С.Л. Василенко

От триады-троицы к триединым золотым структурам: один в трех и три в одном

«Разум человека владеет тремя ключами,
открывающими всё: буквой, цифрой и нотой.
Знать, думать, мечтать. Всё в этом».
Виктор Мари Гюго, Лучи и тени, 1840.

Многие исследователи часто обращаются к древним учениям и архаичному символизму, мифам и сказаниям. Черпают мудрость из разных источников, находя точки опоры, переносят их в настоящее и творят будущее.

В любом случае это придает некую обоснованность и основательность собственных повествований. «Главное – мудрость: приобретай мудрость, и всем имением твоим приобретай разум. Высоко цени её, и она возвысит тебя; она прославит тебя, если ты прилепишься к ней» (Притч. 4:5).

Красной линией последних тысячелетий в умах людей проходит формирование-развитие триединого образа и троичных структур. При этом использование единичных составляющих часто переносится на второй план, а понятие целого не обязательно интерпретируется или увязывается с единицей.

Разнообразные тройственно-математические объекты в разной мере отображают триединые лини-связи и служат прообразами троичной структуризации.

Надо сказать, трехмерное устроение бытия издавна привлекало внимание человечества.

Различные сравнения и аллегории на тему троицы-троичности занимают особое место в человеческом мировосприятии, образуя великое множество причудливых толкований-описаний культурно-религиозного, метафизического и математического толка [1].

В современной языковой интерпретации данный подход адекватно отражает емкий и яркий девиз-фразеологизм «Один за всех, и все за одного», который имеет латинские корни «Unus pro omnibus, omnes pro uno» и получил широкое распространение после выхода романа французского писателя Александра Дюма-отца «Три мушкетера». Олицетворяет единство, солидарность, прочность и неразделимость дружеского союза, священного братства. Ключевой посыл – это единение: *все как один*.

Похожая аналогия «Один во всех и все в одном» просматривается в христианстве.

По мере формирования религиозного учения, с усилением греко-римского влияния и неоплатонизма, единый бог сначала превратился в двоицу, а затем (во избежание аналогии с римским божеством – двуликим Янусом) трансформировался в троичное единство с присоединением святого духа, формируя идейную сущность христианской Троицы.

Подобно другим вероучениям, по своей природе тринитаризм можно отнести к религиозно-философской ненаучной фантастике, основанной на вере в теоретико-абстрактные допущения. Как результат (продукт) человеческого воображения на языке символов, которые человек сам и создает.

В этом выражается его способность к трансцендированию и выходу за пределы чувственно осязаемой реальности в виртуально-сверхъестественный мир.

Триада.

Триплет (лат. *triplus* тройной) – набор или система из трех объектов, частей.

Триада (греч. τριάς) – единство, образуемое тремя раздельными членами, элементами.

«Один в трех и три в одном» – парадоксальная, но весьма красивая словесно-числовая форма. Разъединение (расчленение) и одновременное объединение (синтез) создают уникальный объект, в котором каждая часть существует сама по себе и одновременно немыслима без целого.

Напоминает диалектическое отрицание отрицания, в котором новое сохраняет некоторые черты старого, но уже на него не похоже.

Троичность и единичность в определенном смысле отождествляются.

Как трехстворчатое зеркало (трельяж). Или вода, имеющая три агрегатных состояния в зависимости от температуры. Либо пробирка, мензурка и реторта у химика.

Триада (греч. τριάδα – структурное триединство, образуемое тремя раздельными членами (частями).

Троица – греч. Τριάδα, лат. Trinitas. – Из единицы три, а из трех – опять единица.

Православный церковный праздник Троица называется также пятидесятницей.

50 – минимальное число, представимое в виде суммы двух квадратов двумя различными способами: $50 = 1^2 + 7^2 = 5^2 + 5^2$;

50 – число областей, на которые делят правильный семиугольник все его диагонали;

50 – пятое (из семи) магическое число в ядерной физике, соответствующее количеству нуклонов в атомном ядре, при котором полностью заполнена его пятая оболочка;

«и сделай пятьдесят крючков золотых и крючками соедини покрывала одно с другим, и будет скиния одно <целое>» (Исх. 26:5). Пятьдесят крючков – это символ полноты разнообразия методов и форм, духовных основ, передающих божью волю, которые соединяют *покрывала* – дух и букву священных писаний Моисея.

Гегелевская философская триада «понимание – диалектическое суждение – спекулятивное суждение» или её последующая интерпретация «тезис – антитезис – синтез» включает объединение двух противоположных понятий, из которого опосредует (выражается) их внутреннее единство. Снятие, как момент развития, который имеет двоякий смысл: означает прекратить (положить конец) и одновременно удержать-сохранить.

Религиозная триада.

Три лика в индуизме или три лица-ипостаси в христианстве одномоментно наличествуют в одном божестве и одно – во всех трех.

Тримурти или троица богов «Брахма, Вишну, Шива» в индуизме сохранилась до сих пор, без идейного развития и придумывания, что триада – это не три отдельных бога, а один.

Официальная христианская доктрина пошла дальше:

– трое суть один;

– один в трех и три в одном;

– различимое слияние единичного, особенного и всеобщего.

По существу единый бог троичный, как в ликах индуизма так и в лицах-ипостасях христианской триадологии (Троицы).

Принято считать, что человек не может до конца понять умом данный феномен, представить воображением или выразить простыми понятными словами.

Единый бог по существу,
Троичный в ликах-ипостасях
Явил своё могущество,
Представ на иконопостасе.

С языковедческой точки зрения Троица – это единое, порождающее число три.

На веру принимается модель: "1 ≡ 3" – веришь в одного, поверишь и в трех.

Божественная формула триединства принята большинством групп, конфессий, старых и новых движений христианского толка, включая общее поле «религиозной утопии, как феномена и понятия» [2]. В нераздельной Троице невозможно помыслить: первый – второй – третий, или большее – меньшее. И если постигнуть триединство невозможно, то можно просто верить, подключая воображение и создавая художественные образы.

Тринитарный догмат – главный постулат и непостижимый догмат религиозной доктрины. Крест для человеческой мысли (Павел Флоренский). – Ни постичь умом, ни выразить словами.

Заметим, небиблейское учение церкви. В Библии, а другой поддержки просто нет, отсутствуют места с прямыми указаниями на троичность бога. Всё сочинили богословы-интерпретаторы, которые достаточно вольно истолковывают и трактуют тексты, на своё усмотрение согласно априори принятой концепции. Совершенно неочевидный способ понимания и толкования смыслов. Плюс вольности переводов, включая намеренные изменения текстов. Сравните, например, замену "господин мессия" на "господь бог".

С удалением тетраграмматона собственное имя бога Яхве (Иегова) в основном забыто.

Бога невозможно по-настоящему понять в терминах нашего мира.

Человеческий разум не властен постичь необъятность и бесконечную силу бога-творца всего, вечные и вневременные концепции. Наш разум создан, поэтому он подвержен ограничениям творения. Человеческое восприятие-понимание имеет пределы.

Отсюда ошеломляющее многообразие религиозных форм [3].

По данным Всемирной христианской энциклопедии (*World Christian Encyclopedia,* Оксфорд, 2001) в мире к концу XX столетия оформилось около 10 тыс. самостоятельных религий [4, П.Бергер]. Причем только в пределах христианской религии насчитывается 33 830 деноминаций по всему миру [4, Э.Берстейн].

Исходя из общего принципа здравомыслия, все религии в погоне за лидерство одинаково соотносятся с известным изречением Юлия Цезаря: лучше быть первым здесь <в провинции >, чем вторым <где-то там> в Риме.

А честолюбие – это мать всех ересей (Аврелий Августин).

Ортодоксальное формирование троичной концепции было делом церковной политики.

В теологической теории о Троице не отражалось точно первоначальное христианское учение о природе Бога.

«В Новом Завете нет ни самого слова троица, ни ясно высказанного и/или выраженного догмата о ней. В христианском каноне нет никаких конкретных утверждений, что бог триедин» (Новая британская энциклопедия).

В библии нигде не использует слово *троица*. Равно как в писании мы не находим доктрины троицы, которая своими корнями уходит в политеизм и языческую философию, не связанными с авраамическими религиями.

Сама идея Троицы заимствована из многовековой школы неоплатонизма, и в своем происхождении несет языческие отголоски.

В онтологической модели «одна сущность и три ипостаси», по сути, объединились единичное и всеобщее.

Некоторые математические модели триад.

За свою историю человечество придумало много разных диаграмм и символов, отражающих единение трех составных частей.

Три зайца.

Символ известен издревле и присутствует практически во всех мировых культурах.

Своими телами три зайца создают внешний треугольник, а переплетными ушами образуют в центре внутренний треугольник.



У каждого животного два уха. Если же смотреть на изображение целиком, то в общей сложности у всех зайцев три уха.

Узор из трех зайцев, преследующих друг друга в бесконечном круге – символе вечности. Распространен в древней Персии, встречается в древних буддийских пещерных храмах, на тканях времен китайской династии Суй. Узоры «Три зайца» вырезаны на стенах средневековых английских церквей, начертаны на монгольских монетах эпохи Чингисхана. Его можно найти в украинских синагогах, соборах Германии, Франции и др.

Щит троицы.

Плоскостная тринитарная диаграмма «Щит троицы» или её пирамидально-тринитарный вариант (рис. 1).

Слово "алилуя" подобно "аминь" перешло в другие языки без перевода и означает «хвалите Ях». Ях – краткая форма имени Яхве или Иегова, как огласовка-произношение тетраграмматона – собственного имени бога в изначальном еврейском тексте Ветхого Завета.

В этой визуально несложной концептуальной схеме христианство со временем разделилось-разошлось взглядами на вопросы: Святой дух – самостоятельная духовная личность или только действующая сила (божьи "персты"), не равная богу? Он исходит от отца "и от сына" (*Filioque*) или только от отца, как единого начала?

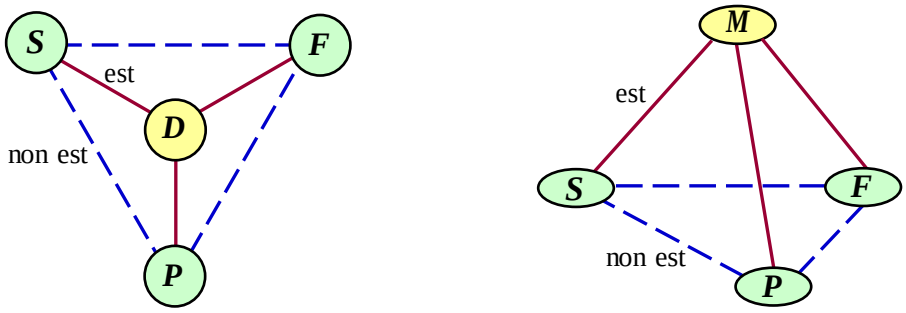


Рис. 1. Плоскостная и пирамидально-тринитарная диаграммы

***D**eus* ↔ ***P**ater* – ***F**ilius* – ***S**piritus Sanctus*

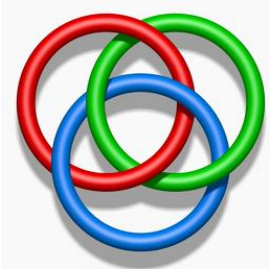
Римско-католическое приложение к Никео-Царьградскому Символу Веры (381 г.) до XI века было неизменным и всеобщим определением вероучения для всей христианской церкви: "Верую в Духа Святого, исходящего от Отца и Сына". С позиций православного богословия филиокве разрубает и делит Троицу на две группы: полностью единых Отца и Сына, а также обособленного Духа, не обладающего всеми теми свойствами природы, которые есть в распоряжении первых лиц.

В таком представлении Дух признан ипостасью второго порядка, и Троица де-факто выступает божественной двойкой плюс один "полубог". То есть тринитарность становится формой, бинарность же обретает реальную содержательность.

В этой связи можно отметить 99 атрибутивных имен Аллаха (сотня качеств-аспектов без одного), которыми единый бог наделяется дополнительными характерологическими свойствами, выражая своё присутствие в сотворенном мире по формуле $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \ldots \cdot 1 = 1$.

Кольца Борромео, их статика–динамика.

Наглядным образом триады служат кольца Борромео – три топологические окружности, образующие нетривиальное брунново зацепление, которое распадается при удалении любой компоненты [5]. Никакие два из трех колец не сцеплены, как в зацеплении Хорфа, но все вместе они составляют неразрывное целое. При этом исключение любого элемента приводит к разъединению двух оставшихся колец. Кольца Борромео имеют древнюю историю и вследствие своей уникальности наряду с простотой и наглядностью часто используются в религии, искусстве, демонстрируя силу триединства.



В терминах современной топологии перед нами узел из трех колец, в котором любые два не связаны друг с другом, но все три вместе образуют единый узел, поэтому кольца используются как символ единства Троицы.

Есть нюанс... Несмотря на кажущуюся естественность, из геометрически идеальных окружностей описанное зацепление выполнить невозможно, но можно осуществить с помощью эллипсов.

Если кольца идеально плоские, данная конструкция становится неосуществимой, – по крайней мере, в нашем мире, как мы его ощущаем и представляем.

Для создания действующей модели в трехмерном пространстве необходимо применять разрывы и/или искажения (деформации) колец.

Фигура, основанная на симметричной расстановке перекрывающих друг друга колец, многие столетия знаменует "силу в единстве" и нашла свое отражение в философии.

Область, которая покрывается лишь одним кольцом (элементом триады), считается статической. Область, перекрываемая двумя кольцами, где одновременно господствуют два элемента триады, приобретает динамику. Центральная область (дугообразные треугольники Вассера [6]), образуемая перекрытием трех колец, является не только динамической, но и соответствует какой-либо из 80 категорий философии Гегеля.

Более того, сама динамика этих тройственных образований чрезвычайно вариабельна: от модели абсолютно-идеального круга (окружности) к выпуклым треугольникам и далее через их вырожденный вариант в виде универсальной точки (модель "нечто") – к вогнутым инвариантам, за которыми следует разрыв видимых связей [6].



Трилистник.

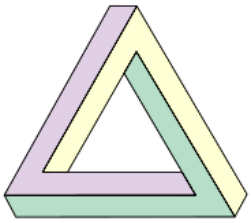
В религиозной символике хорошо известен трикветр или трилистник (лист белого клевера) – символ триады и защитная печать христианства.

Различают левый и правый зеркальные трилистники – единственные узлы, допускающие диаграмму с тремя перекрестками так, что любая диаграмма с меньшим числом перекрестков приводит к тривиальному узлу.

Трилистник – это крест, концы которого образуют три полукруглых листочка. Крест – один из самых древних и мистических знаков. Воплощает орудие казни и одновременно символизирует победу жизни над смертью. Но у трилистника живое начало выражено сильнее всего. В языческих (политеистических) верованиях крест считали знаком жизни и символом бессмертия.

Знак креста изображен на груди у статуи Будды, за 600 лет до появления христианства.

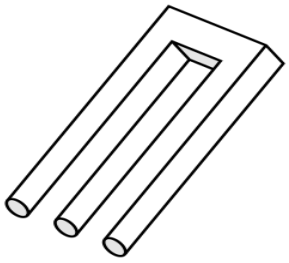
Возможные "невозможные" троичности.

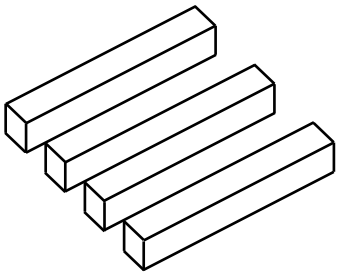


Треугольник Пенроуза или трибар относится к семейству "невозможных" фигур – одному из видов оптических иллюзий.

На первый взгляд, фигура кажется проекцией обычного трехмерного объекта. Но при внимательном рассмотрении становятся видны противоречивые соединения элементов.

Создается иллюзия невозможности существования такой фигуры в трехмерном пространстве.





Необъяснимая фигура бливет или трезубец (слева) отображает две противоположные перспективы: сверху два бруска с прямоугольным поперечным сечением, снизу три цилиндрических стержня. Создается иллюзорное восприятие-впечатление, как три цилиндрических стержня превращаются в два бруска.

Подобным образом три бруска (справа) трансформируются в четыре.

Примечательно, но все "невозможные" фигуры можно воссоздать в реальном мире.

Нарисованные на бумаге формы являются проекциями трехмерных объектов.

Значит, можно создать такой трехмерный объект, который при проецировании на плоскость будет выглядеть "невозможным".

При взгляде на него из определенной точки он действительно будет выглядеть "невозможным", но при обзоре с любой другой точки эффект невозможности будет теряться.

Интуитивно допустимо провести параллели с моделью христианской троицы, когда априори невыполнимое состояние трансформируется в возможную и всецело осуществимую апостериорную форму. – Теория и практика оное допускают.

Однако вопрос веры остается главным.

Векторные модели.

Одной из первых векторных интерпретаций Троицы стала модель советского академика Б.В. Раушенбаха [7].

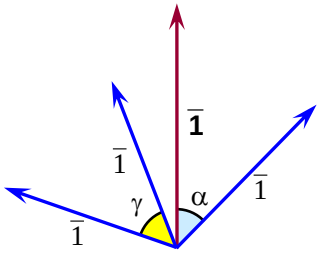
Замечательная идея. С допустимым описательно-логическим повествованием.

Однако реализация не проработана до конца и в своей основе противоречива.

Так, в математическом аспекте, а именно таковой представлена модель, имеет безусловный недостаток: в ортогональной системе декартовых координат длина суммарного вектора в $\sqrt{3}$ раз больше каждого из трех единичных ортов, что противоречит обще-тринитарной концепции.

В этом контексте сложение ортогонально-единичных векторов, дающих в сумме вектор $\sqrt{3}$, мало чем выделяется на фоне тривиального суммирования $1+1+1=3$ или более убедительного арифметического умножения $1\times1\times1=1$, что подробно рассмотрено в наших работах [8, 9].

В статье [8] также описана правильная трехгранная пирамида с тремя единичными боковыми ребрами-векторами и высотой "одна треть", что приводит к единичной сумме данных векторов. Для лучшей визуализации пирамиду можно поставить на вершину. Тогда три "раскидистых" единичных вектора становятся подосновой их единичной суммы, устремляющейся вертикально вверх (рис. 2).



$$\bar{\mathbf{1}} = \bar{1} + \bar{1} + \bar{1}$$

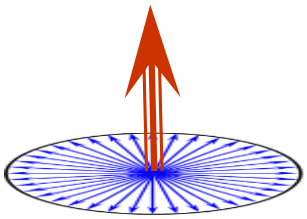
$$\alpha = \arccos\frac{1}{3} \approx 70{,}5^{o}$$

$$\gamma = 2\cdot\arccos\frac{1}{\sqrt{3}} \approx 109{,}5^{o}$$

Рис. 2. Векторная модель троично-единичной структуризации:
«один в трех и три в одном»

По сути, перед нами векторно-геометрическая модель троично-единичной структуризации: «один в трех и три в одном».

Можно пойти ещё дальше и показать, как в общем случае сумма единичных боковых рёбер-векторов, правильной n-гранной пирамиды равна по модулю её высоте, увеличенной в n раз. В частности, каждая пара векторов, концы которых зеркально симметричны относительно центра в основании пирамиды, дает в сумме вектор, равный по абсолютной величине $2h$ и проходящий через этот центр.



Так синтезируется обобщённая n-нитарная пирамидальная модель с высотой $1/n$.

Причём в обычном трёхмерном пространстве.

При $n\to\infty$ модель вырождается в конус ~ нулевой высоты, то есть круг. В нём находится счетное множество единичных векторов, сумма которых равна единичному вектору.

Так мы приходим к ∞-нитарной описательной модели Бога:

абсолют (1) равен сумме всех своих единичных сущностей

$$\overline{1} + \overline{1} + \overline{1} + ... = \overline{1}\,.$$

Это человек в своих исканиях-мудрствованиях сгруппировал абсолют вокруг трех ипостасей, заменив сложное понятие "много" упрощенным свойством числа "три".

Вера многолика: «Кто верит в Магомета, кто – в Аллаха, кто – в Иисуса. Кто ни во что не верит – даже в черта, назло всем...» (В.Высоцкий, 1969).

Система верований политеизма основана на вере в пантеон божеств.

В буддизме вообще отрицается учение о личностном Боге.

Но, несмотря на разнообразие верований и множество религий, цивилизация не коллапсирует и мир не рушится.

Божественная сущность в своем проявлении близка к абстрактному понятию бесконечности. В единовременно-одномоментной и единичной абсолютности.

С другой стороны, в мире материальном бог подобен нулю. Невидимый, неосязаемый. Начало и точка отсчета всего. Одновременно Бог – это единица, как абсолют и выражение всеобщей мировой целостности. Отсюда рождается неортодоксальная символическая "формула Бога" [10, 11] в виде метафоричного по внешнему виду тождества "0 ≡ 1".

Оно свободно интерпретируется отношением двух фундаментальных чисел с их глубоко-объемлющим содержанием.

Для ревностных адептов строгих формулировок, можно видоизменить на эквивалентные равенства с факториалом 0! = 1 или степенями $1^0 = 1$, $0^1 = 0$. Не столь важно. Главное здесь – объединение нуля и единицы в единую конструкцию.

Любопытно, что для сколь угодно малого числа $+0 = 0{,}0\ldots01$: $0^{+0} = 1$, $(+0)^0 = 0$.

То есть ноль в нулевой степени становится суперпозицией двух булевых или квантовых состояний.

В алгебре и комбинаторике обычно определяют $0^0 = 1$. Например, в биномиальном разложении, при оценке полиномов, в кольцах степенных рядов и т.п.

В математическом анализе выражение считается неопределенным. Языки программирования также имеют различные способы обработки этого выражения.

Неосуществленная золотая триада.

Парадоксальная формула троичности "1 ≡ 3" – сама по себе сильная онтологическая модель и/или концептуальная схема в тринитарных координатах, получившая наибольшее проявление в христианстве.

Итальянский математик, монах-католик Лука Пачоли в книге «О божественной пропорции» (1509) распространил её на золотую пропорцию (в современной терминологии), которую назвал божественной.

Патетический образ–эпитет. Восторженная аллегория. Личностное благолепие перед религиозно-тринитарным структурированием.

Но, по сути, изощрение в словесности эпического жанра, с изложением утверждений-предложений из евклидовых "Начал", написанных до него почти за 2000 лет.

В подходе Пачоли меньшая часть геометрического отрезка олицетворяет бога-сына, большая часть – бога-отца, а весь отрезок – бога-духа святого.

Божественная квалификация-символика – знак трепетного отношения к замечательному аддитивно-двучленному образу, асимптотически связанному со знаменитыми числами Фибоначчи. Просто ещё не существовало другого подходящего материала-пластилина, из которого математик мог бы вылепить удобоваримую божественно-тринитарную символику [12].

В действительности золотая пропорция далека от тройственной божественности.

Принять её таковой можно лишь с большой натяжкой, ибо третий элемент равен сумме двух, что противоречит концепции трех лиц-ипостасей. Разве что, в индийском тримурти.

В транскрипции и созвучности элементов золотая пропорция здесь маловыразительна.

Целое делится всего лишь на две части. Причем большую и меньшую.

При этом само целое, так или иначе, выступает противовесом своим частям.

Их равнозначность или равноценность нарушается и только частично проявляется в соотношениях, образующих золотую пропорцию. То есть тройственная структура из трех равноправных предметов просматривается с трудом и недюжинным воображением.

Здесь больше подходит, и это будет правильно, модель тройственной конструкции – *три*боначчи, как естественное расширение золотой пропорции с разбиением целого на три аддитивные части $(a+b+c)$ в виде непрерывной (*continuo* – продолжающейся) пропорции:

$$\frac{\text{Целое}}{\text{большее}}=\frac{\text{большее}}{\text{среднее}}=\frac{\text{среднее}}{\text{меньшее}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{a+b+c}{c}=\frac{c}{b}=\frac{b}{a}=x\,.$$

Разделив числитель и знаменатель первого отношения на a, получаем кубическое уравнение

$$\frac{1+b/a+c/a}{c/a}=\frac{1+x+x^2}{x^2}=x \quad \to \quad x^3-x^2-x-1=0$$

с одним действительным корнем – константой трибоначчи t:

$$t=\left(x^3-x^2-x-1\right)_1=\frac{1}{3}\left(1+r+\frac{4}{r}\right)\approx 1{,}8393\,; \qquad r=\sqrt[3]{\left(19+3\sqrt{33}\right)}.$$

Без потери общности примем единичный отрезок $a+b+c=1$, тогда

$$(a,\,b,\,c)=\left(t^{-3},\,t^{-2},\,t^{-1}\right)\approx(0{,}1607 \quad 0{,}2956 \quad 0{,}5437).$$

Константа трибоначчи t соответствует золотому сечению в трехчастном делении единичного отрезка, и через возвратное (разностное) уравнение

$$T_n=T_{n-1}+T_{n-2}+T_{n-3} \quad \Leftrightarrow \quad x^3=x^2+x+1$$

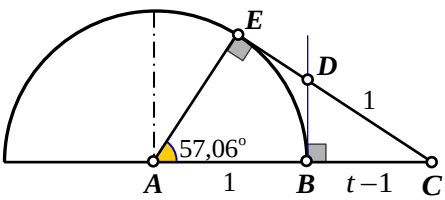
связана с последовательностью Трибоначчи T_n точно так, как константа золотого сечения $\Phi=\left(1+\sqrt{5}\right)/2\approx 1{,}618$ – с последовательностью Фибоначчи $F_n=F_{n-1}+F_{n-2}$:

$$t=\lim_{n\to\infty} T_n/T_{n-1}\,, \qquad \Phi=\lim_{n\to\infty} F_n/F_{n-1}\,.$$

При выборе начальных условий $(F_0,\,F_1)=(0,\,1)$ и $(T_0,\,T_1,\,T_2)=(0,\,0,\,1)$ эти последовательности называют соответственно просто числами Фибоначчи и трибоначчи.

Константа трибоначчи удовлетворяет эквивалентным тождествам:

$$(t+1)(t-1)^2=t+t^{-3}=\frac{(t-1)\left(t^2+1\right)}{t}=2\,.$$



Константа трибоначчи не имеет простого геометрического построения, но её можно связать с корнем кубического уравнения.

Строим полуокружность радиусом r = 1. Из точки B восстанавливаем перпендикуляр.

Проводим (де-факто подбираем) касательную EC такую, чтобы $CD = r = 1$. Тогда отрезок BC численно равен $t-1\approx 0{,}8393$.

Константа трибоначчи играет важную роль при описании метрических свойств и углов архимедова тела – плосконосого (курносого) куба, имеющего 32 треугольных и 6 квадратных граней (что роднит его с обычным кубом), 24 вершины.

К каждой стороне квадрата примыкает треугольная грань, поэтому квадрат выглядит окруженным треугольниками. Кеплер впервые назвал его на латыни как *cubus simus* (Harmonices Mundi, 1619).

Куб является хиральным, то есть не совместим со своей идеальной зеркальной копией, и существует в двух разных зеркально-симметричных вариантах – правом и левом.

Вокруг курносого куба можно описать сферу, но вписать в него сферу, касающуюся всех граней, невозможно.

"Левый" курносый куб можно разместить в декартовой системе координат так, чтобы координаты 12 вершин были всевозможными четными перестановками тех троек чисел $\left(\pm t,\ 1,\ \pm t^{-1}\right)$, среди которых четное число отрицательных. Координаты остальных 12 вершин – всевозможными нечетными перестановками тех троек, среди которых нечетное число отрицательных. Начало координат при этом – центр описанной сферы.

Триединые золотые структуры: один в трех и три в одном.

В литературе золотая пропорция часто аллегорически ассоциируется как секрет Вселенной, золотой ключ к Космосу, природный путь наименьшего сопротивления и максимальной эффективности, драгоценный камень, великая модель жизни и роста.

Сама пропорция практически не встраивается в триадную модель, но может становиться основой иных алгебраических форм-образований: в проекции трех частей [1], на множестве аддитивных пропорциональных частей [13] и т.п.

Числа Фибоначчи с образующим уравнением рекурсии $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$ также слабо вписываются в триадную модель, несмотря на наличие трех взаимосвязанных величин, поскольку условно целое F_{n+1} состоит только из двух частей, в отличие от чисел трибоначчи.

К слову, числа Фибоначчи имеют много практических применений в области математики, науки и даже искусства. В математике они используются для решения проблем в теории чисел, геометрии и комбинаторике.

Андрей Ковалев высказал гипотезу [14], что Леонардо Пизанский (Фибоначчи) знал о приближении отношения его чисел к «делению в крайнем и среднем отношении». Однако об этом не сохранилось ни одного письменного документа. Первенство в обнаружении такой связи история математики отдает Кеплеру (1608), который определяет "божественную пропорцию" Пачоли через числа Фибоначчи.

Остается ещё геометрический подход...

Рассмотрим древний ортодоксальный догмат "три в одном и один в трех" как триединую структуру, состоящую из особенных золотых треугольников, истоки которых уходят в разные периоды прошлого.

Итак, **три** <золотых треугольника> **в одном** <чертеже> или **одна** <золотая константа> **в трех** <треугольниках разного вида>:

G_1 – золотой равнобедренный треугольник с отношением сторон $1 : \Phi$;

G_2 – золотой прямоугольный треугольник с отношением катетов $1 : \Phi$ или золотой прямоугольник с тем же отношением сторон;

G_3 – золотой прямоугольный треугольник Кеплера $c^2 = a^2 + b^2$ с геометрической пропорцией сторон $\frac{c}{b} = \frac{b}{a} = \sqrt{\Phi}$ или отношением меньшего катета к гипотенузе $1 : \Phi$.

***G*₁** – золотой равнобедренный треугольник с отношением сторон $1 : \Phi$.

Центральный угол правильного пятиугольника $360^o/5 = 72^o$ связан с золотым равнобедренным треугольником, в котором отношение боковых сторон к основанию равно константе золотого сечения Ф.

Сторона правильного пятиугольника a выражается через радиус описанной окружности R соотношением $a = R\sqrt{1+\phi^2}$. Если принять R = 1, то величина a равна гипотенузе прямоугольного треугольника ΔCDO с катетами 1 и ϕ (рис. 3).

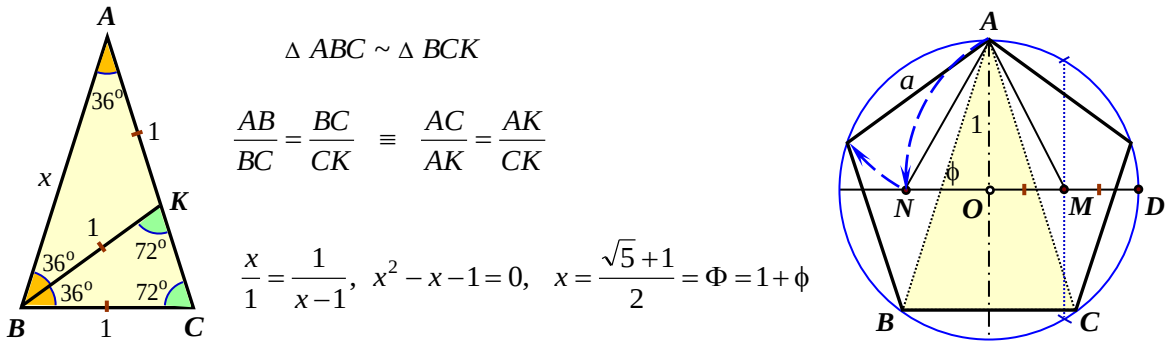
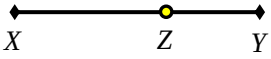


Рис. 3. От центрального угла $360^o/5 = 72^o$ к равнобедренному треугольнику и пентагону:
а) золотой равнобедренный треугольник с единичным основанием;
б) правильный пятиугольник, вписанный в окружность единичного радиуса

Отсюда простой способ построения пентагона: делим единичный радиус OD пополам в точке M и проводим дугу $\widehat{D}(M)$ радиусом $MD = \sqrt{5}/2$. Тогда $NO = \sqrt{5}/2 - 1/2 = \phi$ и $AN = \sqrt{1+\phi^2} = a$.

***G*₂** – <u>золотой прямоугольный треугольник с отношением катетов $1 : \Phi$</u>.

С целью упрощения записей введем операнд $Z = \boldsymbol{g}(XY)$ деления отрезка XY точкой Z в золотой (*gold*) пропорции $\dfrac{XY}{XZ} = \dfrac{XZ}{YZ} = \Phi$, больший отрезок XZ примыкает к точке X.



Для построения собственно золотого сечения базовой фигурой является квадрат, сторона которого без потери общности принимается равной 1, а основание делится пополам, или прямоугольный треугольник с катетами 1 и 1/2.

Классическое построение золотого сечения на основе прямоугольного треугольника с отношением катетов 1:2.

Ключевой фигурой, порождающей золотое сечение, является прямоугольный треугольник ΔABO с отношением катетов 1:2, а для золотого треугольника G_2 – модель золотого роста.

Формирование модели золотого роста. Построение метрических отрезков, длины которых равны золотым константам $\Phi = (\sqrt{5}+1)/2$ и $\phi = \Phi^{-1} = (\sqrt{5}-1)/2$, весьма простое. Причем $\phi^3 + 2 = \sqrt{5} = \phi + \Phi = 1 + 2\phi$.

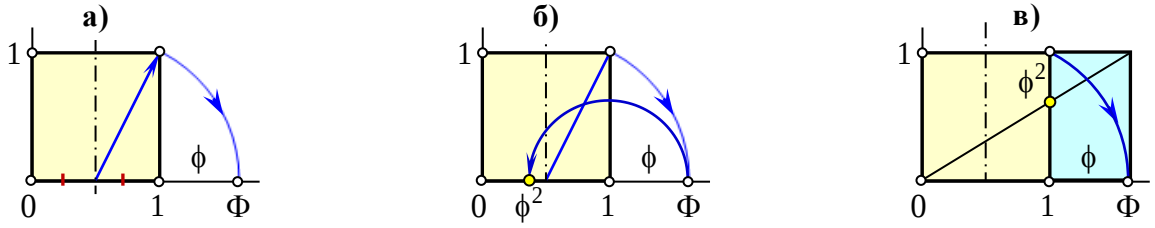
Один (!) поворот циркуля из середины стороны квадрата, и на одном рисунке сразу получаем две константы ϕ, Φ (рис. 4-а).

Диагональ половины квадрата 1×1 равна $\sqrt{5}/2$. Число $\Phi = 1/2 + \sqrt{5}/2$ – по построению, как сумма двух отрезков. Приращение Δ к стороне квадрата составляет $\Delta = \Phi - 1 = -1/2 + \sqrt{5}/2 = \phi$, а число ϕ как разность двух отрезков $\sqrt{5}/2$ и $1/2$. Более того, все три числа 1, ϕ, Φ последовательно выстраиваются на одной вещественной оси.

Модель золотого роста $\frac{1+\Delta}{1}=\frac{1}{\Delta}$ (не деления!) – наипростейшая в своем геометрическом построении-представлении.

Модель отвечает принципу минимальной сложности и одновременно представляет три константы 1, ϕ, Ф . Поэтому является достоверно правильной.

Никакого пресловутого сечения, хотя и с золотым окрасом. Но есть золотая пропорция. Как равенство двух отношений. Безотносительно к геометрическим построениям, и тем более к делению. При делении единичного отрезка мы не видим Ф , только наблюдаем ϕ .



Формирование золотых констант 1, ϕ, Ф

Золотое деление единичного отрезка

Золотой прямоугольник

Рис. 4. Модель золотого роста

Если нужно разделить золотым сечением геометрический отрезок, наделенный свойством целого и условно принятый за единицу, то достаточно выполнить дополнительный поворот циркуля (рис. 4-б). То есть ЗС является вторичным сопутствующим результатом модели золотого роста.

Сам термин "ЗС" в обиходе желательно максимально ограничить и переходить на более правильное понимание-представление золотой пропорции и/или золотого отношения.

Получаем также золотой прямоугольник (рис. 4-в), который при последовательном выделении в нем квадратов воссоздает центр золотой спирали. Здесь же золотая линия – диагональ прямоугольника $1\times\Phi$, которая делит его на два треугольника G_2, а вертикальную сторону квадрата в золотой пропорции.

***G*з** – золотой прямоугольный треугольник Кеплера.

Треугольник Кеплера – прямоугольный треугольник, у которого длины сторон составляют геометрическую прогрессию.

Имеем теорему Пифагора $c^2=a^2+b^2$ и пропорцию $c/b=b/a \leftrightarrow b=\sqrt{ac}$ с неограниченным множеством фактических реализаций.

Для вычерчивания конкретного треугольника принимается дополнительное третье условие относительно фиксации сторон.

Третьим условием может быть, например:

– задание любой стороны, обычно = 1 (без потери общности рассуждений) или другое произвольное вещественное число;

– численное принятие равенства гипотенузы сумме катетов, произведению катетов (что равносильно выбору единичной меры в виде высоты h = 1) и т.п.

Это не столь принципиально, ибо любая геометрическая фигура продолжает оставаться по определению "золотым" треугольником Кеплера (рис. 5) с его характерными исполнениями относительно числовых значений сторон (табл. 1).

"Троица" золотых треугольников представлена на рис. 6, где для сравнения отображены и другие специфичные фигуры.

Дополнительные сведения приведены в приложениях 1 и 2.

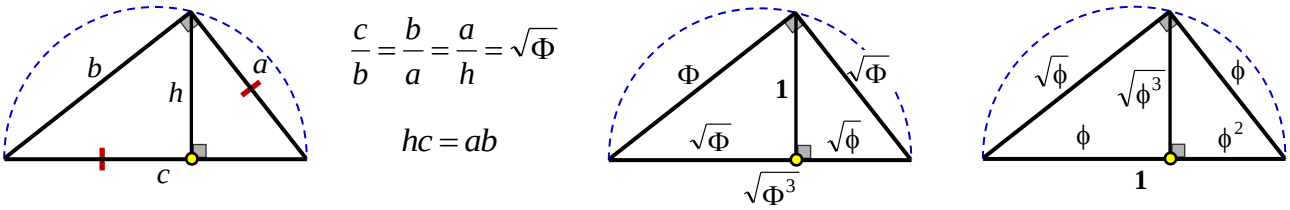


Рис. 5. Золотой прямоугольный треугольник Кеплера G_3

Таблица 1

Характерные параметры золотого треугольника Кеплера

№ п/п	Высота h и стороны треугольника				Численные отношения		
	h	***a***	***b***	***c***	площадь	дополнительные связи	
1	$\sqrt{\phi^3}$	ϕ	$\sqrt{\phi}$	**1**	$h/2$	$h=ab$	$a=b^2$
2	ϕ	$\sqrt{\phi}$	**1**	$\sqrt{\Phi}$	$a/2$	$h=a^2$	$b=ac$
3	$\sqrt{\phi}$	**1**	$\sqrt{\Phi}$	Φ	$b/2$	$c=b^2$	$a=hb$
4	**1**	$\sqrt{\Phi}$	Φ	$\sqrt{\Phi^3}$	$c/2$	$c=ab$	$b=a^2$
5	$\sqrt{\Phi}$	Φ	$\sqrt{\Phi^3}$	Φ^2		$c=hb$	$c=a^2$
6	Φ	$\sqrt{\Phi^3}$	Φ^2	$\sqrt{\Phi^5}$		$c=ha$	$b=h^2$

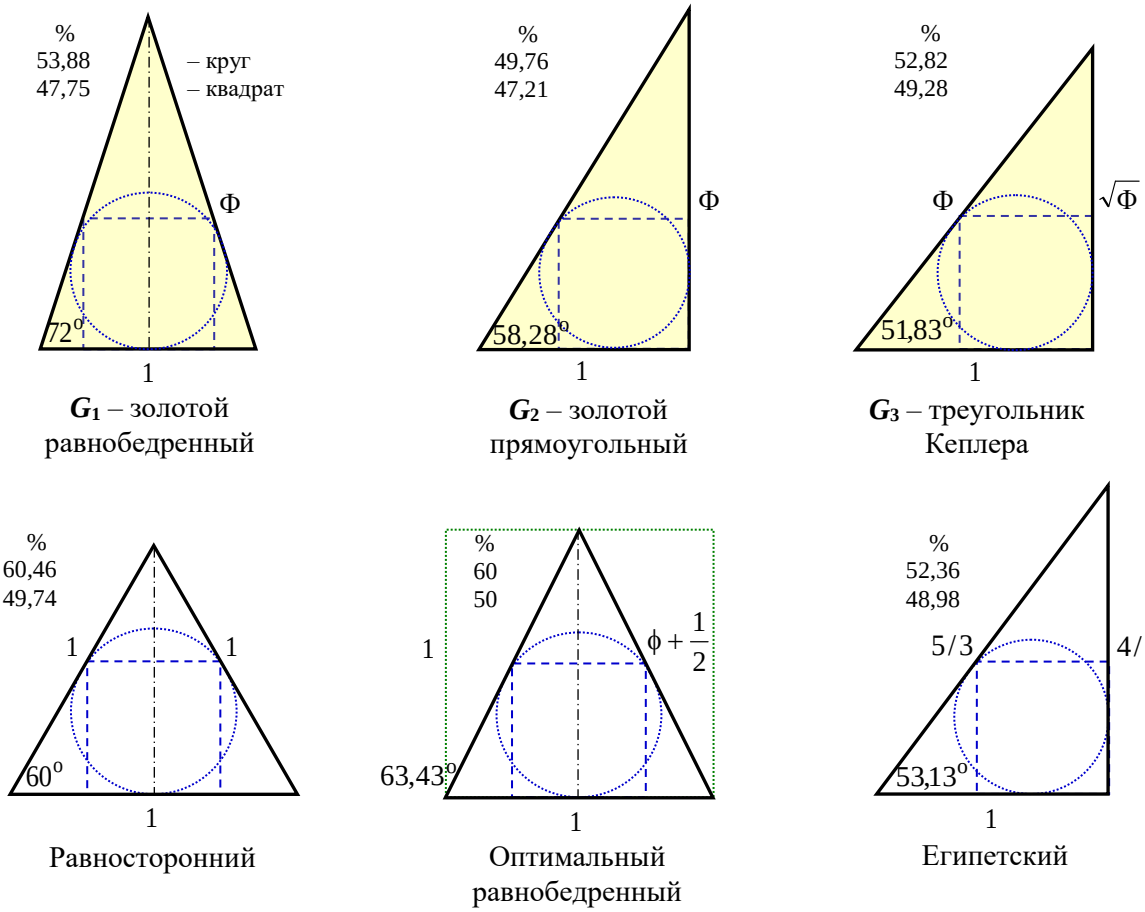


Рис. 6. Треугольники, приведенные в одном масштабе к площади $S = 1$,
с вписанными окружностями и квадратами, площади которых даны в процентах от S

Предтеча геометрической троицы-триады.

Триада больше сопоставляет, соединяет и сращивает, чем противопоставляет, расщепляет или отталкивает [15, с. 25].

В холистической системе триада составляет структуру, в которой целое доминирует и предшествует своим частям. Согласно онтологическому принципу холизма, целое всегда есть нечто большее, чем простая сумма его частей.

Холизму противостоит редукционизм, в котором единое разделяется на части, понимаемые более первичными, предшествующими целому.

Оба эти подхода дополняют друг друга в процессе познания мироздания [16, с. 23].

В работах [17, 18] рассмотрено бесконечное множество треугольников, которые образуют четко выраженную геометрически-треугольную последовательность и названы фибоначчиевым рядом золотых треугольников Кеплера, – по принципу формирования двучленно-аддитивных числовых последовательностей Фибоначчи.

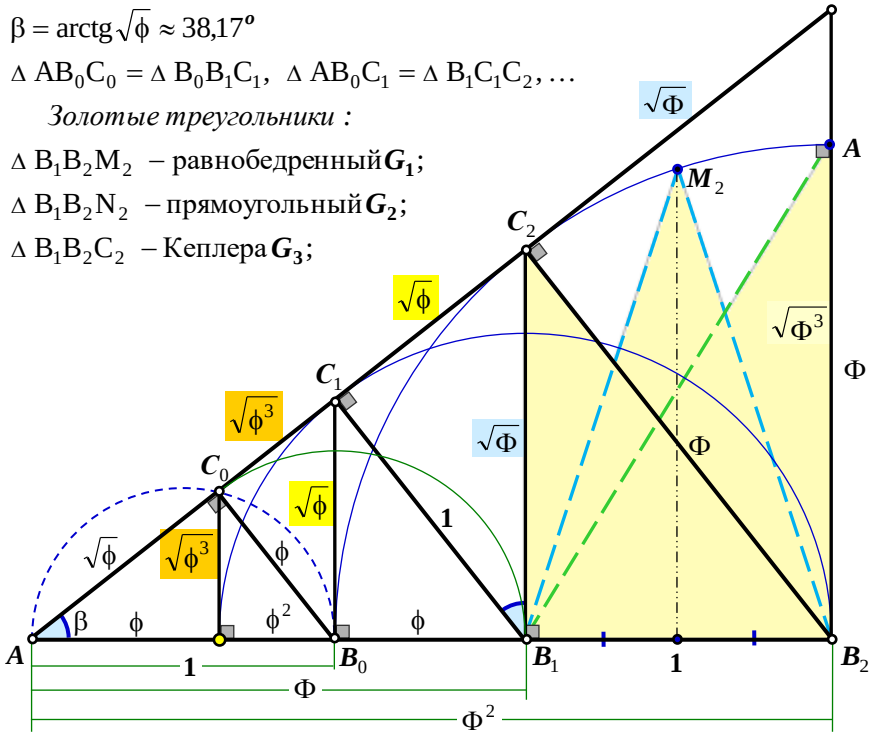


Рис. 7. Фрагмент фибоначчиевого ряда золотых треугольников Кеплера, как предтеча геометрической троицы-триады и модели «три в одном»

Замечательная особенность данного ряда – фрактальность и самоподобие!

Любая ограниченная последовательность треугольников одинаково проявляется и повторяется в большом и малом измерении, начиная с любого места ряда.

В то же время каждая в отдельности фигура неповторима в своих геометрических размерах и формульных соотношениях между параметрами (см. табл. 1).

Более того. Если по мере увеличения чисел Фибоначчи их отношение с каждым шагом всё больше и больше приближается к золотой константе Ф, но никогда её не достигает, только в пределе. То фибоначчиевый ряд золотых треугольников Кеплера в данном контексте выглядит полнее и совершеннее: отношение площадей любой пары соседних треугольников всегда и строго равно золотой константе Ф.

Подобно тому, как библейский персонаж Иоанн Креститель предвозвещал пришествие Иисуса Христа, так и рисунок 7 является предвестником объединенной триады золотых треугольников G_1. G_2, G_3.

Частные геометрические структуры троицы-триады

1) Фибоначчиевый ряд золотых треугольников Кеплера дает первую диаграмму «три в одном» с подходящим названием – "*трезубец*" (рис. 8).

Основой построения служит квадрат. Исходной является модель золотого роста: построение золотого прямоугольника 1×Ф и/или золотого треугольника ABN (G_2) путем деления стороны квадрата 1×1 пополам и проведения дуги радиусом $\sqrt{1+(1/2)^2}$.

Далее очерчивается дуга окружности $\overset{\frown}{N}(B)$, которая при последовательном пересечении вертикальной оси симметрии и боковой стороны золотого прямоугольника образует треугольники ABM (G_1) и ABD (G_3).

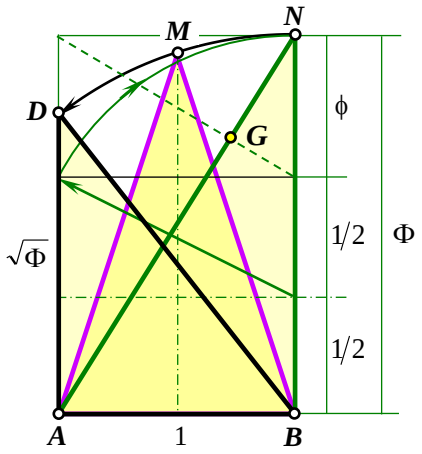


Рис. 8. Диаграмма «три в одном» или "*трезубец*" замечательных треугольников с константой золотого сечения и общей единичной стороной $AB = 1$ (в порядке построения):

ΔABN (катеты – 1, Ф) – золотой прямоугольный треугольник $\boldsymbol{G_2}$;

ΔABM (стороны – 1, Ф) – золотой равнобедренный треугольник $\boldsymbol{G_1}$;

ΔABD (меньший катет и гипотенуза – 1, Ф) – одна из реализаций треугольника Кеплера $\boldsymbol{G_3}$;

G – начальная точка (центр) золотой логарифмической спирали с коэффициентом роста Φ^4.

2) Без потери общности примем длины катетов 1 и $1/2$ (ΔABO на рис. 9).

Построим дугу окружности $\overset{\frown}{B}(O)$ с центром в точке O радиусом $BO = 1/2$, которая пересекает гипотенузу $AO = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ и её продолжение в точках D и F. Тогда $AF = \dfrac{\sqrt{5}}{2} + \dfrac{1}{2} = \Phi$ – константа золотого сечения, $AD = \dfrac{\sqrt{5}}{2} - \dfrac{1}{2} = \phi = \Phi^{-1}$, $D = \boldsymbol{g}(FA)$ – золотое сечение.

Проведем дуги $\overset{\frown}{D}(A)$, $\overset{\frown}{F}(A)$ и $\overset{\frown}{A}(D)$ так, что $AD' = AD = DH = \phi$, $AF = AF = \Phi$.

Из точки H восстанавливаем перпендикуляр $EH \perp DF$ до пересечения с окружностью.

Проводим дугу $\overset{\frown}{M}(A)$ до пересечения с серединным перпендикуляром к отрезку AD'.

Строим касательную AC к окружности до пересечения с продолжением отрезка OB в точке C.

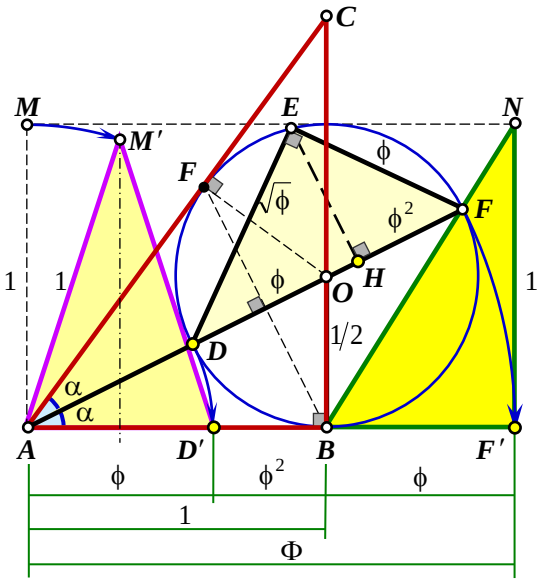
Для единичного отрезка $AB = 1$, тангенс угла $\operatorname{tg}\alpha = 1/2$.

Согласно формуле тангенса двойного угла $CB = \operatorname{tg} 2\alpha = \dfrac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha} = \dfrac{1}{1-1/4} = \dfrac{4}{3}$.

По теореме Пифагора $AC = \sqrt{1+(4/3)^2} = 5/3$.

То есть треугольник ABC со сторонами $(3,4,5)/3$ – уменьшенный в три раза египетский треугольник, целочисленные стороны которого образуют наипростейшую пифагорову тройку $3^2+4^2=5^2$.

Итак, имеем вторую диаграмму «три в одном» с условным названием – "*тримаран*".



$\Delta\, ABC \sim \Delta\, CFO$

$x = CB$

$\frac{x}{1} = \frac{\sqrt{(x-1/2)^2 - 1/4}}{1/4} = \frac{4}{3}$

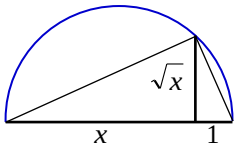
Рис. 9. Структурирование замечательных треугольников с константой золотого сечения, как репрезентация идеи «три в одном», или "*тримаран*":

1. $\Delta\, AMD'$ (стороны – $\phi, 1$) – золотой равнобедренный треугольник;
2. $\Delta\, BNF'$ (катеты – $\phi, 1$) – золотой прямоугольный треугольник;
3. $\Delta\, DEF$ (меньший катет и гипотенуза – $\phi, 1$) – одна из реализаций треугольника Кеплера;

$\Delta\, ABO$ (катеты 1, 1/2) – основа построения золотой пропорции;
$\Delta\, ABC$ (катеты 1, 4/3) – уменьшенный в три раза египетский треугольник

Конструкция дополнена уменьшенным в три раза древнейшим египетским треугольником. Сам по себе он не содержит золотое отношение, но тесно связан с золотым сечением на биссектрисе его острого угла $D = \boldsymbol{g}(FA)$ в точках пересечения с вписанной в этот угол окружностью, а также совмещает в себе прямой угол и метрические соотношения на основе простейших целых чисел.

Согласно древнеегипетскому мифу, геометрия египетского треугольника олицетворяет центральную троицу богов: Исида, Осирис и их сын Гор.



3) Гипотенуза египетского треугольника равна 5.

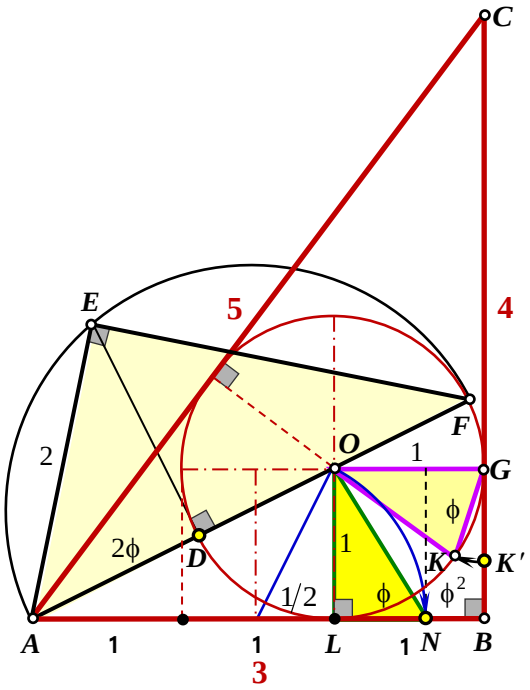
Корень из пяти извлекается геометрически путем "пристройки" единичного отрезка, проведения полуокружности и восстановления перпендикуляра. Оперируя числами 1 и $\sqrt{5}$, строятся все золотые треугольники.

Можно взять за основу непосредственно египетский треугольник и вписать в него окружность. Её центр O лежит на биссектрисе угла и отстоит от катетов на 1 (рис. 10).

То есть $OLBG$ – единичный квадрат, как подоснова построения ЗС и в целом видоизмененной модификации золотой модели «три в одном».

Все треугольники приведены в едином масштабе.

Подобным образом воссоздается золотая модель «три в одном» на основе золотого прямоугольника $ABCD$ (рис. 11). Построения несложные, снабжены численными значениями метрических величин и особых пояснений не требуют.



$FA = 2\phi + 2 = 2\Phi$

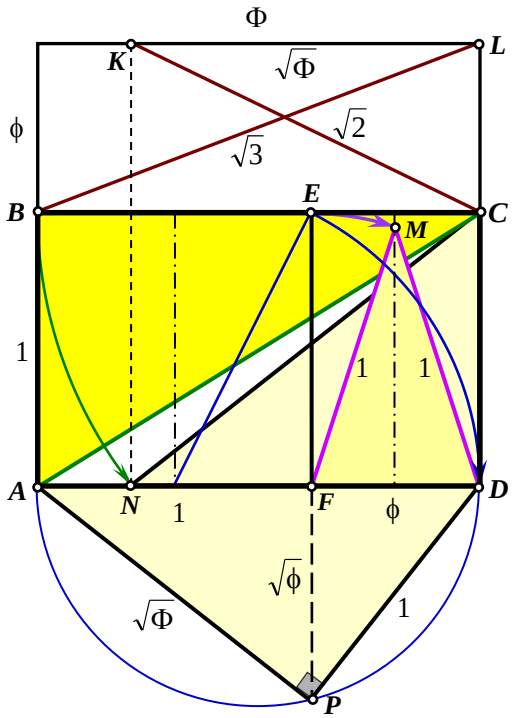
$D = \boldsymbol{g}(FA)$

$N = \boldsymbol{g}(LB)$

$K' = \boldsymbol{g}(GB)$

Рис. 10. Золотая модель «три в одном»
на основе египетского треугольника $\Delta\, ABC$ – (3, 4, 5):

1. $\Delta\, OKG$ (стороны – $\phi, 1$) – золотой равнобедренный треугольник;
2. $\Delta\, OLN$ (катеты – $\phi, 1$) – золотой прямоугольный треугольник;
3. $\Delta\, AEF$ (меньший катет и гипотенуза – $2,\ 2\Phi$) – треугольник Кеплера



$KL = ND = \sqrt{\Phi^2 - 1} = \sqrt{\Phi}$

$KC = \sqrt{\phi^2 + \Phi} = \sqrt{2}$

$BL = \sqrt{\phi^2 + \Phi^2} = \sqrt{3}$

$F = \boldsymbol{g}(AD)$

Рис. 11. Золотая модель «три в одном»
на основе золотого прямоугольника $ABCD$ размером $1 \times \Phi$:

1. $\Delta\, FMD$ (стороны – $1, \phi$) – золотой равнобедренный треугольник;
2. $\Delta\, ABC$ (катеты – $1, \Phi$) – золотой прямоугольный треугольник;
3. $\Delta\, ADP = \Delta\, CND$ (меньший катет и гипотенуза – $1, \Phi$) – треугольник Кеплера

Выводы.

1. Лука Пачоли назвал (1509) золотую пропорцию (в современной терминологии) божественной. Хотя модель далека от христианской Троицы, ибо тройственная структура из трех равноправных элементов не просматривается, поскольку целое делится всего лишь на две части, причем большую и меньшую.

2. В данной работе рассмотрен ряд исторических символов-триад, отражающих единение трех составных частей, и предложены геометрические модели, в которых слились в триедино три геометрических "артефакта", имеющих математическое и символическое содержание: равнобедренный и два прямоугольных золотых треугольника.

3. Наиболее предпочтительной является базовая модель-диаграмма «один в трех и три в одном» с условным названием "*трезубец*", ввиду простоты построения и наглядности.

Приложение 1.

Особенности кеплеровской пропорции.

Знаменатель геометрической прогрессии сторон в треугольнике Кеплера равен $\sqrt{\Phi}$.

Квадраты сторон составляют прогрессию со знаменателем Φ или $\phi = \Phi^{-1}$.

Приняв для определенности без потери общности единичную гипотенузу c = 1, получаем:

$$\frac{c}{b}=\frac{b}{a},\quad c^2=a^2+b^2,\quad c=1\ \Rightarrow\ 1=a^2+a,\quad a=\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\phi,\quad b=\sqrt{\phi}\,.$$

Длины сторон $\phi:\sqrt{\phi}:1$ являются соответственно среднеарифметическим $A=\frac{r+s}{2}$, среднегеометрическим $G=\sqrt{rs}$ и среднегармоническим $H=\frac{2rs}{r+s}$ значениями двух величин $(r,s)=\left(\phi^2,\Phi\right)$.

Верно и обратное утверждение: для положительных вещественных чисел r и s их средние (A, G, H) становятся длинами сторон прямоугольного треугольника тогда и только тогда, когда треугольник является треугольником Кеплера [19].

Заметим, что высота в любом прямоугольном треугольнике, опущенная из прямого угла на гипотенузу, – среднее геометрическое двух её сегментов.

В одном из писем своему учителю, профессору Михаэлю Мёстлину, Кеплер писал: «Если на линии, которая разделен в крайнем и среднем отношении, построить прямоугольный треугольник таким образом, что прямой угол будет находиться в точке раздела, то меньшая сторона будет равняться большему сегменту разделенной линии».

Частную модификацию прямоугольного треугольника Кеплера с единичной высотой h (из прямого угла на гипотенузу) и сторонами

$$(h,\ a,\ b,\ c)=\left(1,\sqrt{\Phi},\ \Phi,\ \sqrt{\Phi^3}\right)=\left(\sqrt{\Phi^0},\sqrt{\Phi^1},\ \sqrt{\Phi^2},\ \sqrt{\Phi^3}\right)$$

один автор именует мета-треугольником и/или сакральным треугольником именем себя, как математический символ и образ гармонии Троицы [20]. Скорее, как характерный пример терминологического вольнодумства.

Вольному – воля. Именно таково одно из прочтений стилизованного тризуба – золотого символа на синем поле, представляющего государственный герб Украины.

Из формулы для площади прямоугольного треугольника $hc=ab$ следует: $h=1\ \Rightarrow\ c=ab$, то есть гипотенуза численно равна произведению катетов, а её квадрат – сумме квадратов катетов.

В работе [20] также отмечается: «Автор изобрел свой алгоритм геометрического построения данного числа (константы Ф, уточнение наше – С.Л.), исходя из знания древнего

принципа золотой пропорции триединства, где большая часть целого так относится к его средней части, как средняя часть – к меньшей части». – Довольно необычное положение!?

То есть некоторое целое (без потери общности условная единица $1=a+b+c$) делится автором на три части: меньшая – a, средняя – b и большая – c в пропорции $c/b=b/a$.

В результате имеем неразрешимую систему из двух уравнений с тремя неизвестными:

$$a+b+c=1 \text{ и } b^2=ac.$$

Необходимо третье соотношение. Таковым может быть добавление аналогичного отношения целого к его большей части с соответствующей составной пропорцией $x=1/c=c/b=b/a$. Но это модель трибоначчи $x^3-x^2-x-1=0$, которая никак не связана с золотой константой Ф.

Вероятно, речь идет о пропорции неравных сторон в прямоугольном треугольнике.

Тогда это четко оговаривается и вводится дополнительное пифагорово равенство $c^2=a^2+b^2$. Система становится разрешимой и приводит к золотому треугольнику Кеплера с единичным периметром:

$$c=\left(1+\phi+\sqrt{\phi}\right)^{-1}\approx 0{,}4159; \quad b=c\sqrt{\phi}\approx 0{,}3270; \quad a=c\phi\approx 0{,}2571.$$

В общем случае треугольник не обязательно должен быть прямоугольный, а третье условие определяется теоремой косинусов: $c^2=a^2+b^2-2ab\cos\gamma$, где γ – внутренний угол треугольника, лежащий напротив стороны c.

Пропорция $c/b=b/a$ или среднегеометрическое $b=\sqrt{ac}$ по-прежнему сохраняется, однако, решение системы становится более сложным, требует привлечение численных методов и не содержит константу золотого сечения.

И всё-таки прямой угол – великая вещь.

Более расширенные сведения о свойствах треугольника Кеплера можно найти в наших работах [17, 21, 22].

Приложение 2.

Константа золотого сечения в минимаксных оценках.

В статье [23] определены различные минимаксные оценки и параметры для треугольников, описанных вокруг полуокружности или окружности единичного радиуса.

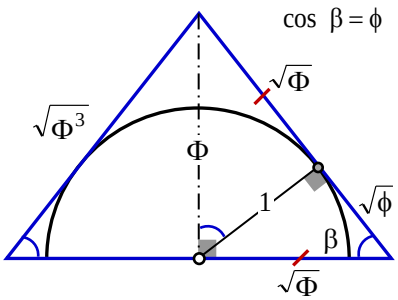
Основой экстремальных свойств является константа золотого сечения.

Равнобедренный треугольник описан вокруг полуокружности.

Равнобедренный треугольник, описанный вокруг полуокружности единичного радиуса, имеет минимальный периметр, если его высота равна константе золотого сечения Ф.

С увеличением угла β быстро растут боковые стороны и высота, с уменьшением угла – растет основание, но в обоих случаях полупериметр треугольника больше $p_{\min}=\sqrt{\Phi^5}$.

Высота, опущенная из прямого угла на гипотенузу, делит равнобедренный треугольник на два прямоугольных треугольников Кеплера $\left(\sqrt{\Phi},\ \Phi,\ \sqrt{\Phi^3}\right)$.



полупериметр $p_{\min}=\sqrt{\Phi^5}$

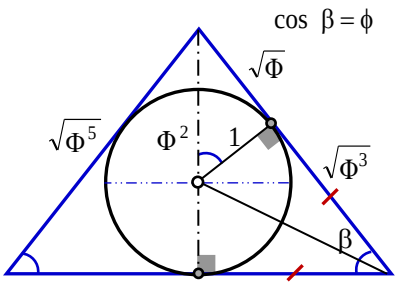
Геометрическая интерпретация величины $\sqrt{\Phi}$ следует, если положить $d = 2r = 1$:

квадратный корень из константы золотого сечения $\sqrt{\Phi}$ – длина основания равнобедренного треугольника с *наименьшим периметром*, который описывает полуокружность единичного диаметра [24].

Угол при основании равнобедренного треугольника наименьшего периметра, описанного около полуокружности

$\beta = \arccos\phi = \arcsin\sqrt{\phi} = \operatorname{arctg}\sqrt{\Phi} \approx 51{,}83^o$ – наименьший положительный корень уравнения $\sin x = \operatorname{ctg} x$.

Равнобедренный треугольник описан вокруг окружности.



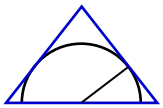
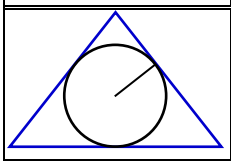
боковая сторона $b_{\min} = \sqrt{\Phi} + \sqrt{\Phi^3} = \sqrt{\Phi^5}$

Данный треугольник имеет *наименьшую боковую сторону* среди всех равнобедренных треугольников с вписанной окружностью единичного радиуса.

$\beta = \arccos\ \phi = \operatorname{arctg}\sqrt{\Phi} \approx 51{,}83^o$

$\alpha = \arccos\left(1-2\phi^2\right) = \arccos\left(2\phi-1\right) \approx 76{,}35^o$.

α – <полярный> угол при вершине конуса, который отсекает ϕ^2 часть полного телесного угла, то есть стягивает телесный угол $4\pi\phi^2$ стерадиан.

	β – угол	***b*** – боковая сторона	***p*** – полупериметр	***h*** – высота
	45^o	$\mathbf{min} = 2$	$2+\sqrt{2} \approx 3{,}414$	$\sqrt{2} \approx 1{,}414$
	$\arccos\phi \approx 51{,}83^o$	$\sqrt{\Phi^3} \approx 2{,}058$	$\mathbf{min} = \sqrt{\Phi^5} \approx 3{,}330$	$\Phi \approx 1{,}618$
	$\arccos\phi \approx 51{,}83^o$	$\mathbf{min} = \sqrt{\Phi^5} \approx 3{,}330$	$\sqrt{\Phi^7} \approx 5{,}388$	$\Phi^2 \approx 2{,}618$
	60^o	$2\sqrt{3} \approx 3{,}464$	$\mathbf{min} = 3\sqrt{3} \approx 5{,}196$	3

Литература:

1. Василенко С.Л. Модель золотого сечения в проекции трех частей // Научно-техническая б-ка SciTecLibrary. – 02.07.2014. – https://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/13907.html / Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 08.08.2014. – https://www.artmatlab.ru/articles.php?id=119&sm=2.

2. Мухаметханова М.Р. Религиозная утопия как феномен и понятие // Вестник ЛГУ им. А.С.Пушкина, 2013, № 3, 207-217.

3. Джемс В. Многообразие религиозного опыта: пер. с англ. – М.: "Русская Мысль", 1910. – https://psylib.org.ua/books/james01/index.htm.

4. Многоликая глобализация. Культурное разнообразие в современном мире / под ред. П. Бергера и С. Хантингтона; пер. с англ. – М.: Аспект-пресс, 2004. – 376 с.

5. Василенко С.Л. Динамические модели троичности. Часть 3. Кольца Борромео. Трезубец. Паркет. Правильные многоугольники. Феномен шестерки. Тринитарная символика. // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.25476, 02.06.2019. – https://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001g/00164049.htm.

6. Василенко С.Л. Динамические модели троичности. Часть 2. Триадная кривая Коха, сетка Аполлония, треугольники Вассера // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.25457, 22.05.2019. – https://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001g/00164041.htm.

7. Раушенбах Б.В. Логика троичности // Вопросы философии.– 1993. – № 3. – С. 63–70.

8. Василенко С.Л. Абстрактные модели троичной структуризации: формально-единичные конструкции // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17601, 31.07.2012. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0226/002a/02261112.htm.

9. Василенко С.Л. Формальные модели-имитации троичности // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 23876, 25.10.2017. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0226/002a/02261285.htm.

10. Василенко С.Л. Неортодоксальная метафорическая формула Бога и парадоксы веры

// АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 26837, 17.12.2020. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001h/00164571.htm.

11. Василенко С.Л. Эйдосы Лосева-Сахно, бесконечности и отрицательные числа в метафорической формуле Бога // АТ. – М.: Эл № 77-6567, публ. 26874, 01.01.2021. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001h/00164588.htm.

12. Василенко С.Л. Золотое сечение как проявление бесконечного в конечном. Часть 1. Теологический и математический подходы // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 28973, 14.05.2024. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001h/00165595.htm.

13. Василенко С.Л. Разбиение целого на множество аддитивных пропорциональных частей // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.22071, 06.05.2016. – https://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001e/00162943.htm.

14. Ковалев А.Н. О знании в XIII-XVI веках связи чисел Фибоначчи с золотым сечением, Матем. обр., 2019, выпуск 4, 63–75.

15. Баранцев Р.Г. Становление тринитарного мышления. – М.; Ижевск : Регуляр. и хаотич. динамика, 2005. – 123 с.

16. Владимиров Ю.С. Метафизика. – М.: Бином, Лаб. знаний, 2002. – 534 с.

17. Василенко С.Л. Треугольник Кеплера как объединитель теоремы Пифагора, золотого сечения и современных мифов // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 22385, 05.08.2016. – https://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001e/00163016.htm.

18. Василенко С.Л. Фибоначчиевый ряд золотых треугольников Кеплера // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 22546, 26.09.2016. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001e/00163062.htm.

19. Di Domenico Angelo. The golden ratio: the right triangle: and the arithmetic, geometric and harmonic means / The Mathematical Gazette, 2005 / 07 Vol. 89.

20. Сергиенко П.Я. Сакральный треугольник как математический образ гармонии святой троицы // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 28838, 17.02.2024. – https://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001h/00165520.htm.

21. Василенко С.Л. Золотой прямоугольник Кеплера: свойства, особенности и проявления // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 22410, 18.08.2016. – https://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001e/00163027.htm.

22. Василенко С.Л. От экстремальных свойств треугольника Кеплера и золотого конуса – к возможному проецированию на пирамиды Древнего Египта // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 22827, 16.12.2016. – https://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001e/00163163.htm.

23. Василенко С.Л. "Золотоносные" и другие замечательные свойства равнобедренных треугольников в задачах на экстремум: от Евклида до наших дней. Часть первая // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 28020, 12.08.2022. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001h/00165074.htm.

24. Duance W., DeTemple. The triangle of smallest perimeter which circumscribes a semicircle // The Fibonacci Quarterly, Vol. 30, No. 3 (1992), p. 274.

© ВаСиЛенко, 2025
Украина, Харьков

