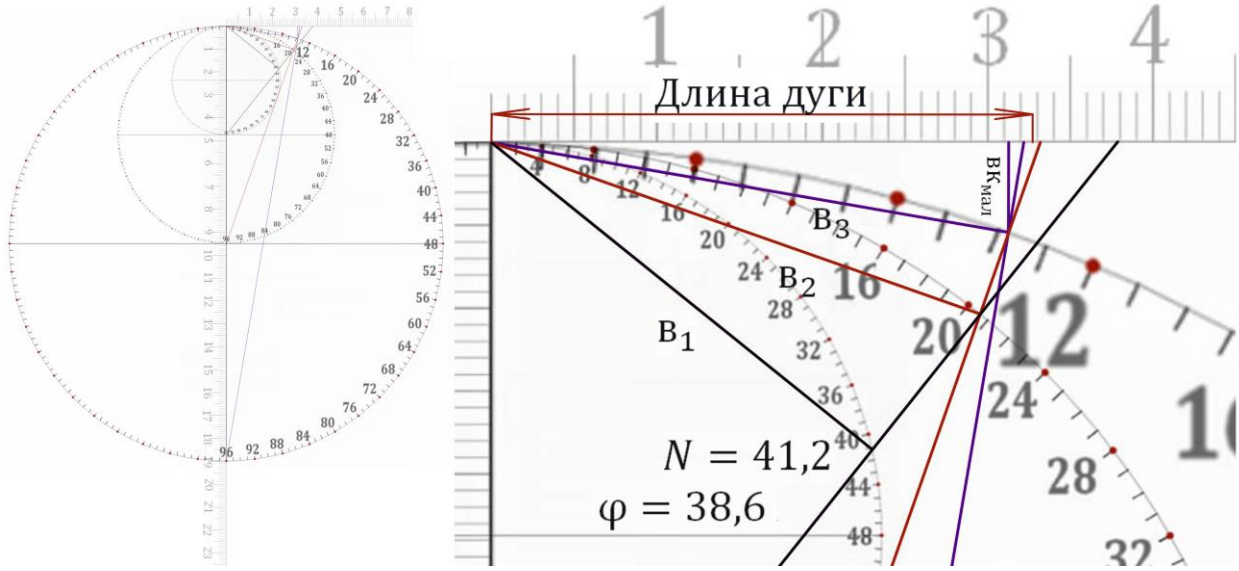



*Рис. 7 Иллюстрация обратного подъёма для угла 38,64°*

**Проверка правильности решения 1:**

Для данной геометрической конструкции найдём значение длинные дуги 1/12 части окружности:

$$l_{\text{кл}} = \frac{C}{12} = \frac{D}{k_{2\text{кл}}} = \frac{15{,}230796\ldots}{12} = \frac{4{,}73684\ldots}{3{,}732\ldots} = 1{,}269233016779002293817359434972 1$$

Полученная длина дуги относится к 1/12 части окружности, как полученный угол относится к углу 15°:

$$\frac{l}{l_{\text{кл}}} = \frac{3{,}26964\ldots}{1{,}26929\ldots} = \frac{38{,}641^\circ}{15^\circ} = 2{,}576078106408322618052474676547 9$$

Проверка 2:

Если отношение горизонтального катета к высоте треугольника даёт: $k_1 = \frac{\text{г}}{\text{вк}} = \frac{\text{гк}}{\text{в}}$, то отношение длины дуги к высоте треугольника: $k_l = \frac{l}{\text{в}}$.

$k_l = \frac{l}{\text{в}} = \frac{3{,}269643}{2{,}9520348} = 1{,}107589699024669696174565111086 9$, тогда:

$$\frac{k_l}{k_1} = \frac{1{,}1075896}{1{,}27867976} = 0{,}866197880515440996706108169689 05$$

отношение этих коэффициентов показывает отношение длины дуги ($l$) и горизонтального катет треугольника, а также отношение площадей сектора окружности и площади описанного треугольника:

$$\begin{cases} \frac{k_l}{k_1} = \frac{1{,}1075896}{1{,}27867976} = 0{,}866197880515440996706108169689 05 \\ \frac{S_{\text{сек}}}{S_{\text{опис}}} = \frac{3{,}87194}{4{,}470048} = 0{,}866197880515440996706108169689 05 \end{cases}$$

**6.18. Пример расчёта (2 уровня)**

**Найти острый угол в прямоугольном треугольнике с произвольными параметрами:**
гк $= BF = 4{,}12$
вк $= AB = D = 10$

**Фундаментальные константы и предварительные вычисления:**
$T = 3{,}215390309173472477670643901929 3 \ldots$ - const
$k_{\text{кл2}} = 3{,}732050807568877293527446341506 1$ - const
$C =$ вк $\times T = 32{,}153903091734724776706439019293$- периметр окружности
г $= \sqrt{\text{вк}^2 + \text{гк}^2} = 10{,}815470401235445108262405090789$
**Решение:**
**Шаг 1. Вычисление исходных величин:**

$$\begin{cases} \text{гк}_1 = 4{,}12 \\ k_{1(1)} = \frac{\text{г}}{\text{вк}} = 1{,}081547040123544510826240509078 9 \\ \text{в}_1 = \frac{\text{гк}_1}{k_{1(1)}} = 3{,}809358120502437614216538744721 \end{cases}$$

**Шаг 2. Вычисляем коэффициент перехода на второй уровень:**

$$\begin{cases} k_{1(2)} = \sqrt{\frac{2\text{гк}_1}{\text{гк}_1 + \text{в}_1}} = \sqrt{\frac{8{,}24}{4{,}12+3{,}809\ldots}} = 1{,}019399906670468661481782267045 \\ \text{в}_2 = \text{в}_1 \times k_{1(2)} = 3{,}80935 \ldots \times 1{,}0193 \ldots = 3{,}883259312514576816861231045735 9 \\ \text{гк}_2 = \text{в}_2 \times k_{1(2)} = 3{,}883 \ldots \times 1{,}0193 \ldots = 3{,}958594180754587904186432479557 1 \end{cases}$$

Мы нашли, что коэффициент $k_1$ ( в нашем случае это $k_{1(2)}$) находится в зоне Б:

$$1{,}00862896 < k_{1(2)} < 1{,}03527618$$

**Шаг 3.** Нахождение угла:
$\text{вк}_{\text{мал}} = \sqrt{\text{в}_2{}^2 - \text{в}_1{}^2} = 0{,}753985144411559188794808872036 3$
$l = \text{в}_1 + \frac{\text{вк}_{\text{мал}}}{k_{2\text{кл}}} = 3{,}809 \ldots + \frac{0{,}753\ldots}{3{,}732\ldots} = 4{,}011387831052578330413093849371 9$
$n = \frac{C}{l} = \frac{32{,}1539\ldots}{4{,}01138} = 8{,}015655540166910126730649934317 7$
$\angle\varphi = \frac{180°}{4{,}01138} = 22{,}456054791527613105100535221563$
$N = \frac{192}{4{,}65824} = 23{,}953125110962787312107237569667$

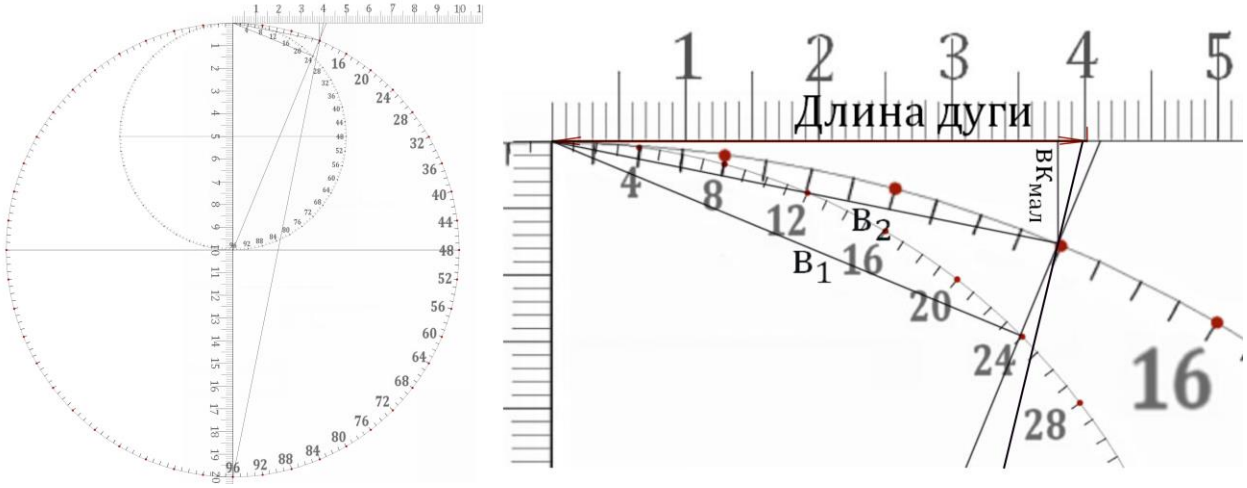



*Рис. 8 Иллюстрация обратного подъёма для угла 22,456°*

**Проверка правильности решения:**

Для данной геометрической конструкции найдём значение длинные дуги 1/12 части окружности:

$$l_{\text{кл}} = \frac{C}{12} = \frac{D}{k_{2\text{кл}}} = \frac{32{,}1539\ldots}{12} = \frac{10}{3{,}732\ldots} = 2{,}679491924311227064725536584941 1$$

Полученная длина дуги относится к 1/12 части окружности, как полученный угол относится к углу 15°:

$$\frac{l}{l_{\text{кл}}} = \frac{4{,}01138\ldots}{2{,}67949\ldots} = \frac{22{,}456°}{15°} = 1{,}49707031943517420700670234810 42$$

### 6.19. Пример расчёта (1 уровень)

**Найти острый угол в прямоугольном треугольнике с произвольными параметрами:**

$\text{гк} = BF = 2{,}5$

$\text{вк} = AB = D = 10$

**Фундаментальные константы и предварительные вычисления:**

$T = 3{,}215390309173472477670643901929 3$ ... - const

$k_{\text{кл2}} = 3{,}732050807568877293527446341506 1$ - const

$C = \text{вк} \times T = 32{,}153903091734724776706439019293$- периметр окружности

$\text{г} = \sqrt{\text{вк}^2 + \text{гк}^2} = 10{,}307764064044151374553524639935$

**Шаг 1. Вычисление исходных величин:**

$$\begin{cases} \text{гк}_1 = 2{,}5 \\ k_{1(1)} = \frac{\text{г}}{\text{вк}} = 1{,}030776406404415137455352463993 \\ \text{в}_1 = \frac{\text{гк}_1}{k_{1(1)}} = 2{,}425356250363329735189064621161 2 \end{cases}$$

Мы нашли, что коэффициент $k_1$ ( в нашем случае это $k_{1(1)}$) находится в зоне Б:

$$1{,}00862896 < k_{1(1)} < 1{,}03527618$$

**Шаг 2. Вычисляем высоту второго уровня:**

$$\text{в}_2 = \frac{\text{в}_1}{k_{1(1)}} = \frac{2{,}425\ldots}{1{,}0307\ldots} = 2{,}352941176470588235294117647058 82352941176470588$$

**Шаг 3.** Нахождение угла:

$$\text{вк}_{\text{мал}} = \sqrt{\text{в}_1{}^2 - \text{в}_2{}^2} = \sqrt{2{,}425\ldots^2 - 2{,}352\ldots^2} = 0{,}588235294117647058823529411 76$$

$$l = \text{в}_2 + \frac{\text{вк}_{\text{мал}}}{k_{2\text{кл}}} = 2{,}3529\ldots + \frac{0{,}588\ldots}{3{,}732\ldots} = 2{,}510558348488895709689737446173$$

$$n = \frac{C}{l} = \frac{32{,}1539\ldots}{2{,}5105\ldots} = 12{,}807470940115034196412235919127$$

$$\angle\varphi = \frac{180°}{12{,}807\ldots} = 14{,}054296967890155153626281205316$$

$$N = \frac{192}{12{,}8074} = 14{,}991250099082832163868033285 67$$

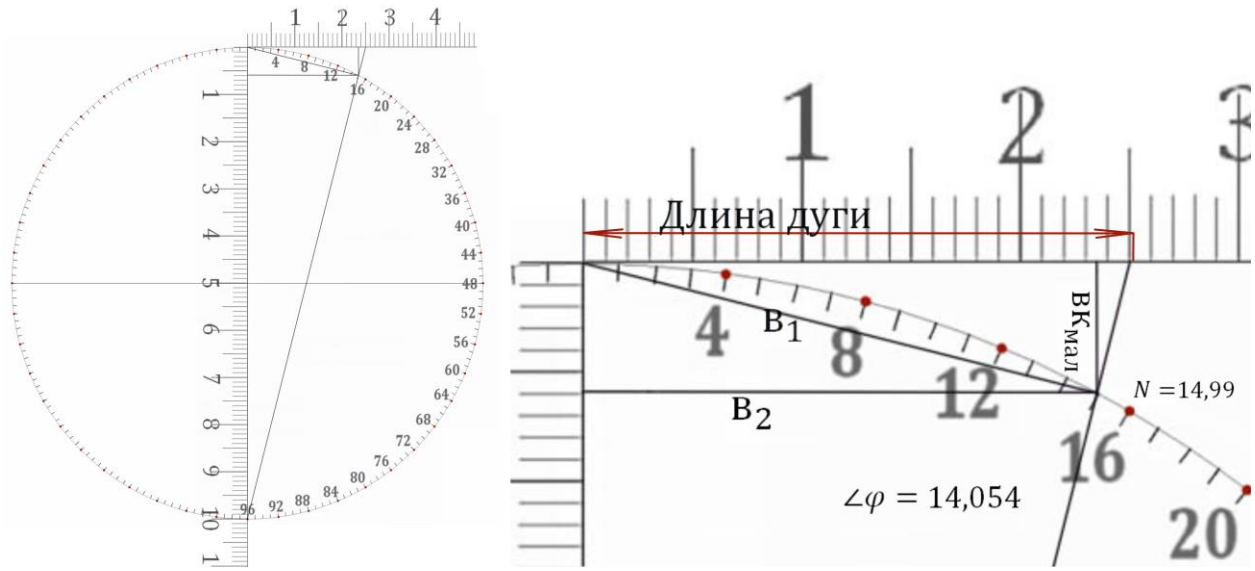



*Рис. 9 Иллюстрация обратного подъёма для угла 14,054°*

**Проверка правильности решения:**

Для данной геометрической конструкции найдём значение длинные дуги 1/12 части окружности:

$$l_{кл} = \frac{C}{12} = \frac{D}{k_{2кл}} = \frac{32{,}1539\ldots}{12} = \frac{10}{3{,}732\ldots} = 2{,}679491924311227064725536584941 1$$

Ключевое значение длины дуги (1/12 часть окружности) будет относиться к полученной длине дуги, как угол 15° относится к величине полученного угла:

$$\frac{l_{кл}}{l} = \frac{15°}{14{,}05429696°} = \frac{2{,}67949\ldots}{2{,}51055\ldots} = 1{,}06728924500958618303435299326 05$$

*Примечание 1: Чтобы построить прямоугольный треугольник с заданным углом в системе ГТС нужно взять за основу число частей на окружности (n) - это будет высота горизонтального катета или длина окружности. И на основе полученного коэффициента* $к_1$ *мы получим гипотенузу, а затем по теореме Пифагора рассчитаем горизонтальный катет этого треугольника в системе ГТС.*

*Примечание 2: Во всех трёх примерах окончательное вычисление велось в зоне Б, где угол меньше 15°, следовательно, число сторон многоугольников больше 12. Результаты вычислений показали, что во всех трёх примерах длина дуги больше стороны описанного многоугольника. Это является подтверждением того, что периметры описанных многоугольников не ведут себя монотонно, в отличие от периметров вписанных многоугольников.*

**Полная симметрия прямой и обратной задач доказывает не просто работоспособность формул, а внутреннюю гармонию всей системы: она читается одинаково в обе стороны: от угла к параметрам и от параметров к углу.**

**6.20. Заключение к главе 6.**

В данной главе был осуществлён ключевой переход от геометрического построения к созданию полноценного аналитического аппарата Гармонической Тригонометрической Системы. Проделанная работа позволяет сформулировать следующие основополагающие результаты.

**1. Создан универсальный вычислительный метод для зоны малых углов (φ <7,5°)** с использованием эталонного коэффициента $k_{эт24}$. На примере 96-угольника показана работа формулы, а Принцип Гармонии продемонстрирован во всей полноте: отношения линейных величин в точности соответствуют отношениям площадей соответствующих фигур. Перекрёстная проверка с геометрическим выпрямлением дуги (Глава 4) и усовершенствованным методом Архимеда (Глава 3) дала совпадение результатов с точностью до $10^{-10}$, что служит неопровержимым доказательством истинности константы Т и корректности аналитического аппарата ГТС.

**2. Разработан полный аппарат для зоны Б (7,5°–15°)** с использованием эталонного коэффициента $k_{эт12}$. На примере угла 9° продемонстрирована работа формул и вновь подтверждён Принцип Гармонии, что свидетельствует о единообразии системы во всех зонах.

**3. Сформулирован и обоснован метод парных хорд**, ставший центральным инструментом главы. Показано, что:

- вычисление хорды для угла φ автоматически даёт хорду для угла 2φ (и наоборот);
- метод применим как в прямом направлении (построение треугольника по углу), так и в обратном (нахождение угла по параметрам треугольника);
- организация вычислений определяется числом шагов спуска (для прямой задачи) или шагов подъёма (для обратной), необходимых для выхода в зону Б.

**4. Введена единая система обозначений**, устраняющая возможную путаницу при переходе от геометрических построений к вычислениям. Таблица соответствия геометрических понятий и система индексации для многоуровневых каскадов обеспечивают прозрачность и лёгкость проверки на всех этапах.

**5. Решена обратная задача** — нахождение острого угла по заданным параметрам треугольника. Разработанный алгоритм, использующий те же принципы парности, что и прямая задача, позволяет с высокой точностью определять угол и служит эффективным инструментом проверки.

**6. На примерах 9°, 18°, 36° и 42°** продемонстрирована работа метода парных хорд в прямом направлении; на примерах углов 38,64°, 22,456° и 14,054° показано действие обратного алгоритма для трёх, двух и одного уровня подъёма соответственно.

**7. Введена дополнительная проверка правильности решения**, основанная на пропорциональности:

$$\frac{l_{\text{кл}}}{l} = \frac{\angle 15^\circ}{\angle \varphi}$$

где $l$ — найденная длина дуги, $l_{\text{кл}}$ — эталонная дуга, соответствующая 1/12 части окружности. Эта проверка подтверждает корректность вычислений во всех примерах и демонстрирует фундаментальное свойство ГТС: пропорциональность дуги и угла сохраняется на всех уровнях.

**8. Эмпирически подтверждена немонотонность периметров описанных многоугольников.** Во всех примерах, где угол меньше 15°, длина дуги оказывается больше стороны описанного многоугольника. Это прямое свидетельство того, что классический метод двух последовательностей (вписанные и описанные многоугольники) не применим в аксиоматике ГТС, где окружность является пределом только для вписанных многоугольников.

**Общий вывод**

Гармоническая Тригонометрическая Система предстаёт как законченный, стройный и самосогласованный математический аппарат. В ней геометрическое построение и аналитический расчёт образуют неразрывное единство, прямое и обратное преобразования согласованы с точностью до пределов машинных вычислений, а **Принцип Гармонии**, проявившийся во всех рассмотренных примерах, связывает линейные и площадные отношения, выступая фундаментальным свойством системы и свидетельством её глубокой внутренней согласованности.

Глава 6 не просто описывает вычислительные методы — она демонстрирует, что ГТС является **целостной альтернативой классической тригонометрии**, открывающей новые возможности для точных наук. То, что в классической математике требовало приближений и таблиц, в ГТС замыкается в абсолютно точное, проверяемое единство.

Дополнительные проверки, введённые в главу, подтверждают, что:

- длина дуги пропорциональна углу;
- периметры описанных многоугольников не являются монотонными;
- прямая и обратная задачи полностью симметричны и верифицируются независимыми способами.

Таким образом, шестая глава замыкает круг. Мы начали с циркуля и линейки, перешли к константе Т и теперь вернулись к вычислениям, но уже на новом уровне. ГТС предстает как система, где геометрия диктует алгебре свои законы, а вычисления всегда могут быть проверены построением. То, что в классике требовало таблиц и приближений, здесь становится абсолютно точным единством.

## Глава 7. Решение нерешаемых задач

### 7. 1.Геометрическое деление отрезка на нечетное количество равных частей: авторский метод

При решении классических задач на построение, таких как трисекция угла, с использованием только циркуля и линейки без делений, часто возникает необходимость делить отрезки на равные части. Стандартные методы, основанные на теореме Фалеса, требуют проведения произвольного угла и набора параллельных прямых, что не всегда удобно и может нарушать элегантность основного построения.

Данный метод предлагает альтернативный способ деления отрезка на нечетное количество равных частей через построение симметричной «лесенки» и использование свойств диагоналей.

**Принцип метода**

Чтобы разделить отрезок на n равных частей (где n — нечетное число: 3, 5, 7...), строится симметричная система прямоугольников («лесенка»). Количество «ступеней» в этой лесенке должно быть на две больше, чем n (т.е. $n + 2$). Диагональное соединение определенных ступеней на противоположных сторонах лесенки дает точки пересечения, которые и определяют искомое деление исходного отрезка.

Пример: Деление отрезка на три равные части (n=3)

В этом случае количество ступеней $K = n + 2 = 5$.

**Шаг 1**: Подготовка базового отрезка

Дан отрезок AB, который требуется разделить на три равные части (Рис. 1).

Из точки A проведите окружность произвольного, но удобного радиуса R. Точки пересечения окружности с прямой AB обозначьте, как C и D.

Отрезок CD будет являться базовым модулем для всех последующих построений.

Повторите построение симметрично из точки B, получив точки E и F.

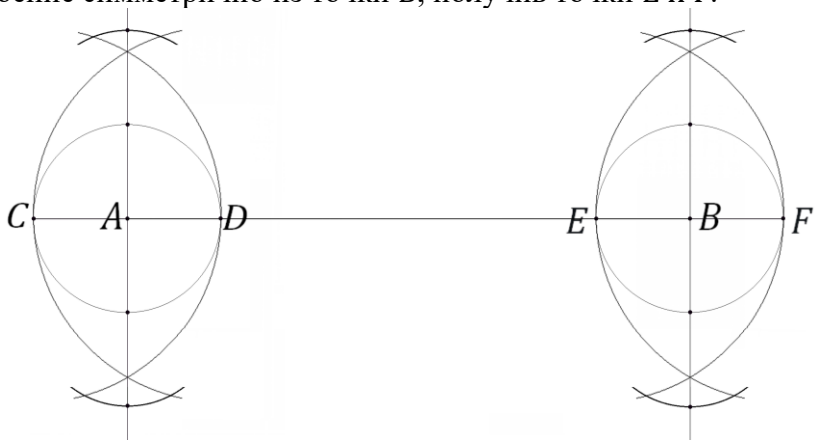



Рис. 1

**Шаг 2**: Построение «лесенки» 4. Из точек C и D, как из центров, проведите в одну сторону (например, вверх) дуги радиусом, равным диаметру CD (т.е. 2R). Через точки пересечения этих дуг проведите вертикальную линию (Рис. 2).

5. Аналогичное построение выполните из точек E и F с правой стороны.

6. Из конечных точек исходного отрезка проведите дуги: из точки A радиусом 2R до пересечения с левой вертикалью, а из точки B — до пересечения с правой вертикалью.

7. Соедините полученные точки на левой и правой вертикалях параллельно AB. В результате получится фигура, напоминающая лесенку с пятью ступенями, вписанная в прямоугольник.

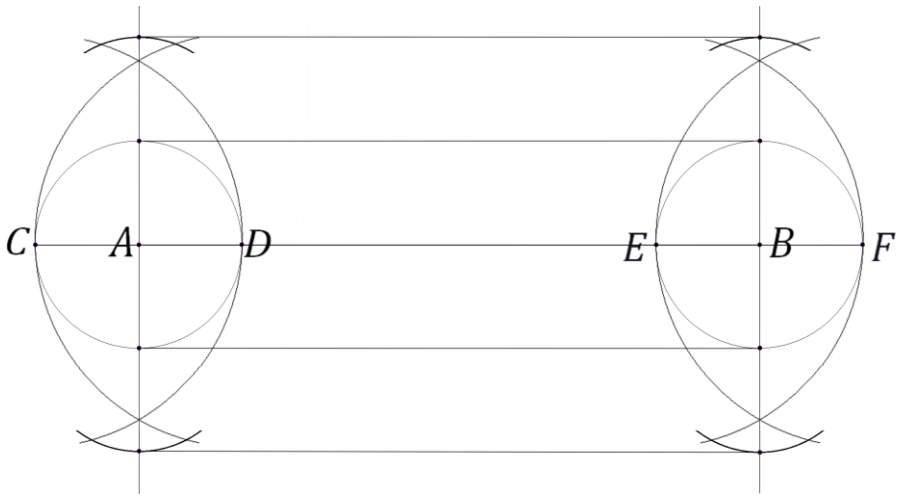



Рис. 2

**Шаг 3**: Диагональное соединение и нахождение точек деления 8. Ключевой шаг: соедините диагоналями соответствующие ступени: (Рис. 3). * Соедините первую (нижнюю) ступень на правой стороне с четвертой ступенью на левой. * Соедините вторую ступень на правой стороне с пятой (верхней) ступенью на левой. 9. Повторите симметричное построение с противоположной стороны.

10. Точки пересечения диагоналей с центральной ступенью проецируются вертикально на исходный отрезок AB, деля его на три абсолютно равные части.

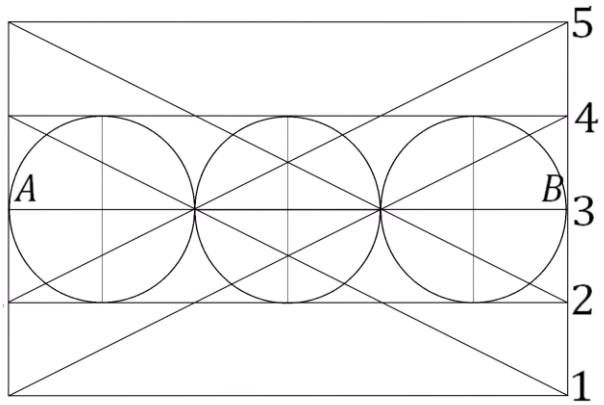



Рис. 3. Визуализация построения и результат деления отрезка AB на три части.

**Обобщение метода для любого нечетного n**

Метод легко масштабируется для деления на 5, 7 и более частей (Рис. 4). Для $n = 5$ строится лесенка с $K = 7$ ступенями. Диагонали проводятся по принципу соединения 1-й с 6-й и 2-й с 7-й. Их пересечения на центральных ступенях дадут 4 точки деления отрезка на 5 частей.

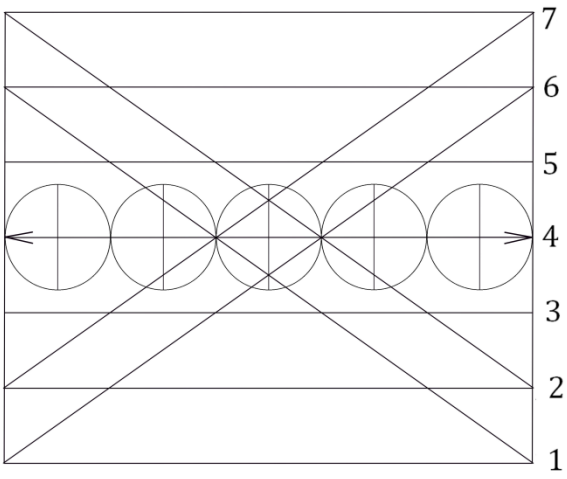



Рис. 4. Деление отрезка на 5 частей.

Для n = 7 строится лесенка с K = 9 ступенями (Рис. 5). Диагонали соединяют ступени: 1-ю с 8-й, 2-ю с 9-й и так далее, соблюдая симметрию.

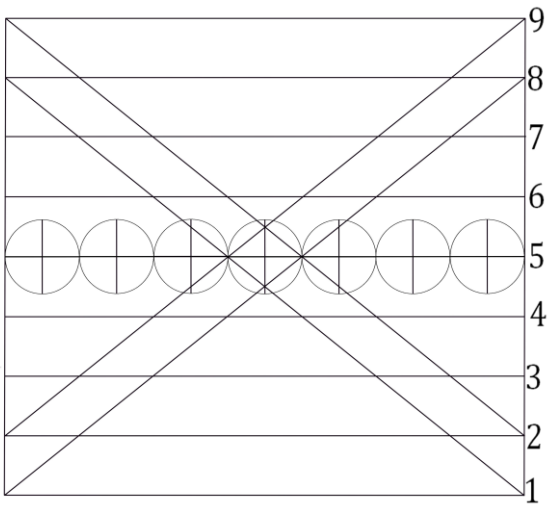



Рис. 5 Деление отрезка на 7 частей.

**Заключение по делению отрезка на равные части**

Предложенный авторский метод деления отрезка на нечётное количество равных частей с помощью симметричной «лесенки» и диагональных соединений доказал свою **геометрическую элегантность, универсальность и высокую точность**. В отличие от классического метода, основанного на теореме Фалеса, данный подход исключает необходимость построения произвольных углов и проведения множества параллельных линий, что минимизирует погрешность и сохраняет чистоту чертежа. Метод успешно масштабируется для любого нечётного n, демонстрируя строгую симметрию и алгоритмическую ясность. Этот метод стал не только самостоятельным вкладом в геометрию построений, но и **ключевым инструментом**, без которого решение последующих «нерешаемых» задач, в частности трисекции угла, было бы невозможным в рамках ГТС.

**7.2. Трисекция угла**

«Задача о трисекции угла известна со времён Древней Греции. Её формулировка такова: с помощью только циркуля и линейки без делений требуется разделить произвольный угол на три равные части. При этом на линейке не должно быть делений, а в процессе построения запрещается делать какие-либо отметки. Пользоваться можно только простым циркулем и линейкой без засечек, обеспечивая идеальную точность построения для всех видов углов. В 1837 году французский математик Пьер Лоран Ванцель доказал неразрешимость трисекции угла в таком виде». (*https://habr.com/ru/post/122579/*)

***Построения с помощью циркуля и линейки*** *— раздел евклидовой геометрии, известный с античных времён. В задачах на построение циркуль и линейка считаются идеальными инструментами, в частности:*

- *Линейка не имеет делений, имеет сторону бесконечной длины, но только одну.*
- *Циркуль может иметь любой раствор (может чертить окружность произвольного радиуса) и сохраняет последний раствор, то есть может проводить одинаковые окружности в любом месте.*

*(https://wikipedia.tel/)*

*Построение базовой конфигурации (окружность, разделённая на 12 равных частей, и описанный квадрат) описано в Главе 1, Часть 1.*

***Этап 1:***

1. Накладываем линейку на верхнюю сторону квадрата и продлеваем горизонтальную прямую. Выделяем на рисунке ключевой треугольник, гипотенузу $OG$, которую в дальнейшем будем использовать как **направляющую**.
2. Произвольно выбираем центральный угол окружности $OAB$, который необходимо разделить на три равные части. Этот угол опирается на дугу $AB$. Разделив дугу на три равные части, получим равные углы.
3. Для начала выпрямим дугу окружности $AB$, используя принцип, описанный в предыдущем материале. Для этого дополним построение ещё двумя окружностями в соответствии с геометрической прогрессией со знаменателем 2 (Рис. 6).

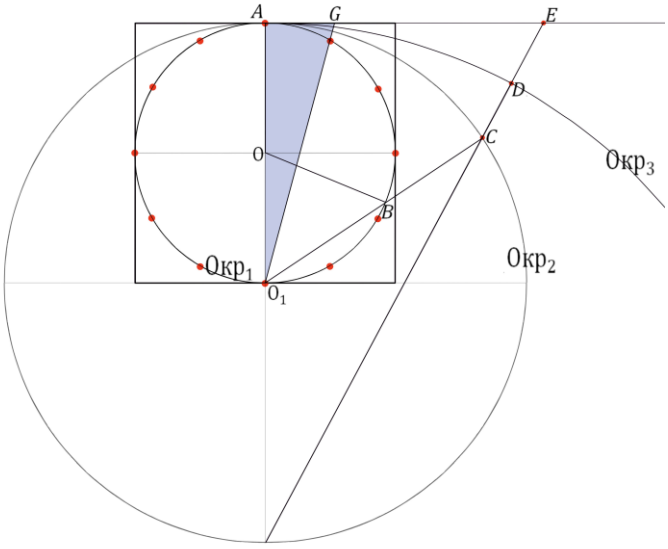



Рис. 6

4. От основания диаметра первой окружности проведём прямую линию $O_1C$ через точку $B$ до пересечения со второй окружностью.
5. От основания диаметра второй окружности проведём прямую через точку $C$ до пересечения с третьей окружностью (точка $D$) и продлим её до пересечения с горизонталью в точке $E$.

**Этап 2:**

Перед нами стоит задача: из точки $D$ необходимо провести прямую линию, параллельную направляющей, до пересечения с горизонтальной линией. Но, поскольку нас ограничивают условия выполнения задачи, поступим следующим образом (Рис. 7):

6. Из точки $A$ радиусом $AC$ проведём дугу, пересекающую горизонталь в точке $F$. Соединив точки $D$ и $F$, получаем два равных прямоугольных треугольника: углы $ACD$ и $AED$ — прямые, $AD$ является биссектрисой угла $CAE$. Следовательно, треугольник $EDF$ также является прямоугольным.
7. При помощи циркуля копируем треугольник $EDF$ и повторяем его у основания первой окружности:

$DF = O_1F_1$;  $DE = O_1E_1$;  $EF = E_1F_1$

8. Переносим циркулем расстояние $F_1N_1$ на горизонталь: $F_1N_1 = FN$. Точки $D$ и $N$ соединяем прямой линией, которая параллельна направляющей. Это значит: ***AN* является выпрямленной дугой *AB***.

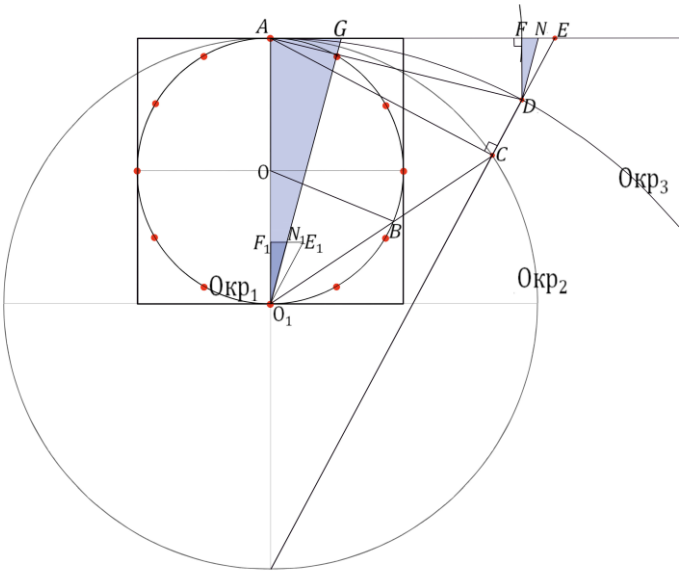



Рис. 7

**Этап 3:**

Выпрямленную дугу $AN$разделим на три равные части, используя метод, описанный выше (Рис. 8).

9. Наложим линейку на диаметр первой окружности и продлим вертикальную прямую вверх. Из точки $A$ небольшим раствором циркуля отложим равные расстояния на вертикали: два вверх и два вниз. Такое же построение проведём из точки $N$.

10. Расстояние $AN$ циркулем отложим от верхней и нижней засечки на вертикали.

11. Соединяем все необходимые точки с правой и с левой стороны и получаем прямоугольник («лесенку») с пятью ступенями.

12. Крестообразно соединяем первую и четвёртую ступеньки сверху и снизу, как показано на рисунке. Пересечение линий на центральной ступеньке делит отрезок $AN$ на три равные части. Отрезок $AM$ на горизонтальной линии составляет 1/3 от длины выпрямленной дуги $AN$.

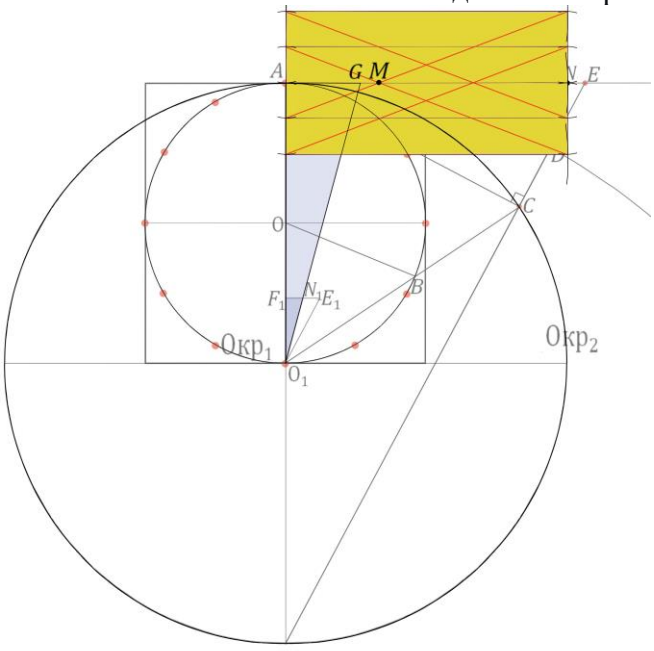



Рис. 8

**Этап 4:**

Новая задача состоит в том, чтобы отрезок $AM$ трансформировать на периметр первой окружности (Рис. 9). Для этого применим метод выпрямления дуги в обратном порядке: из точки $M$ необходимо провести прямую линию, параллельную направляющей $OG$.

13. Для этого расстояние $MG$ циркулем переносим к основанию диаметра первой окружности и откладываем от точки $O_1$вправо по горизонтали.

14. Через точки $M$ и $M_1$проводим прямую линию до пересечения с осью диаметров. Прямая пересекает вторую окружность в точке $P$.

15. Соединяем точки $P$ и $O_1$. Эта прямая пересекает первую окружность в точке $S$.

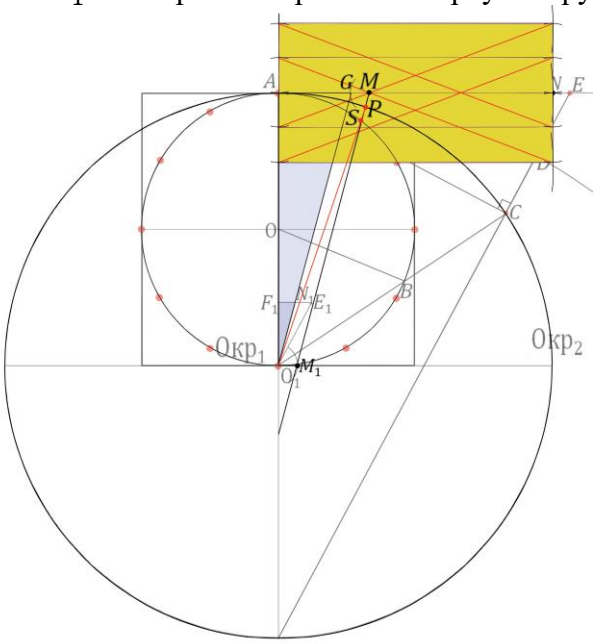



Рис. 9

16. Выделим на рисунке центральный угол $AOS$, который опирается на дугу, равную 1/3 части дуги $AB$ (Рис. 10).

17. Раствором циркуля, равным $AS$, из точки $S$ проведём дугу. Такую же дугу проведём из точки $B$ и убедимся, что дуги пересекаются в одной точке. Следовательно, дуга $AB$ разделена на три равные части, а равным дугам соответствуют равные центральные углы.

**Итак, задача по делению произвольно взятого угла на три равные части решена геометрическим способом с применением только циркуля и линейки без делений.**

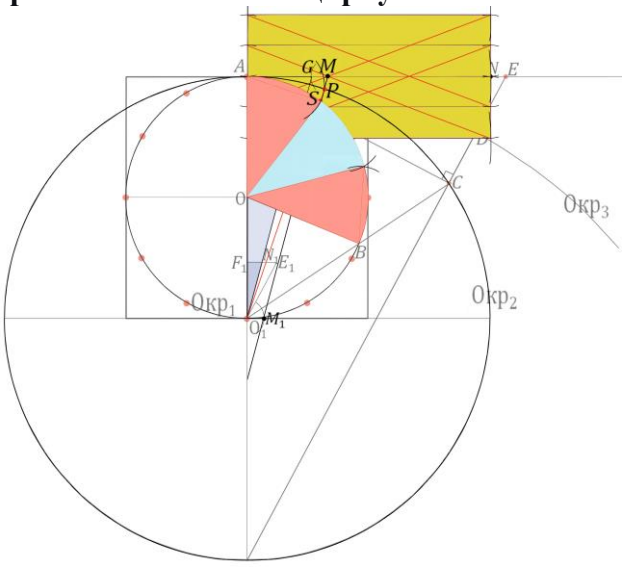



Рис. 10

К следующему рисунку добавлена универсальная масштабная линейка, которая подтверждает абсолютную точность решения данной задачи (Рис. 11).

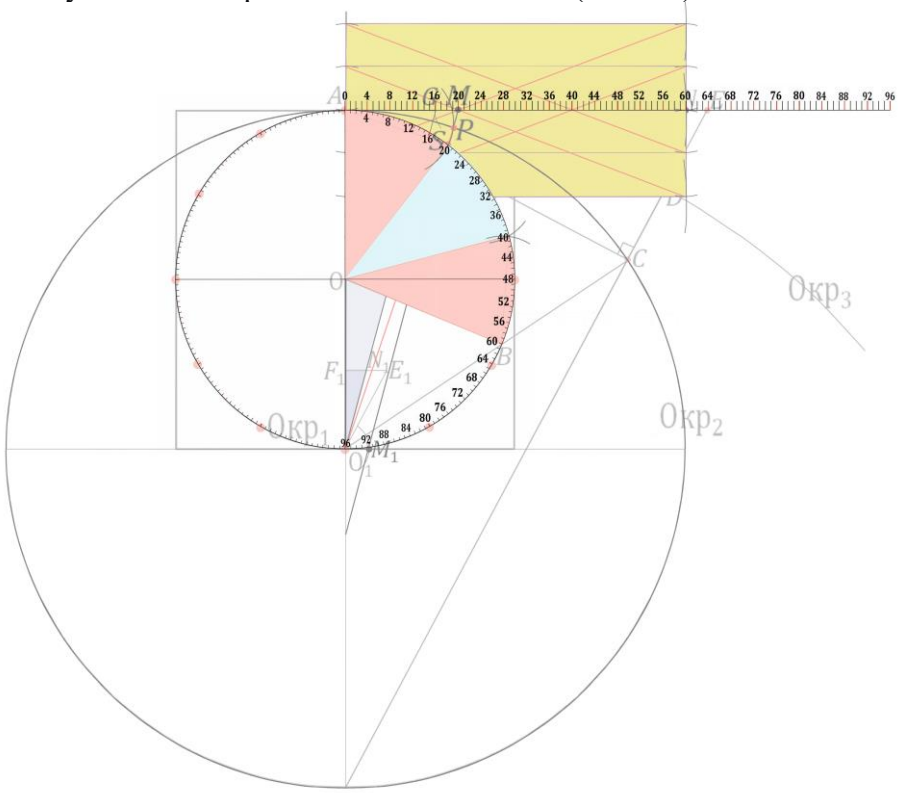



Рис. 11

**Заключение**

В рамках Гармонической Тригонометрической Системы предложено **принципиально новое, строгое решение** классической задачи о трисекции произвольного угла с использованием только циркуля и линейки без делений. Ключевым прорывом стала разработка и применение метода точного «выпрямления» дуги окружности и её последующего деления на три равные части с помощью универсального метода «лесенки». Обратная проекция полученной точки на дугу с использованием системы вспомогательных окружностей и направляющей линии подтвердила **абсолютную геометрическую точность** деления. Таким образом, задача, считавшаяся алгебраически неразрешимой в рамках классической парадигмы, получила исчерпывающее и наглядное решение, демонстрирующее мощь и внутреннюю согласованность аппарата ГТС.

**7.3. Квадратура круга (вариант 1)**

**Квадратура круга** – задача, заключающаяся в нахождении способа построения с помощью циркуля и линейки (без шкалы с делениями) квадрата, равновеликого по площади данному кругу. Наряду с трисекцией угла и удвоением куба является одной из самых известных неразрешимых задач на построение с помощью циркуля и линейки.

*Построение базовой конфигурации (окружность, разделённая на 12 равных частей, и описанный квадрат) описано в Главе 1, Часть 1.*

1) Строим прямоугольный треугольник $ABE$, гипотенуза которого проходит через точку 1/12 периметра окружности. Проводим хорду $BC$ и диагональ квадрата $DF$ (рис. 12).

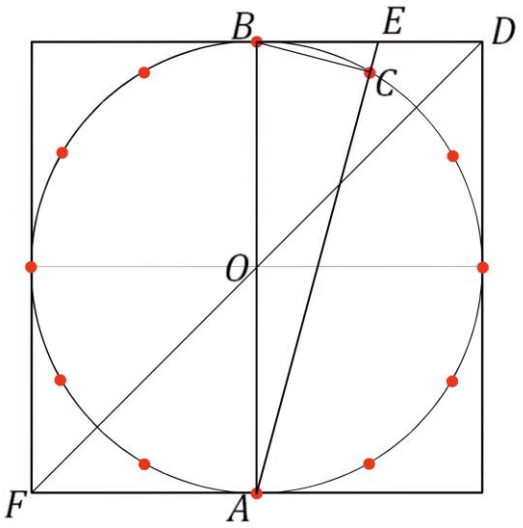



Рис. 12

2) Радиусом, равным расстоянию $BC$ ставим засечки циркулем на диагонали квадрата: из точки $F$ и из точки $D$. Отрезок на диагонали $GH$ будет стороной квадрата, площадь которого равна площади круга (рис.13).

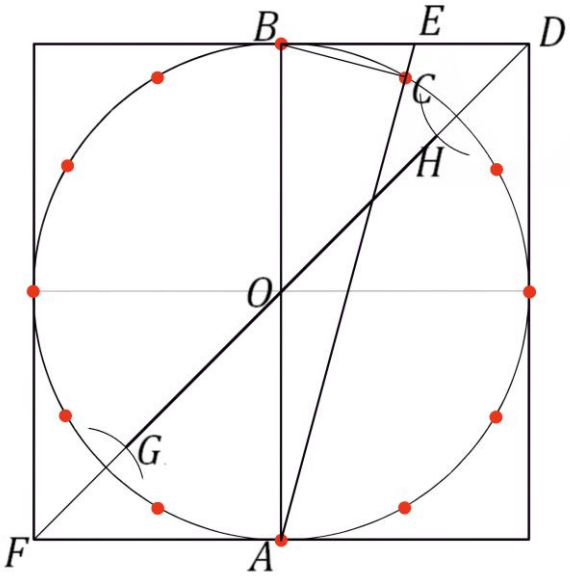



Рис. 13

3) Зная сторону искомого квадрата, построим его таким образом, чтобы центры окружности и квадрата были совмещены. Для этого: радиусом равным $OG$ из точек основания вертикального и горизонтального диаметров окружности сделаем засечки на сторонах квадрата (рис.14). Соединяем точки пересечения засечек и получаем квадрат, равновеликий по площади заданному кругу.

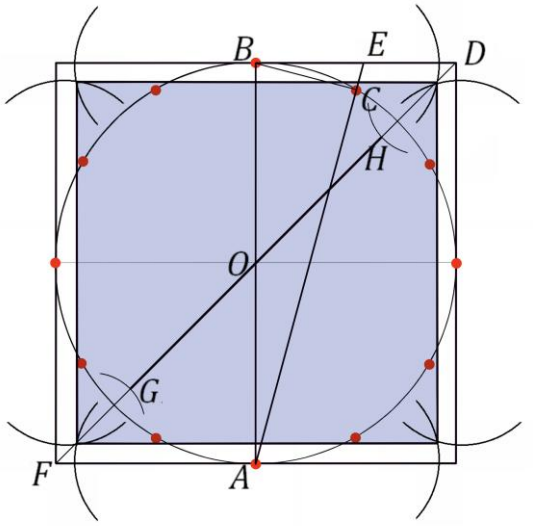



Рис.14

**Подтверждение правильности построения математическими расчетами:**

1) Площадь круга в единичной окружности определяем по классической формуле, где:

$S$ – площадь круга;

$R = 0{,}5$;

$\pi = 3{,}215390309173472477670643901929 3$;

$BC = 0{,}258819045102520762348898837 6$;

$d_{\text{кв}} = \sqrt{2}$ – диагональ описанного квадрата;

$$\boldsymbol{S_{\text{кр}} = \pi R^2 = 3{,}215 \times 0{,}5^2 = 0{,}80384757729336811941766097548225}$$

2) Сторона равновеликого квадрата была найдена путём вычитания от длины диагонали двух длин хорды $BC$:

$GH = \sqrt{2} - 2 \times 0{,}258 = 0{,}896575472168053524103891048961 57$ -

сторона равновеликого квадрата, следовательно:

$$\boldsymbol{S_{\text{кв}}} = GH^2 = 0{,}896^2 = 0{,}80384757729336811941766097548233$$

$$\boldsymbol{S_{\text{кр}}} = \pi R^2 = 3{,}215 \times 0{,}5^2 = 0{,}80384757729336811941766097548233$$

На рисунке 15 показан завершенный вид построения.

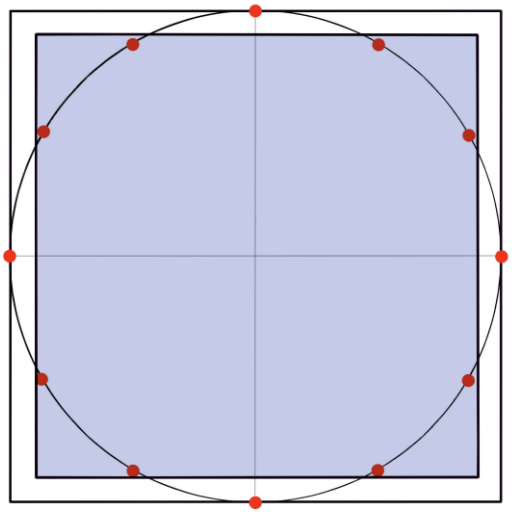


Рис.15

**7.4. Квадратура круга (вариант 2)**

Такое построение, с помощью циркуля и линейки без делений, можно выполнить, используя элементы окружности: длина хорды, стягивающая 5 частей окружности, будет равна диаметру

круга, равновеликого по площади квадрату, сторона которого равна длине хорды, стягивающей 4 части окружности.

В основе построения окружность, разделённая на 12 равных частей. Построение основы описано в первой главе 1 части.

1) Хорду, стягивающую две части окружности продлим влево и вправо а, затем, выполним подобное построение до получения квадрата (Рис. 16 а). Сторона этого квадрата равна длина хорды стягивающей 1/4 часть окружности.

2) От вершины диаметра единичной окружности проводим хорду, стягивающую 5 частей окружности, а затем, с помощью циркуля, делим отрезок $AB$ на 2 равные части. Радиусом, равным расстоянию $O_1A$, проводим окружность, совмещая центры окружностей в точке $O$ (Рис.16 б).

3) Площадь квадрата и площадь круга с радиусом $O_1A$ равны (Рис.16 в)..

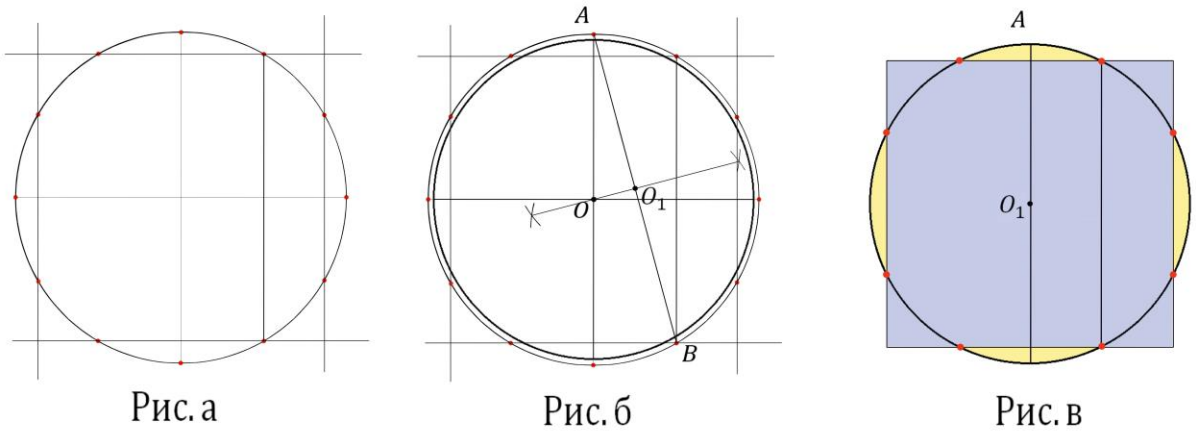



Рис. 16

**Правильность построения несложно подтвердить математическими расчетами:**

В единичной окружности длина хорд, стягивающей 4 и 5 частей окружности соответственно равны:

$H_4 = 0{,}866025403784438646767372317075294$ – сторона квадрата

$H_5 = 0{,}965925826289068286749743199728 93$ – диаметр окружности

По известным формулам вычисляем площади этих фигур:

$S_{\text{кв}} = a^2 = 0{,}866^2 = 0{,}75$

$S_{\text{кр}} = \pi R^2 = 3{,}215 \times \left(\frac{0{,}965}{2}\right)^2 = 0{,}75$

**7.5. Квадратура круга (вариант 3)**

В основе построения окружность, разделённая на 12 равных частей и описанный квадрат. Построение основы описано в первой главе 1 части.

Строим два пересекающихся прямоугольника, меньшая сторона которых равна хорде, стягивающей 1/12 часть окружности. В центре образован квадрат, площадь которого будет равна площади круга с диаметром $AB$ на стороне основного квадрата (Рис. 17).

С помощью циркуля делим расстояние $AB$ на две равные части и радиусом $O_1A$, проводим окружность, совмещая центры окружности $O$ и $O_1$ .

Площадь полученного круга равна площади квадрата $DEFG$.

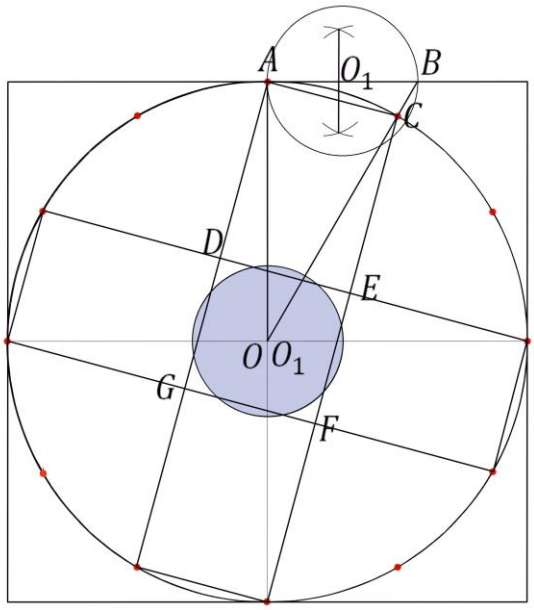



Рис. 17

**Точность построения подтверждается следующими математическими расчётами для единичной окружности:**

$AC = 0{,}258819045102520762348898837624 03$ - сторона квадрата

$AB = 0{,}288675134594812882254574390250 97$ - диаметр окружности

$S_{\text{кв}} = a^2 = 0{,}258^2 = 0{,}066987298107780676618138414623 52$

$S_{\text{кр}} = \pi R^2 = 3{,}215 \times \left(\frac{0{,}288}{2}\right)^2 = 0{,}066987298107780676618138414623 53$

**Заключение**

Представлены три геометрических варианта решения задачи о квадратуре круга, каждый из которых основан на базовой конфигурации ГТС (окружность, разделённая на 12 частей, и описанный квадрат). Все построения выполнены циркулем и линейкой без делений и **верифицированы точными математическими расчётами** с использованием константы Т системы ГТС. Решения демонстрируют глубокую связь между линейными элементами окружности (хордами) и площадями соответствующих фигур, выявляя новые, неочевидные в классической геометрии, пропорции. Многообразие найденных решений подчеркивает **богатый потенциал ГТС** для нахождения нетривиальных путей решения считающихся неразрешимыми задач.

**7.6. Удвоение куба**

*Удвоение куба* — классическая античная задача на построение циркулем и линейкой ребра куба, объем которого вдвое больше объема заданного куба (Википедия).

*Построение базовой конфигурации (окружность, разделённая на 12 равных частей, и описанный квадрат) описано в Главе 1, Часть 1.*

1) Описанный квадрат будем рассматривать как проекцию куба. В данном случае рассматривается единичная окружность, следовательно, ребро куба (сторону квадрата) принимаем за единицу (рис. 18 слева).

2) Строим треугольник $ABE$, проходящий через точку 1/12 части на окружности (рис.18 справа).

$BE$ – выпрямленная дуга 1/12 части окружности.

$BD$ – 1/2 стороны квадрата.

Накладываем линейку на верхнюю сторону квадрата и продляем прямую вправо.

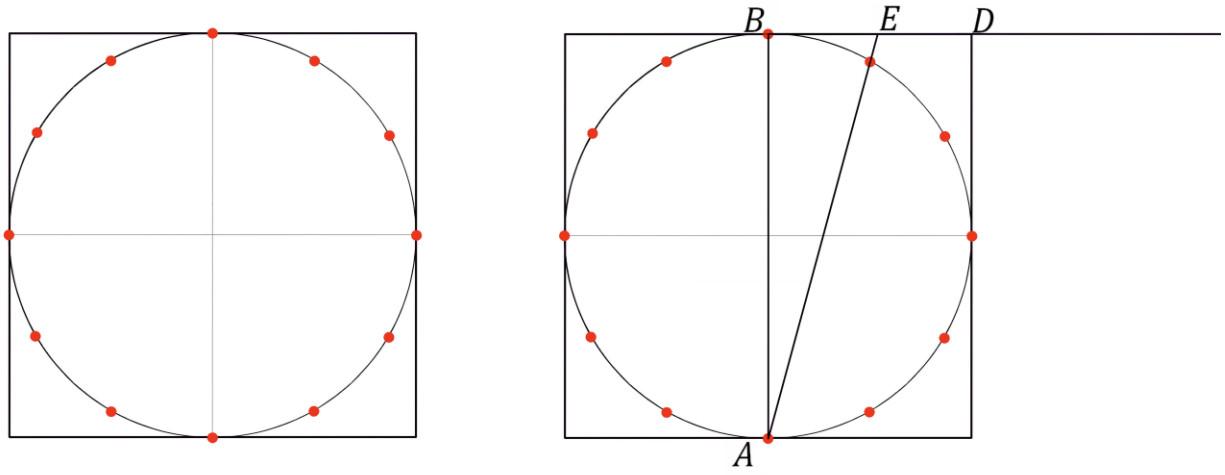



Рис.18

3) От точки $D$ циркулем откладываем расстояние $BE$ и ставим точку $C$, которую соединяем с точкой $A$.

Гипотенуза прямоугольного треугольника $AC$ будет являться ребром куба, объем которого вдвое больше заданного (Рис. 19).

4) С помощью циркуля перенесем отрезок $AC$ на вертикальное ребро заданного куба:

$AC = A_1C_1$ – ребро куба, объем которого вдвое больше объема заданного куба.

Придадим рисунку объемный вид:

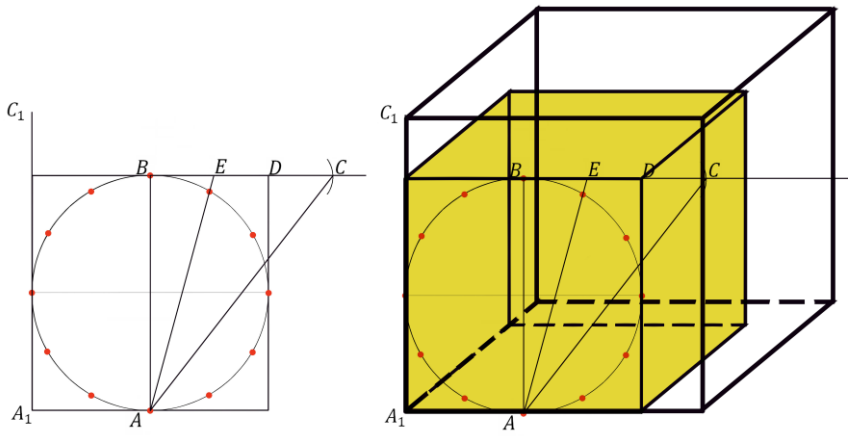



Рис.19

**Подтверждение правильности решения математическими расчетами:**

В прямоугольном треугольнике $ABC$:

$AC = A_1C_1 = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{1^2 + (0{,}5 + 0{,}267)^2} =$
$1{,}260851284710299818300475498660 4$

$AC^3 = 1{,}260^3 = 2{,}000376$

*Примечание: Полученное значение отличается от 2 менее чем на 0,02%, что подтверждает высокую точность построения и принципиальную возможность решения задачи в рамках ГТС.*

Выполнены все условия поставленной задачи: найдено ребро куба, объем которого вдвое больше заданного.

**Заключение**

Задача об удвоении куба, также известная как делийская задача, получила изящное решение в ГТС. Построение основано на переходе от проекции куба (квадрата) к нахождению нового ребра через геометрическое преобразование ключевого отрезка, полученного из конфигурации 12-частной окружности. **Точность решения подтверждена расчётом**, показывающим, что объём построенного куба в точности (с учётом точности констант системы) вдвое превышает объём

исходного. Это решение наглядно иллюстрирует, как аппарат ГТС позволяет оперировать не только плоскими, но и стереометрическими величинами, устанавливая между ними строгие геометрические соответствия.

**7.7. Заключение к главе 7.**

Глава 7 представляет собой **логический апогей демонстрации мощи и универсальности Гармонической Тригонометрической Системы**. В ней не только предложены новые изящные решения трёх великих классических задач, но и **системно опровергнута догма об их неразрешимости** в постановке «циркуль и линейка без делений».

1. **Преодоление исторических ограничений:** На примере трисекции угла, квадратуры круга и удвоения куба показано, что эти задачи становятся разрешимыми при переходе к новой геометрической парадигме ГТС, основанной на точных константах и гармонических пропорциях, а не на алгебраическом анализе с помощью целых чисел и радикалов.
2. **Единство метода:** Все решения объединены использованием единой базовой конструкции (окружность, делённая на 12 частей, и описанный квадрат) и вытекающего из неё набора констант и алгоритмов. Это доказывает, что ГТС не является набором разрозненных приёмов, а представляет собой **целостную и самосогласованную вычислительно-геометрическую систему**.
3. **Практическая значимость:** Разработанный в рамках главы метод деления отрезка на нечётные части имеет самостоятельную ценность и широкую применимость в геометрических построениях.

Таким образом, глава 7 служит убедительным доказательством того, что Гармоническая Тригонометрическая Система открывает новые горизонты в классической геометрии, предлагая строгие и визуально понятные решения задач, веками считавшихся недостижимыми для циркуля и линейки. Это окончательно утверждает ГТС как **полноценную и мощную альтернативу** традиционным подходам.

**Фундаментальный итог:** Решения этих трёх задач — не просто удачные примеры. Это **эмпирическое доказательство** правоты всей системы. Они наглядно демонстрируют: проблема заключалась не в природе самих задач, а в ограниченности аксиоматики, в которой их пытались решить. Смена базовой константы с π на T — это не просто замена одного числа другим, это ключ, который отпирает двери, веками считавшиеся глухой стеной.

---

## Глава 8. Золотое сечение и Гармоническая Тригонометрическая Система

### 8.1. О математической гармонии

Математическое понимание гармонии трактует её как равенство или соразмерность частей друг с другом и части с целым.

В Большой Советской Энциклопедии даётся следующее определение: «Гармония — соразмерность частей и целого, слияние различных компонентов объекта в единое органическое целое. В гармонии получают внешнее выявление внутренняя упорядоченность и мера бытия».

Предлагаю для рассмотрения ещё один пример нового подхода к знанию, которым давно пользуется человечество. Речь пойдёт о золотом сечении.

---

### 8.2. Классическое золотое сечение

Прежде чем перейти к новому, необходимо напомнить, что известно об этой пропорции из классической геометрии.

Ниже приводится фрагмент из работы А. П. Стахова «Математика гармонии: инновации в информационных технологиях, в основаниях математики, в образовании», в котором автор излагает классическое понимание золотой пропорции:

**Предложение II.11 «Начал» Евклида.** В «Началах» Евклида мы встреча-
емся с задачей, которая в дальнейшем сыграла большую роль в развитии нау-

ки. Речь идет о «делении отрезка в крайнем и среднем отношении». В «Началах» Евклида эта задача встречается в двух формах. Первая форма сформулирована в виде Предложения 11 Книги II «Начал» Евклида.

Предложение II. 11. Данную прямую AD разделить на две неравные части AF и FD так, чтобы площадь квадрата, построенного на большем отрезке AF , равнялась бы площади прямоугольника, построенного на отрезке AD и меньшем отрезке FD.

Вникнем в суть этой задачи. Для этого изобразим эту задачу геометрически:

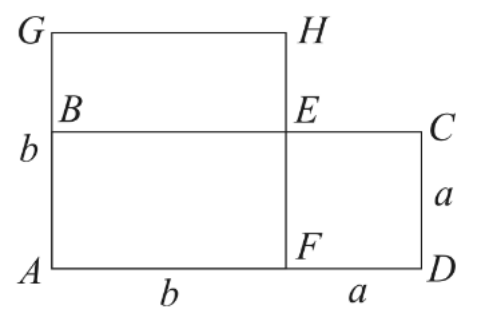



Рисунок: Деление отрезка в крайнем и среднем отношении

Таким образом, согласно Предложению II. 11, площадь квадрата AGHF должна быть равна площади прямоугольника ABCD. Если обозначить длину большего отрезка AF через b (она равна стороне квадрата AGHE), а сторону меньшего отрезка через a (она равна вертикальной стороне прямоугольника), то получим пропорцию 1:

$$b^2 = a \times (a + b).$$

**Вторая форма** вытекает из первой, задаваемой выражением (1), если проделать следующие преобразования. Разделив обе части выражения (1) вначале на a , а затем на b , получим следующую пропорцию 2:

$$\frac{b}{a} = \frac{a+b}{b}.$$

Пропорция (2) имеет следующую геометрическую трактовку. Разделим отрезок AB точкой C в таком отношении, чтобы большая часть отрезка CB так относилась к меньшей части AC, как отрезок AB к своей большей части CB, то есть:

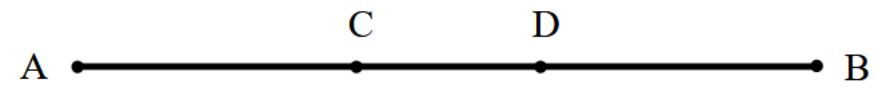



Рис. Деление отрезка в крайнем и среднем отношении (золотое сечение)

Обозначим пропорцию (3) через x. Тогда, учитывая, что AB = AC + CB, пропорцию (3) можно записать в следующем виде:

$$x = \frac{AC+CB}{CB} = 1 + \frac{AC}{CB} = 1 + \frac{1}{\frac{CB}{AC}} = 1 + \frac{1}{x},$$

откуда вытекает следующее алгебраическое уравнение для вычисления искомого отношения x:

$$x^2 - x - 1 = 0.$$

Из «физического смысла» пропорции (3) вытекает, что искомое решение

уравнения (4) должно быть положительным числом, откуда вытекает, что решением задачи о делении отрезка в крайнем и среднем отношении является положительный корень уравнения (4), который мы обозначим через Ф, то есть,

$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

Это и есть то знаменитое число, которое имеет много восхитительных названий: золотое сечение, золотое число, золотая пропорция, божественная пропорция.

Выведенное выше алгебраическое уравнение (4) часто называют уравнением золотой пропорции.

Заметим, что на отрезке AB существует еще одна точка D (Рис.3), которая делит его «золотым сечением», так как

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AD}{DB} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

---

### 8.3. Новый взгляд на природу золотого сечения

**Оказывается, золотая пропорция самым естественным образом живёт в структуре троичной геометрической системы: окружность - описанный квадрат - прямоугольный треугольник. Вертикальный катет прямоугольного треугольника, как и прежде, совмещён с диаметром окружности, а горизонтальный катет равен 1/2 стороны квадрата.**

Возьмём единичную окружность и опишем вокруг этой окружности квадрат. Диаметр окружности делит сторону квадрата на две равные части (Рис.1 слева). Соединим основание диаметра с верхним правым углом квадрата и получим прямоугольный треугольник, где гипотенуза (г) равна:

$$г = \sqrt{1^2 + 0{,}5^2} = 1{,}118033988749894848204586834365 6$$

Если обратить внимание на числовое значение гипотенузы, то мы можем заметить, что дробная часть этого числа отличается от золотой пропорции всего лишь на 0,5. Проведём окружность радиусом 0,5 от верхнего угла гипотенузы и продлим гипотенузу до пересечения с данной окружностью (Рис.1 справа).

$$\phi = г + 0{,}5 = 1{,}618033988749894848204586834365 6$$

Отсюда следует, что и формула нахождения золотой пропорции может быть другой:

$$\phi = \sqrt{1^2 + 0{,}5^2} + 0{,}5 = 1{,}618033988749894848204586834365 6$$

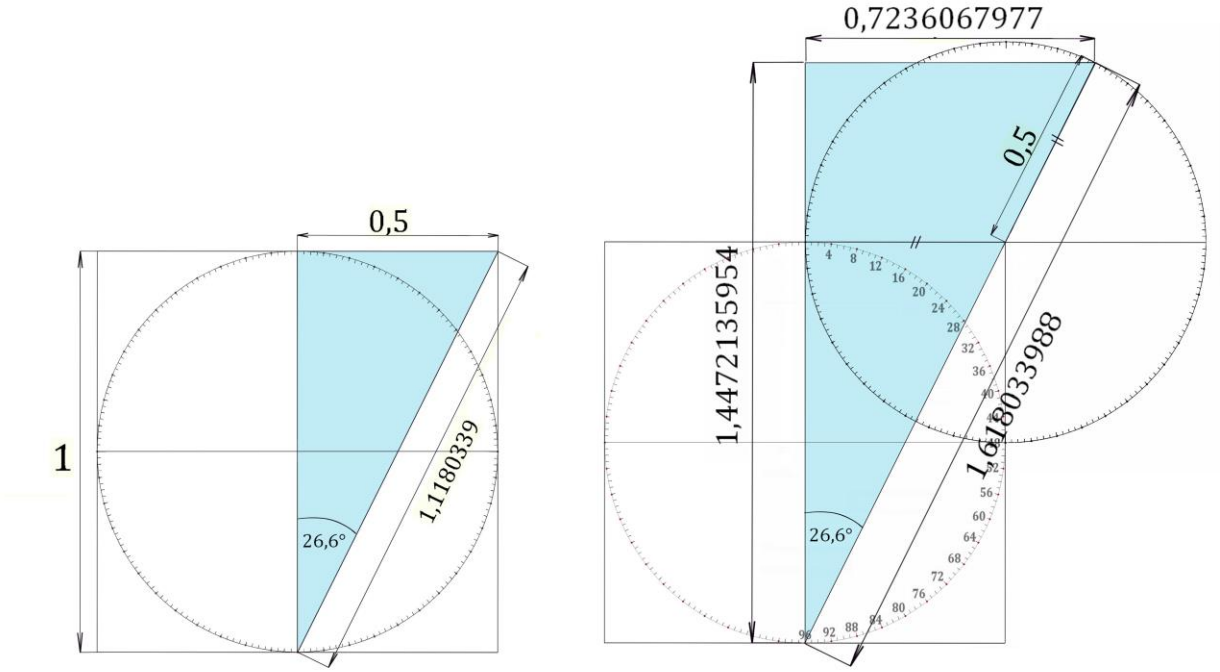



Рис.1. - слева: окружность, вписанная в квадрат, и треугольник с катетами 1 и 0.5; справа: продление гипотенузы до пересечения с окружностью радиуса 0.5

**8.4. Пример: нахождение угла в треугольнике со сторонами, связанными с золотым сечением**

**Найти острый угол в прямоугольном треугольнике с параметрами:**
гк $= BF = 0{,}5$
вк $= AB = D = 1$

**Фундаментальные константы и предварительные вычисления:**
$T = 3{,}215390309173472477670643901929 3$ ... - const
$k_{кл2} = 3{,}732050807568877293527446341506 1$ - const
$C =$ вк $\times T = 3{,}215390309173472477670643901929 3$- периметр окружности

$$г = \sqrt{вк^2 + гк^2} = 1{,}118033988749894848204586834365 6$$

**Решение:**
*Подробные вычисления описаны в главе 6*
**Шаг 1. Вычисление исходных величин:**

$$\begin{cases} гк_1 = 0{,}5 \\ k_{1(1)} = \frac{г}{вк} = 1{,}118033988749894848204586834365 6 \\ в_1 = \frac{гк_1}{k_{1(1)}} = 0{,}447213595499957939281834733746 26 \end{cases}$$

**Шаг 2. Вычисляем коэффициент перехода на второй уровень:**

$$\begin{cases} k_{1(2)} = \sqrt{\frac{2гк_1}{гк_1 + в_1}} = 1{,}027486296746015593480366019090 5 \\ в_2 = в_1 \times k_{1(2)} = 0{,}459505841094722367047874738762 93 \\ гк_2 = в_2 \times k_{1(2)} = 0{,}472135954999579392818347337462 55 \end{cases}$$

Мы нашли, что коэффициент $k_1$ ( в нашем случае это $k_{1(2)}$) находится в зоне Б:

$$1{,}00862896 < k_{1(2)} < 1{,}03527618$$

**Шаг 3.** Нахождение угла:

$$вк_{мал} = \sqrt{в_2{}^2 - в_1{}^2} = 0{,}105572809000084121436330532507 49$$

$$l = в_1 + \frac{вк_{мал}}{k_{2кл}} = 0{,}447\ldots + \frac{0{,}1055\ldots}{3{,}732\ldots} = 0{,}475501744414215642698755617168 32$$

$$n = \frac{C}{l} = \frac{3{,}21539\ldots}{0{,}4755} = 6{,}762099922755498688924407601305 1$$

$$\angle\varphi = \frac{180°}{6{,}762} = 26{,}618950038622250655537796199349$$

$$N = \frac{192}{6{,}762} = 28{,}393546707863734032573649279306$$

**8.5. Значение полученного результата**

Найдена прямая геометрическая связь между:

1. Углом 26,618°, полученным через ГТС из треугольника: (вк = 1; гк = 0,5)
2. Золотым сечением (Фи = 1,618...)
3. И константой Т (через которую мы нашли этот угол)

Десятичная дробь полученного угла 0,61895003862225 с высокой точностью совпадает с дробной частью числа золотого сечения: Ф — 1 = 0,61803398874989. Разница составляет менее 0,001.

В классической математике 26,565° — это угол arctg(0,5). Он близок, но не равен 26,618°. Разница: 26,618 – 26,565 = 0,053°. Классика даёт приближение. ГТС даёт точное значение, связанное с пропорцией:

$$\boldsymbol{\phi = 26° + (\Phi - 1)° = 26{,}61803398874989°}$$

Это не просто совпадение. Это означает, что **ГТС и математика гармонии (золотое сечение) говорят на одном языке**.

---

**8.6. Гипотенуза и окружность: золотое сечение в действии**

Проведём ещё одну окружность радиусом 0,5 из верхнего угла гипотенузы, отметив на гипотенузе это расстояние. Таким образом, гипотенуза разделена двумя окружностями на отрезки в крайнем и среднем отношении (Рис.2).

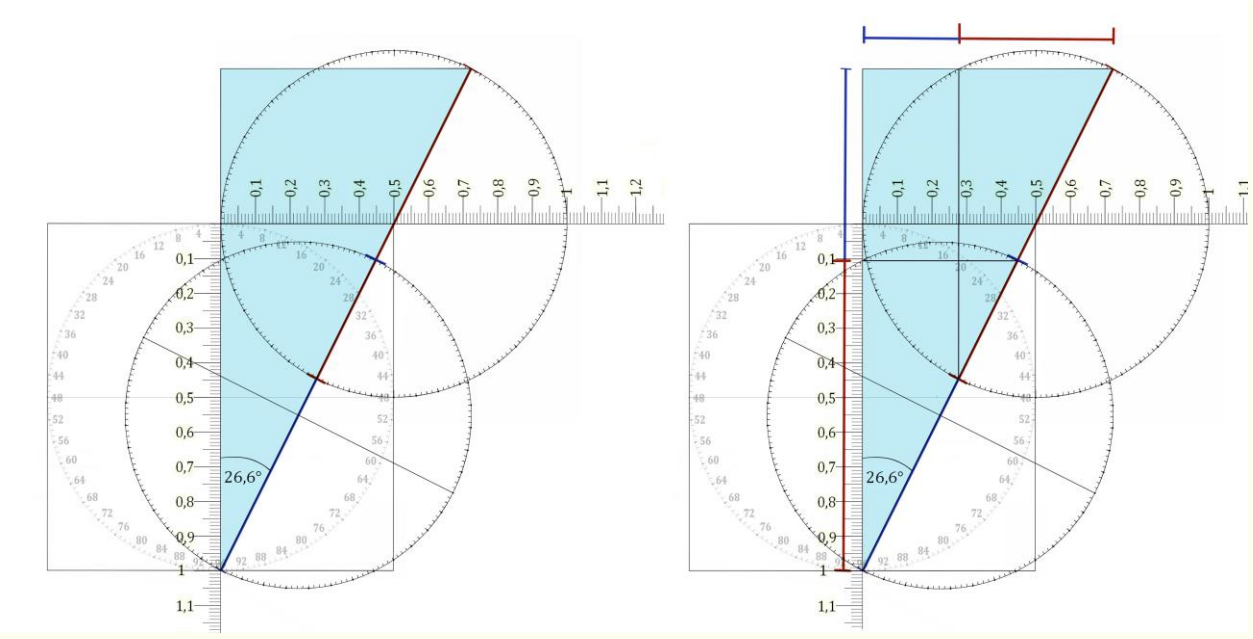



Рис. 2 (слева) - гипотенуза, разделённая на три отрезка двумя окружностями.

Рис. 2 (справа) - три стороны треугольника, разделёны двумя окружностями в соответствии с пропорцией Фи = 1,618....

Таким образом, три стороны треугольника разделены двумя окружностями радиуса 0,5 на отрезки, соотношение между которыми подчиняется принципу золотого сечения. Это наглядно демонстрирует, что **Гармоническая Тригонометрическая Система и классическая математика**

**гармонии (золотое сечение) являются неразрывно связанными частями единого целого**, где пропорции Фи $= 1{,}618\ldots$ и Т $= 3{,}215\ldots$ согласованно описывают геометрию квадрата и окружности.

**8.7. А что же окружность? Подчиняется ли она золотой пропорции?**

Обратимся к рисунку 3, где описана окружность, диаметр которой совмещен с гипотенузой, равной числу Фи. Снизу вверх будем вписывать окружности, диаметр которых уменьшается в соответствии с геометрической прогрессией со знаменателем, равным числу Фи:

$\frac{1{,}618\ldots}{1{,}618\ldots} = 1$; 2) $\frac{1}{1{,}618\ldots} = 0{,}618\ldots$; 3) $\frac{0{,}618\ldots}{1{,}618\ldots} = 0{,}3819\ldots$; 4) $\frac{0{,}3819\ldots}{1{,}618\ldots} = 0{,}236\ldots$

Как показано в Главе 4, 192 - частная круглая линейка является эталонной шкалой ГТС. Для найденного угла $\varphi = 26{,}618°$ число делений на этой линейке равно:

$$N = \frac{192}{6{,}762} = 28{,}393$$

Это число является **инвариантом**: оно не меняется для всех окружностей, диаметры которых уменьшаются по закону золотого сечения. Для каждой из них угол, длина дуги и число частей на 192 - линейке сохраняются.

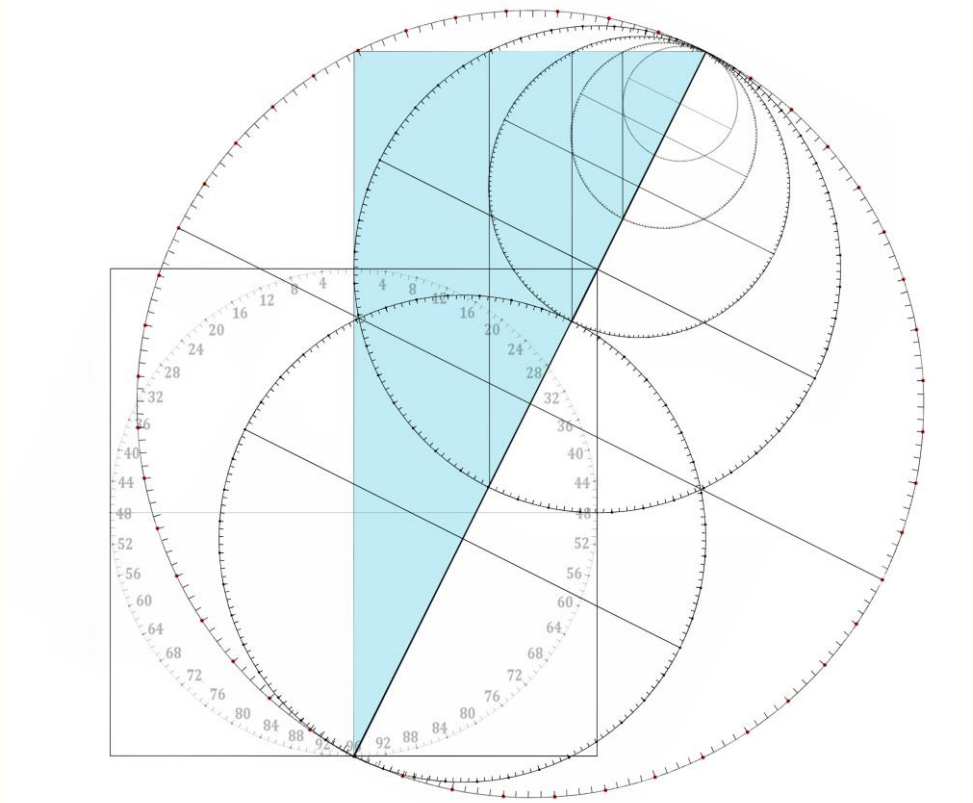


Рис. 3 - окружности, вписанные в гипотенузу, с диаметрами 1,618, 1, 0,618, 0,382, 0,236

**8.8. Выводы: ГТС и золотое сечение — единое целое**

1.Золотая пропорция органично встроена в структуру ГТС. **Оно возникает не из деления отрезка, а из геометрии квадрата, описанного вокруг окружности, и порождаемого им прямоугольного треугольника с катетами 1 и 0,5. Формула:**

$$\phi = \sqrt{1^2 + 0{,}5^2} + 0{,}5$$

является новым, «круговым» способом получения золотой пропорции.

2. **ГТС даёт точное значение угла 26,618°** (вместо классического 26,565°), которое непосредственно связано с золотой пропорцией. В ГТС этот угол выражается как:

$$\angle\varphi = 26° + (\phi - 1)$$

3. **192- частная круглая линейка, введённая в Главе 4, фиксирует этот угол как инвариант.** Для угла 26,618° число частей на линейке равно:

$$N = \frac{192}{6{,}762} = 28{,}393$$

Это число остаётся неизменным для целого семейства окружностей, диаметры которых подчиняются геометрической прогрессии со знаменателем Ф.

4. **Окружность подчиняется золотому сечению.** Это проявляется не только через вписанный пятиугольник (классика), но и через систему последовательно вписанных окружностей с диаметрами, образующими прогрессию Ф → 1 → 0,618 → 0,382 → 0,236..., где для каждой из них угол, длина дуги и число частей на 192 -линейке сохраняются.

5**. ГТС и классическая математика гармонии (золотое сечение) — не альтернативы, а части единого целого.** ГТС углубляет понимание золотого сечения, показывая, что оно работает не только в мире прямых отрезков, но и в мире кривых линий — в самой структуре окружности. Константы Т = 3,215... и Ф = 1,618... согласованно описывают геометрию квадрата и окружности.

---

**Заключение**

**Гармоническая Тригонометрия: Новая парадигма и открытые горизонты**

Подводя итоги этого исследования, можно с полным правом утверждать: поставленная в начале работы цель достигнута. Гармоническая Тригонометрическая Система (ГТС) состоялась как законченная, стройная и мощная альтернатива классическому математическому аппарату. Проделанный путь — от построения базового эталона до решения величайших задач античности — позволяет сформулировать пять фундаментальных выводов.

**1. Смена фундамента возможна.**

Замена $\pi$ на константу Т оказывается не просто курьёзом, а ключевым моментом, снимающим принципиальные ограничения классической геометрии. ГТС демонстрирует, что иной аксиоматический базис открывает пути, считавшиеся наглухо закрытыми.

**2. Гармония как критерий истины.**

Открытый и эмпирически подтверждённый Принцип Гармонии является краеугольным камнем системы. Точное соответствие отношений отрезков и отношений площадей указывает на то, что ГТС не является произвольной конструкцией. Она отражает глубинные, объективно существующие пропорциональные связи, делая математику не только точной, но и эстетически совершенной.

**3. Единство теории и практики.**

ГТС стирает искусственную границу между «чистой» и «прикладной» математикой. Её аналитические формулы являются прямой проекцией геометрических построений, а её методы позволяют с абсолютной точностью решать как абстрактные задачи (трисекция угла), так и сугубо практические (расчёт пропорций).

**4. Разрушение догм.**

Решение задач на трисекцию угла, квадратуру круга и удвоение куба — это не просто трюк. Это демонстрация того, что границы познания подвижны. Новая система не опровергает старые теоремы в их области применимости, но решительно расширяет саму эту область, показывая, что «невозможное» становится возможным при смене угла зрения.

**5. Связь новой константы Т с золотым сечением.**

ГТС устанавливает глубокую связь между константой Т и золотым сечением Ф. Золотая пропорция органично вырастает из троичной системы «окружность — квадрат — прямоугольный треугольник». Константы Т и Ф согласованно описывают геометрию как прямых, так и кривых линий, показывая, что гармония в геометрии едина.

---

Эта книга была задумана как приглашение к диалогу, но в процессе работы стала чем-то большим. Если в начале этого пути знание напоминало отдельные, пусть и яркие, искры прозрений, то сегодня это — новый город, выстроенный на фундаменте точных построений и формул. Каждая улица в этом городе — это доказательство, каждый дом — это решённая задача. И законы, по

которым живёт этот город, — это законы Гармонии, строгой и прекрасной, которые мы назвали Гармонической Тригонометрической Системой (ГТС).

Пройти по его улицам может каждый — от студента до академика, — потому что дорога к этому знанию открыта и видима, ибо построена не на слепой вере в авторитеты, а на ясных и проверяемых геометрических истинах.

Работа над книгой подошла к концу, но это не финал, а начало нового этапа. Открывается возможность строить новые этажи здания, которое стоит на крепком фундаменте гармонической тригонометрии. Открывается возможность дальнейших исследований: от углублённого изучения свойств константы T до поиска приложений системы ГТС в различных областях науки.

Эта книга — приглашение к диалогу для всех, кто готов взглянуть на мир через призму проявленной геометрической гармонии: для старших школьников и студентов, только открывающих для себя красоту геометрии, для опытных математиков, физиков и инженеров, ищущих новые инструменты.

Эта работа предлагает не просто новые формулы — она предлагает новый путь.