DOI: 10.17725/rensit.2019.11.279

*Работа посвящена 150-летию Периодической системы Д.И.Менделеева*

# Числовое представление фракталов в физико-химии материаловедения

**[1]Изотов А.Д., [2]Маврикиди Ф.И.**

[1]Институт общей и неорганической химии им. Н.С.Курнакова РАН, http://igic.ras.ru/
Москва 119991, Российская Федерация

[2]Институт проблем нефти и газа РАН, http://www.ipng.ru/
Москва 119333, Российская Федерация

E-mail: izotov@igic.ras.ru, mavrikidi@mail.ru

*Поступила 05.11.2019, рецензирована 18.11.2019, принята 25.11.2019.*
*Представлена действительным членом РАЕН С.П. Губиным*

*Аннотация.* **В работе обосновывается перспективность модели числовой асимметрии фракталов, позволяющей с единой точки зрения охватить современные подходы к моделированию в химии и физике. Основу модели составляет синтез двух основных числовых систем математики – вещественных и p-адических чисел. Приводится физико-химическая интерпретация p-адических чисел, их свойств. Пространство физико-химии в модели получается гиперболическим. Делается заключение о необходимости учета двойственности в химии. В качестве основной иллюстрации приводится модель материи на основе двойственности Стоуна, которая формально представляет пару «вещество-свойства». Показано тождество нелинейных моделей атома и Вселенной, что служит обоснованием периодичности свойств, и согласуется с гиперболичностью пространства общей теории относительности. Теоретически обосновывается существование числа «золотого сечения» как единицы новой числовой модели. Показана естественная связь модели с квантовой механикой посредством квантовых чисел, извлекаемых из модели. Это открывает возможности синтеза и взаимодействия естественных наук, физики и математики, что, в перспективе, может служить моделью коэволюции природы и техники.**

*Ключевые слова*: **материаловедение, p-адические числа, числовая асимметрия, фракталы, «золотое сечение», двойственность химии, таблица Менделеева**

**PACS: 81.00.00; 05.45.Df; 02.10+p.**

*Для цитирования:* Изотов А.Д., Маврикиди Ф.И. Числовое представление фракталов в физико-химии материаловедения. *РЭНСИТ*, 2019, 11(3):279-290; DOI: 10.17725/rensit.2019.11.279.

*Paper is devoted to 150-year of Mendeleev's Periodic Table*

# Numerical representation of fractals in physical chemistry of material sciences

**Alexander D. Izotov**

Kurnakov Institute of General and Inorganic Chemistry, Russian Academy of Sciences, http://igic.ras.ru/
Moscow 119991, Russian Federation
izotov@igic.ras.ru

**Feodor I. Mavrikidi**

Oil and Gas Research Institute, Russian Academy of Sciences, http://www.ipng.ru/
Moscow 119333, Russian Federation
mavrikidi@mail.ru

*Received 05.11.2019, peer reviewed 18.11.2019, accepted 25.11.2019*

*Abstract.* **The paper substantiates the promise of the model of numerical asymmetry of fractals, which allows, from a single point of view, to cover modern approaches to modeling in chemistry**

**and physics. The basis of the model is the synthesis of two basic number systems of mathematics - real and p-adic numbers. A physical chemistry interpretation of p-adic numbers and their properties is given. The physical chemistry space of the model becomes hyperbolic. The conclusion is made about the need to take into account duality in chemistry. As an illustration serves a model of matter based on Stone duality, which formally represents a pair "substance-properties". The identity of nonlinear models of the atom and the Universe is shown, which serves as a justification for the periodicity of properties and is consistent with the hyperbolicity of the space of the general theory of relativity. The existence of the "golden section" number as a unit of a new number model is theoretically substantiated. The natural connection between the model and quantum mechanics by means of quantum numbers extracted from the model is shown. This opens up possibilities for the synthesis and interaction of the natural sciences, physics and mathematics, which, in the future, can serve as a model for the co-evolution of nature and technology.**

*Keywords*: **material science, fractals, p-adic numbers, number asymmetry, "golden section", duality of chemistry, Mendeleev's Periodic Table**

**PACS: 81.00.00; 05.45.Df; 02.10+p.**

*For citation:* Alexander D. Izotov, Feodor I. Mavrikidi. Numerical representation of fractals in physical chemistry material sciences. *RENSIT,* 2019, 11(3):279-290; DOI: 10.17725/rensit.2019.11.279.

**Содержание**

1. **Введение (280)**
2. **Фракталы и числа в химии (282)**
3. **Сведения о p-адических числах в физико-химической интерпретации (282)**
4. **Нелинейность химического пространства (286)**
5. **Заключение (288)**

**Литература (289)**

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Современное материаловедение является физико-химической наукой. При этом химия использует математику при посредничестве физики [1], что сильно обедняет специфику химической науки. Так, например, балансовые уравнения химических реакций ничего не говорят о самой сути качественных преобразований материи, моделируется только механическая его грань как единственно доступная. Поэтому все расчётные схемы вычисления параметров химических явлений, элементов, периодической системы, равно как и описания их линейным языком, эквивалентны и, в конечном итоге, механике. Поскольку физическая компонента материаловедения информационно насыщена, основное внимание в работе будет уделено химии, в которой понятие фрактальности также представлено физикой. Физическая сторона вопроса была освещена в работах авторов [2, 3] и других.

Линейность, присущая физико-математическим моделям, вообще инородна химии, поскольку очевидно, что все вещества являются бинарными образованиями, состоящими из материальных атомов/молекул, удерживаемых нематериальными/невидимыми полевыми связями. Поэтому для химии более адекватно понятие не атомно-молекулярного, а *сетевого* вещества, свойства которого в равной степени определяются как его материальной, так и нематериальной частью. Математика сетей, к тому же подверженных (химическим) преобразованиям, очень слабо разработана. В частности, на сетях не действуют, без искажения существа задачи, правила арифметики, которые, собственно, и вносят неучитываемую механистическую линейность в модель. Об этой проблеме стоит говорить отдельно, рамки статьи не позволяют развить аргументацию более полно.

Суммируя, проблема "сведения химии к физике" выглядит следующим образом. В химическом – качественном – преобразовании материи вещество участвует взаимодействием своего *бинарного внутреннего* пространства с внешними силами, явлениями, факторами. Внешнее становится внутренним и наоборот, граница тела становится условной. В то время как в физике внутреннее пространство тел не принимает никакого участия – граница абсолютна. В этом смысл нагрева и/или других

энергетических проникающих воздействий на тело, диспергирование и перемешивание веществ, вступающих в реакцию и т.п. Эти математические изъяны дополняются многими нерешёнными задачами нуклеосинтеза и теории элементарных частиц. Вопросы нуклеосинтеза тесно связаны с одной стороны с вопросами эволюции звёзд, с другой – со свойствами ядерных взаимодействий. [4]. Эта известная в естествознании проблема связи локального (атомы) с глобальным (вселенная) известна как проблема «части и целого». Здесь сходятся проблемы неопределённости понятий логического следования, истины и существования в противоречии. Для биологии, химии и других естественных наук этих общепризнанных понятий логики нет по сей день. К тому же двойственность и противоречивость в них являются (естественно)научными фактами. Эта незавершенность порождает противоречивую смысловую вариативность многих понятий и в итоге препятствует формированию целостной картины науки и завершенности модели хоть в каком-то приближении, когда истинность части означает согласованность с истиной целого. Например, как альтернатива, напрашивается испытание вместо традиционной абстракции отрыва абстракцией взаимопроникновения с её очевидным химическим смыслом.

В моделировании материаловедения основную трудность представляет его химическая часть, которую обычно пытаются свести к физике. За время существования и развития химии предпринимались многочисленные попытки её формализации путем придания её основному закону – периодической системе Д.И.Менделеева – математический вид путем обращения к различным разделам математики – геометрии, топологии, теории групп и т.п. [5-14]. Насколько известно авторам, ни один из подходов не дал плодотворного развития математических методов решения специфически химических (т.е. нематематических) проблем и задач. Как показала недавняя работа [15] форма Периодической системы меняется в зависимости от выбора свойств элементов, представляя собой гиперграф, в котором можно обнаружить различные виды периодичности и порядка. Иными словами, Периодическая система элементов является *системой* в смысле общей теории систем, т.е. является особым, отличным от физико-математических, но тесно связанным с другими науками, пространством. Отличие заключается в синтезе множества несводимых (т.е. взаимно отрицающих) друг к другу формальных языков, составляющих модель. Такие объекты лежат на пересечении всех естественных наук, являясь их общей частью, что вполне согласуется аналогичным положением химии.

Сегодня сформировалась линия отхода от стандартных моделей путем вовлечения в анализ гиперболической и фибоначчиевой геометрии, матричных структур [16-18]. В этом направлении своей общетеоретической глубиной выделяется работа [19], в которой анализ периодической системы напрямую связывается со свойствами чисел и самой общей из геометрий – проективной, т.е. фундамент химии связывается с фундаментальными понятиями математики, замкнутостью проективной плоскости как модели пространства и константой естествознания – числом золотого сечения. Поэтому фибоначчиева идея, тесно связанная с числом золотого сечения, представляется весьма перспективной. В целом можно сказать, что на сегодняшний день имеются многочисленные модельные результаты по таблице Менделеева, носящие разрозненный характер. Общая физико-математическая картина пока не видна.

В связи с этим имеет смысл обратить внимание на следующее обстоятельство. Химические элементы составляют таблицу как единое целое – *образ, т.е. гетерогенное, целостное в некотором смысле, образование*. Такие объекты не принадлежат области стандартной математики (если не считать таблицы, как вспомогательные средства численных методов). Напротив, для фрактальной геометрии природы *образы* типичны. Исследование, проведенное авторами, показало, что эмпирическим фракталам сопутствует *уже существующая* логически связная линия математических конструкций, позволяющая взглянуть на задачи материаловедения с новой точки зрения [2]. Она возникает при формализации идеи И.М. Тананаева считать размер частиц вещества, т.е. свойство делимости материи (очевидно и атомов – Авт.) отдельной

степенью свободы. Эта формализация вводит в арсенал моделирования *вторую фундаментальную числовую систему математики* – *p*-адические числа $Q_p$, которые формализуют эту степень свободы, расширяя тем самым возможности моделирования.

Целью настоящей работы является демонстрация того, что фракталы своим формальным аналогом – числовой асимметрией являются перспективным кандидатом на роль построения адекватных математических моделей физико-химического материаловедения. В качестве новых для теории фактов привлечены интерпретация p-адических чисел С.Уламом, физико-химическая их коннотация И.В. Тананаева, логико-лингвистическая идея А.Н.Паршина. Подробно эти факты изложены в [20]. Математическое моделирование теперь действует в расширенном числовом пространстве, позволяя усмотреть в нем химическое подпространство. Это и составляет содержание построений.

## 2. ФРАКТАЛЫ И ЧИСЛА В ХИМИИ

Таблица Менделеева как *образ* семантически двумерна – наряду с ростом массы элементов, т.е. их физических характеристик, она отражает изменение свойств – качественных, нефизических сущностей. Одной осью этой двухмерности является ось масс, или ось агрегации/делимости материи. Её можно назвать осью нуклеосинтеза. Второй осью является полевая ось – совокупности электронных оболочек, определяющая свойства элементов. Это ось окисления-восстановления. Эта семантическая двухмерность позволяет дополнить физические виды двойственности – корпускулярно-волнового, электро-магнитного и термодинамического дуализмов сопряжёнными парами, имеющими чисто химическую специфику, такими как «реакция-диффузия», «окисление-восстановление». Этим парам оппозиций соответствуют две основные числовые системы математики – вещественные *R* и *p*-адические числа $Q_p$ (здесь *p* – простое число). Поскольку эти числа являются основой новизны метода, здесь будут приведены необходимые сведения, снабженные физико-химической интерпретацией. (подробнее в [20, ч.1]).

## 3. СВЕДЕНИЯ О Р-АДИЧЕСКИХ ЧИСЛАХ В ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ.

Вещественные *R* и *p*-адические числа $Q_p$ *являются двумя основными числовыми системами математики.* Они одинаково представляются формальными степенными рядами по степеням основания, равного одному их простых чисел *p* = 2, 3, 5, …, 13,…41,…, (которые, однако, по сей день не имеют общепризнанной естественнонаучной интерпретации):

$$\begin{aligned} x &= a_{-n}p^{-n} + a_{-n+1}p^{-n+1} + \ldots + \\ &+ a_{-1}p^{-1} + a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \ldots + a_k p^k + \ldots = \\ &= \sum_{i=-n}^{\infty} a_i p^i, a_i \in A = \{0,1,2,...,p-1\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Точно так же одинакова позиционная запись обоих видов чисел:

$$x = a_{-n}a_{-n+1}\ldots a_0 a_1 \ldots a_k \ldots \quad (1^*)$$

Отсюда получаются измеряемые величины *двух видов* при помощи функций-метрик чисел, которые являются формальными функциональными аналогами универсальной пары процессов «*конвергенция-дивергенция*». Вещественные числа получаются из (1)-(1*) сложением (“нуклеосинтезом”) всех разрядов и тогда все цифры исчезают, *p*-адические – различением цифр (“расщеплением”) в позиционной записи. Величины (метрики) этих чисел имеют вид

$$x \in R, \ |x|_\infty = |x|, \quad \xi \in Z_2 \ |\xi|_2 = p^{-(-n)}. \quad (2)$$

Точнее, для *p*-адических чисел существуют две метрики – мультипликативная и аддитивная:

1. Аддитивная даёт координату на оси *n* делимости (*нуклеосинтеза*) материи. Её физическая интерпретация – энергия образования/распада частиц:

$$\begin{aligned} &\nu_p(\xi) = ord_p(\xi) = -n = -\ln|\xi|_p^\alpha \Rightarrow \\ &\Rightarrow \nu_p(\xi+\eta) \geq \min\left\{\nu_p(\xi) + \nu_p(\eta)\right\}. \end{aligned} \quad (2^*)$$

2. Мультипликативная даёт размер частиц при диспергировании, физически – их массу:

$$|\xi|_p^\alpha = p^{-\alpha \cdot n}, \quad \alpha > 0 \Rightarrow |\xi+\eta|_p^\alpha \leq \max\left\{|\xi|_p^\alpha, |\eta|_p^\alpha\right\}. \quad (2^{**})$$

Если не учитывать генезис, то на вещественной оси $|x|_\infty$ и $|\xi|_2$ неотличимы. Нетрудно проверить,

что эти две величины связаны гиперболическим отношением, известным как степенные законы, которое позволяет их различать по поведению:

$$\left| x \right|_{\infty} = c \cdot \left| x \right|_{2}^{-D}, \qquad (2^{***})$$

где D – фрактальная размерность.

Разложения (1)-(1*) имеют двойной смысл. При чтении справа налево или с обратной стороны листа они превращаются в правильную запись вещественных чисел. Иными словами два вида чисел связаны *отрицанием*. В предлагаемой модели (1)-(1*) числа рассматриваются частично как *p*-адические, частично как вещественные, т.е. с обеих сторон листа. Например, с $n > 0$ вправо разложение представляет собой *p*-адическое число, влево – вещественное.

Формы (1)-(1*) являются также числовым и бескоординатным прототипом *итеративной системы функций*, которая является основным генератором фракталов и перекрестком физики, языка, биологии и т.п., где она известна под видом иерархии. Её действие – делимость материи, декомпозируемость систем, различение и границы, нарушения связности. Впервые такую интерпретацию *p*-адических чисел в 1955 г. предложил С.Улам при исследовании мультипликативных процессов, возникающих в цепной реакции деления. Бесконечное деление приводит к нульмерным множествам или фракталам. Поэтому, как и фракталы, *p*-адические числа – повсюду. Нульмерные множества не имеют физических свойств, невидимы, являются числовыми кандидатами на роль полей различной природы – физических (электромагнитных, гравитационных, и т.п.), морфогенетических в биологии, различных лингвистических. Причем все эти разнородные поля сосуществуют в каждой точке физического пространства, т.е. *p*-адические числа *многомодальны*. В недавней работе [21] авторы приходят к выводу – «Существование минимальной длины в квантовой механике и максимальной скорости света являются артефактами архимедового базиса физики. Оба эти предположения не поддерживаются неархимедовой (т.е. *p*-адической – Авт.) физикой». Поэтому числовые системы математики составляют пару «материальное-идеальное». Идеальным, символьным, представлены свойства материалов, часто связанных с человеческим восприятием.

Геометрически вещественные и *p*-адические числа представляются двумя противоположно направленными деревьями. Эта зеркальная картина – числовая асимметрия $U = R \times Z_p$ представляет формальный аналог двумерной семантики химии, которая оказывается согласованной со всеми проявлениями двойственности в математике. Двойственность как существование в логическом отрицании становится одной из природных взаимосвязей и *математических операций*. Она сопрягает детерминизм со случайностью, силу притяжения с силой отталкивания, сжатие с расширением, энтропийные процессы неразрывны с энергетическими. В итоге получающиеся два дерева – вещественных и *p*-адических чисел являются условием существования одно другого, они связаны как *действительное и возможное, непрерывное и дискретное*. Их объединение даёт ещё один универсальный образ естественных систем – масштабно-инвариантную сеть, известную в материаловедении как атомно-молекулярная структура, разбиения Вороного и Делоне.

Порядок двух числовых систем взаимнообратный. Они реализуют *два вида причинности*, известные как *сжатие, агрегация, материализация и расширение, диссипация, дематериализация* – синонимы универсальной пары процессов, порождаемых универсальной парой сил *притяжения-отталкивания*. Тогда отрицание можно понимать как дополнительность – объединяются причинность, направление времени, топология, свойства членов оппозиций. Совмещение двух способов координатизации: физической и p-адической, даёт основание для адекватного учёта геометрии физико-химического-символического пространства – оно становится локально гиперболическим, глобально – проективным (проективной плоскостью). Формально:

$U = R \times Z_2, \quad u = x \cdot \xi, \; x \in R, \xi \in Z_2$ – пространство и представление числа;

$$P^2(R) = R^2 \bigcup P^1(R) \qquad (3)$$

геометрия проективная плоскость;

$R = inv\, Z_2 = \neg Z_2$ – «оси координат» $U$ (*inv* – инволюция, $\neg$ – отрицание).

Любое утверждение логики *P*, формулы,

уравнения, имеет смысл в обеих числовых системах:

$$R \leftarrow P \rightarrow Z_2, \qquad (3^*)$$

однако, с различными числовыми результатами. Это есть принцип переноса, включающий в себя принцип двойственности для решёток (сетей).

*p*-Адические числа имеют характер пространственно-геометрической числовой системы, поскольку её общепринятым изоморфом является итеративная система функций (*IFS – iterated function system*) – основной аппарат получения фрактальных образов самой разной формы. Это свойство позволяет охватить с единой точки зрения предложенные исследователями различные варианты образов таблицы Менделеева – спиральные, пирамидальные, несвязные, сетевые и т.д. [см. сайт *meta-synthesis.com*]. В этом случае компьютер, реализующий подобные соответствия, выступает как теоретический инструмент – оператор, специфичный для химической (и не только) науки, единственный, который способен сопрягать *строки* и *образы* [22], придавая им числовое содержание, используя *не*-линейный язык (см. выше). Иными словами, получив на экране монитора картину смеси двух/трех реагирующих веществ, различающихся цветом (см. **Рис. 1**), компьютер как оператор присваивает каждой микро-области соответствующего цвета некоторое число, превращая, таким образом, область реакции в числовое поле, с возможностью последующего применения аналитических/химических расчётных методов, включения движения, соприкосновения валентных орбит атомов и т.п.

*I Измерения: определимость "золотого сечения".* В пространстве числовой асимметрии $U = R \times Z_2$, состоящей из двух подпространств с различными топологиями математический способ измерения – аксиома Архимеда принимает необычный вид. Поскольку число в $U$ имеет вид $\|u\| = |x|_\infty \cdot |\xi|_2$, то его измерение состоит из измерений двух его сомножителей. Ввиду того, что p-адические числа являются инвариантами бесконечной делимости, в $U$ отсутствует определимая единица (так же как и в обычной математике единица неопределима). И аксиома Архимеда имеет двойной смысл – как аддитивный и как мультипликативный процесс. Причем записать её можно только рекурсивно, по смыслу «следующий результат равен сумме предыдущих и одновременно их произведению». Формально:

$$u_{n+2} = u_{n+1} + u_n \text{ и } u_{n+2} = u_{n+1} \times u_n. \qquad (4)$$

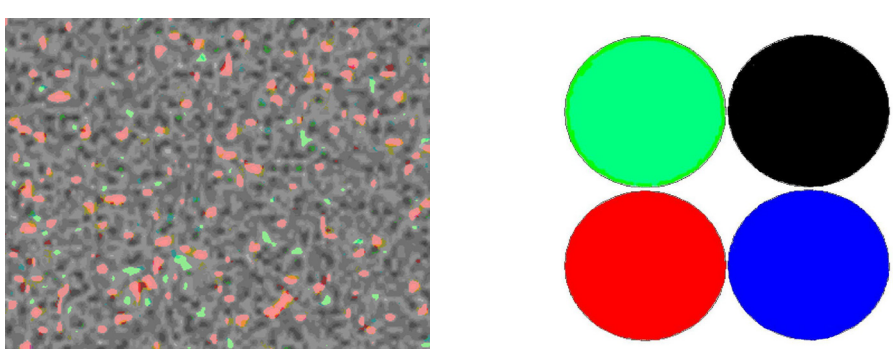
Но это формулы Виета квадратного уравнения $x^2 - u_{n+2}x - u_{n+2} = 0$. Его решения известны

$$x_{1,2} = u_{n+2} \cdot \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} = u_{n+2}\,\tau_-^+, \qquad (5)$$

где $\tau^+ = \frac{1}{\tau_-}$ число золотого сечения = 1.618. В (5) $u_{n+2}$ является масштабным фактором, проявляющим $\tau$ на всех этажах природной иерархии. Так как вещественное число в $U$ определяется как $\|u\| = |x|_\infty \cdot |\xi|_2$, то в силу взаимной неопределимости двух видов метрик одна из них является случайной по отношению в другой. В физическом пространстве случайной является ультраметрика. Если записать «золотое уравнение» в виде

$$\frac{x}{1-x} = \frac{1}{x}, \qquad (6)$$

то посредством *Logit*-преобразования $z = \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)$ для $x = \|u\|$ получим функцию распределения $P(z) = \frac{1}{e^{\frac{\|u\|}{2}} + e^{-\frac{\|u\|}{2}}}$, которая очень близка к гауссову



*a* *b*

**Рис. 1.** *a) числовой образ реакции – химическое сложение; b) физическое сложение.*

нормальному распределению, но с конечным носителем. Следовательно, получаем, что частота встречаемости "*золотых величин*" имеет четко выраженный максимум и явную дисперсию [23].

Таким образом, это число *определяется* самой структурой самодвойственной числовой системы. Поэтому $\tau$ может быть принята за естественную базу $\tau$-адической числовой системы $Q_2^\tau$. И разложение (1) примет вид, аналогичный системе Бергмана [24], которая так же, как и 2-адическая, имеет алфавит/цифры {0,1}, но имеет дополнительные полезные свойства, такие как избыточность – одно и то же число может быть представлено различными кодами Бергмана [25]:

$$x = a_{-n}\cdot\tau^{-n} + a_{-n+1}\cdot\tau^{-n+1} + \ldots + \\ + a_{-1}\tau^{-1} + a_0 + a_1\cdot\tau + a_2\cdot\tau^2 + \ldots + a_k\cdot\tau^k + \ldots = \\ = \sum_{i=-n}^{\infty} a_i\cdot\tau^i \qquad a_i \in A = \{\,0,1\,\}. \tag{7}$$

Единица определится двояко. Аддитивно как $1 = \tau^{1} + \tau^{2}$. И мультипликативно как $1 = \tau^{+} \times \tau^{-}$. Числа Фибоначчи $F_n$ связаны с $\tau$ соотношениями

$Lim_{n\to\infty}\frac{F_n}{F_{n-1}} = \tau$ и $F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}(\tau^n - (-\tau^n))$, n > 4 с погрешностью менее 0.01.

И формулой Бине:

$$F_n = \frac{\tau^n - (-\tau)^{-n}}{\tau - (-\tau)^{-1}}. \tag{8}$$

Полезным свойством этой числовой системы, является то, что из (5) следует, что $\tau^{+}\cdot\tau^{-} = 1$. Сравнивая это соотношение с (2***), определяющим связь двух числовых метрик, видим, что два корня золотого уравнения могут быть приняты в качестве вещественной и ультраметрики, константа $c$ оказывается вычислимой и равной диаметру масштабного уровня. И разложение (7) оказывается точным представлением двух числовых систем по "золотому" основанию. Кроме того избыточность представления объекта различными кодами этой системы открывает пространство для существования изотопов и изомеров химических элементов.

*Глобальная периодичность.* Соответственно корректируется выражение для ультраметрики (2*) и (2**) с заменой оснований 2 и $p$ на $\tau$. Записанные совместно на плоскости $(|\cdot|_\infty, |\cdot|_\tau)$ изоморфной плоскости комплексных чисел $C$, обе метрики (2) и (2*) в виде

$$n \mapsto r = \tau^{\pm i\cdot\alpha\cdot n}, \tag{9}$$

где $r,\ n \in R$, дают известное выражение для "золотой спирали". Её особенность в том, что она закручивается не на плоскости, а вокруг оси масс – нуклеосинтеза. Эта ось является осью 2-адического дерева. Поэтому, суммируя, приходим к пространственной гиперболической модели [16], воспроизводящей по Менделееву телесный и дискретный характеры системы. (**Рис. 2**), воспроизводящей многочисленные химические свойства элементов. Аналогичную модель предлагают авторы [19], называя эту спираль глобальной периодической функцией. Их работа содержит связь локального и глобального в химии. Сводя эти полюса – атома и космоса, посредством фрактальной геометрии (она же 2-адическая!) они приходят, таким образом, к проективной модели *химической* вселенной.

Здесь требуется уточнение. Авторы получают проективную плоскость, отождествляя бесконечности $+\infty = -\infty$ на вещественной оси. Но в силу сказанного выше о неопределимости единицы, а, значит, и нуля, знак (–) минус имеет условный характер, введенный для удобства,

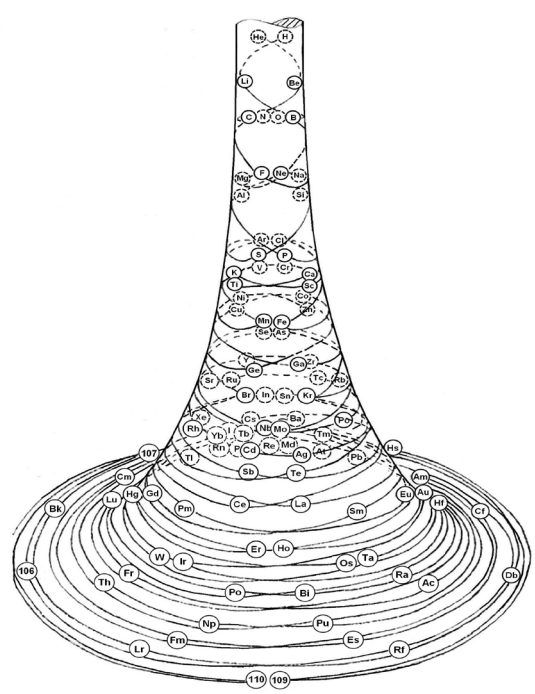


**Рис. 2.** *Телесный и дискретный (по Менделееву) образ периодической системы.*

и часто служащий "оператором" обращения времени, без заметного естественнонаучного смысла. Ряд Фибоначчи и 2-адические числа его не содержат. Вместо него проективная плоскость получается отождествлениями $|\cdot|_\infty \to \infty = |\cdot|_2 \to 0$ и $|\cdot|_2 \to \infty = |\cdot|_\infty \to 0$. В этом случае глобальная периодичность материи становится следствием замкнутости пространства (см. (3)). Упомянутая выше работа [15] дает масштабно инвариантную сеть (гиперграф) в качестве модели химической Вселенной, на ней также может быть определена кривизна [26]. В итоге получается вариант Вселенной, в которой есть место двойственности-дополнительности, т.е. химии и другим естественным наукам.

Общее выражение вещественного числа $\|u\| = |x|_\infty \cdot |\xi|_2$ приводит к степенному закону $m = const \cdot |f|_\tau^{-D}$, который аналогичен фликкер-шуму – "амплитуда-частота". Здесь аддитивная переменная представлена массой $m$, а мультипликативная – частотой $f$. Поскольку в эту ультраметрику входит число золотого сечения, имеющее *Logit*-распределение, то полученный закон распределения элементов по массам (амплитудам) ядер имеет вид искаженной гиперболы [4, Введение, рис. 8;]. Симптоматично, что все эти степенные зависимости имеют совершенно различный вид в смысле близости функций – от гладкой гиперболы (Э.Ферми), до "пилообразной" (Ишханов Б.И и др.). Такие степенные законы типичны для эволюционирующих систем и, в принципе, могут служить точкой входа введения $p$-адических чисел в модель. В этом случае периодическая таблица Менделеева действительно видится «... *как бы отражением остановленного какого-то неизвестного ещё динамического процесса развития неорганического вещества*» [30]. Таким образом, в модель входит идея об эволюции состава химических элементов.

## 4. НЕЛИНЕЙНОСТЬ ХИМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА

Рассуждения предыдущего раздела позволяют формализовать химическую Вселенную (развитую теорию см. в [31] как равнодействующую сил агрегации (синтеза) и рассеяния (диспергирования), формально представленной числовой асимметрией $U = R \times Z_2$, $u = x \cdot \xi$, где $R$ – ось нуклеосинтеза, и $Z_2$ – полевое измерение, ось окисления-восстановления, ось электронных оболочек. Движение по полевой оси меняет свойства элементов, что выражается изменением электронного состава атомов. Двойственность Стоуна позволяет представить объем вещества двояко – как материальное образование и как формальный язык. Из теоретической информатики известно, что язык и свойство суть одно и то же (примером тому текстовые и графические редакторы современных компьютеров). Здесь свойства вещества понимаются широко, включая фазовые переходы между агрегатными состояниями. Развернутая форма двойственности Стоуна приведена в [20] ($C$ – канторово совершенное множество, классический пример фрактала, $C \cong Z_2$ (не путать с $C$ – комплексными числами)):

$$C \cong C_{matter} \cong \exp(C) \cong 2^C \cong Z_\tau \cong [IFS \equiv \{0,1\}^N] \cong \\ \cong [Z_\tau \to Z_\tau] \cong C(Z_\tau, Z_\tau) \cong H \cong C_{Bool} \equiv C. \quad (10)$$

Здесь: $Z_\tau$ – множество чисел вида (7), а знаки эквивалентности (изоморфизма) "$\cong$" означают по порядку слева направо:

(1) $C_{matter}$ – модель фрактальной материи,

(2) $C$ является экспоненциально полным, т.е. механические преобразования материи не меняют её числовой природы, $\tau$-адические числа $Z_\tau$ являются примером пространственно-геометрической числовой системы, т.е. могут кодировать объекты различной формы.

(3)Такое распределение материи представляет собой спектр функций истинности булевой алгебры.

(4) Это материя с числовыми свойствами, $Z_\tau$ есть топологическая алгебра.

(5) Такое строение материи (нульмерное, дисконтинуальное, фрактальное) совпадает с формальными языками теоретической информатики, является доменом в теоретической информатике (итеративная система функций – *IFS* является центральной техникой порождения фракталов). Это символическое пространство, область действия символической динамики.

(6) Как решётка она совпадает с пространством непрерывных функций над собой.

(7) Такой числовой или алгебраический образ материи представим своим полем непрерывных функций по теореме о двойственности Стоуна.

(8)Множество 2-адических чисел представляет собой гильбертово пространство. Это значит, что его элементы допускают интерпретацию в виде векторов гильбертова пространства и в виде функций. Тем самым *p*-адические числа можно рассматривать как банахову алгебру с инволюцией, то есть C* – алгебру. $Z_\tau$ – дисконтинуальная версия гильбертова пространства. В таком виде $Z_\tau$ является также и булевой алгеброй – основой символьной техники (по той же теореме Стоуна). (9) Фрактальное распределение *материи* оказывается, по формулировке М.Стоуна, оборотной стороной булевой алгебры, т.е. идеального, символьного объекта.

Тогда вещество можно определить как систему его свойств, используя рефлексивные свойства *p*-адических чисел:

$$\forall n \in N, \forall p = \tau,$$
$$Q_\tau \cong Q_\tau \times Q_\tau \times \ldots \times Q_\tau = Q_\tau^n, \quad (11)$$
$$Z_\tau \cong Z_\tau \times Z_\tau \times \ldots \times Z_\tau = Z_\tau^n.$$

Здесь каждый сомножитель отвечает одному из полей-свойств. Поскольку $Z_\tau$ являются нульмерными образованиями, (11) отвечает на вопрос – каким образом в одной точке пространства могут сосуществовать различные поля, не только физические, но и лингвистические и морфогенетические поля биологии. В (10) и (11) содержится возможность решения проблем "материальный эквивалент функции и свойств" материаловедения и аналогичной "структура-функция" биологии. Как показано авторами [32] стационарная орбита электрона является равнодействующей сил кулоновского притяжения и центробежной отталкивания. Орбита электрона в этом случае согласно теореме Бертрана имеет двухпетлевой вид. Такой же образ имеет числовая асимметрия, т.е. глобально химическая Вселенная *U*.

Многослойность образа Вселенной в приложении к атому означает множество его электронных орбит (**Рис. 3**). Образ ядра в первом рисунке, в сравнении с его отсутствием во втором означает как раз наличие оси нуклеосинтеза (2**), тогда как второй рисунок есть просто $U = R \times Z_2$, т.е. образ электронных орбит. Такие же двухпетлевые образы имеют аттракторы нелинейных систем (см. [20, приложение к гл.7]. Вывод авторов [19] о тождестве микро- и макрокосма химической вселенной имеет формальное обоснование.

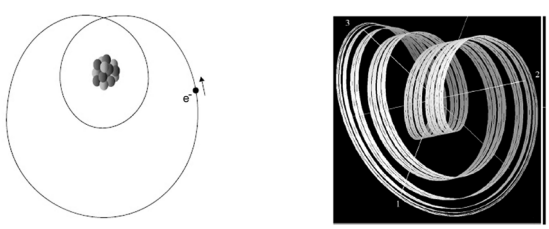


**Рис. 3**. *Нелинейность атома и пространства.*

*Квантовые числа.* В настоящем разделе изложены основания для привлечения в качестве модели химических свойств $\tau$-адической числовой системы $Z_\tau$. В качестве первого шага предлагается интерпретация $Z_\tau$ как бескоординатного функционального пространства квантовой механики и взаимосвязи квантовых чисел в нём. По рассуждениям С.Улама на субъядерных расстояниях пространство не может быть гладким, оно демонстрирует сильное нарушение локального поведения, что влечет возможность нерегулярных топологий, аналогичных *p*-адическим [33].

Общая структура химических элементов – плотное ядро, окружённое электронным облаком, аналогична бинарной структуре химии. Тогда физическим смыслом базы $p = \tau$ числовой системы $\tau$-адических чисел является пара «*материя (ядро)-поле (эл.облако)*» или, математически, «*связность-дискретность*». Тогда $Z_\tau$ является гильбертовым пространством, состоящим из волновых функций как нульмерное пространство, оно способно порождать в дополнительности поле и материю (т.е. известная волновая природа материи). Квантовомеханические свойства при такой интерпретации сохраняются.

Гипотеза о $\tau$-адической связи квантовых чисел заключается в следующем. Рассмотрим $Z_\tau$ как объединение четырёх самоподобных «окружностей». Наглядно – это 4 бинарных дерева с общим корнем (**Рис. 4**):

На этом дереве рассмотрим траектории, т.е. функции – пути соединяющие вершины. Например, вершины правой верхней ветви с вершинами правой нижней. Тогда, если положить главное квантовой число *n* равным

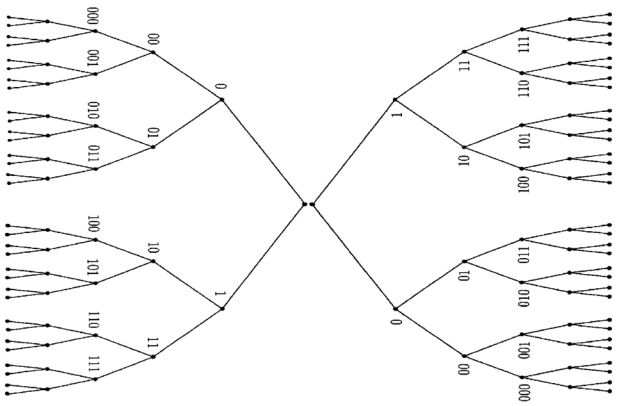



**Рис. 4.** *2-адическое пространство волн и частиц.*

номеру уровня иерархии деления, то орбитальное квантовое число $l = (0, 1, 2, ..., n\text{-}1)$ совпадает с множеством уровней иерархии. На Рис. 4 $n = 4$, $l = (0, 1, 2, 3)$. Эти два числа общи всем четырём ветвям. Магнитное квантовое число $m_l$ совпадёт с отрезком $(-l,l)$. При движении к корню путь детерминирован, от корня – недетерминирован. Левой и правой половине рисунка сопоставляется спиновое квантовое число $m_s = (1/2, -1/2) \cong (\alpha, \beta)$.

Таким образом, рассмотренные траектории $\xi^- = a_0 a_1 ... a_n \in Z_2$ как волновые функции, имеющие двойной – детерминированный и недетерминированный смысл, и как элементы числовой системы $Z_2$ естественным образом связывают все четыре квантовых числа.

Исходя из изложенного, наиболее близкой представляется интерпретация периодического закона как бесконечномерного функционального пространства [34]. Изложенная гипотеза касается периодической системы свободных атомов, которая, однако, отлична от периодической системы химических элементов [35].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе анализа математических моделей материаловедения обосновано введение новой степени свободы – делимость вещества и её оцифровку $p$-адическими числами. Приведены физико-химические и общенаучные интерпретации $p$-адических чисел.

Вместе с вещественными числами они образуют физико-химическое пространство, допускающее существование свойств веществ, что проиллюстрировано развернутой формой теоремы Стоуна. В этом пространстве выделена ось нуклеосинтеза и ось окисления-восстановления, что дает возможность ввести помимо известных физических пар оппозиций ещё и пары, присущие химии. Показано существование двух видов причинности, выражаемых парами «притяжение-отталкивание», «синтез-распад», «конвергенция-дивергенция», «агрегация-диссипация» и других, им синонимичных. Формальная модель материаловедения как физико-химической науки представляет собой самодвойственную числовую систему, расширяющую моделирующий арсенал в направлении повышения его адекватности.

В качестве альтернативы разрозненным теориям выбран подход, основанный на числах Фибоначчи, как константе естественных наук. Формально доказано, что число «золотого отношения» является базой числовой системы физико-химического пространства, во многом аналогичной 2-адическим числам. Тем самым все разрозненные работы по моделям периодической системы Менделеева обретают единый каркас и надежное формальное обоснование.

Обоснована периодичность материи как следствие тождества нелинейных моделей атома и Вселенной. Геометрически она следует из проективной модели пространства. Показана согласованность предложенной модели с квантовыми представлениями путем извлечения квантовых чисел из структуры модели без дополнительных предположений и вычислений.

В целом, продемонстрировано, что предлагаемая числовая версия физико-химического материаловедения согласуется с известными результатами, обеспечивая их эмпирический характер математической обоснованностью.

Особо следует сказать о нефизических свойствах материалов. Свойства описываются формальными языками. По теореме Райса-Успенского любое нетривиальное свойство языка оказывается неразрешимым, т.е. любое специфической свойство материала выделить формально привычным языком невозможно. Остается открытым вопрос – возможно ли это решение в рамках предложенного подхода.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Курашов ВИ. *История и философия химии*. М., Книжный дом Университет, 2009, 608 с.
2. Изотов АД, Маврикиди ФИ *Фракталы: делимость вещества как степень свободы в материаловедении*. Самара, СГАУ, 2011, 128 с.
3. Изотов АД, Маврикиди ФИ. Числовая асимметрия внутреннего пространства некристаллических материалов. *Известия Самарского научного центра РАН*, 2017, 19(1):5-24.
4. Ишханов БИ, Капитонов ИМ Тутынь ИА. *Нуклеосинтез во вселенной*. М., МГУ, 1998, 112 с.
5. Mazurs EG. *Graphic Representations of the Periodic Table System During One Hundreds Years*. University of Alabama Press, 1974.
6. Имянитов НС. Уравнение для закона Менделеева. *Природа,* 2002, 6:65-69.
7. Imyanitov N S. The Periodic Law. Formulations, Equations, Graphic Representations. *Russian Journal of Inorganic Chemistry,* 2011, 56(14):2183-2200.
8. Restrepo G, Pachon L. Mathematical Aspects of Periodic Law. *Foundations of Chemistry,* 2007, 9:189-214.
9. Короткий ВМ, Мелентьев ГБ. О спирально-матричной структуре периодического закона. *Сб. трудов международной научно-практ. конф. "Перспективы развития современных математических и естественных наук"*. Воронеж, ИЦРОН, 2015. Выпуск II. С. 30-33.
10. Scerri ER. *The Periodic Table: Its Story and Its Significance*. Oxford. University Press, 2007.
11. Кораблева ТП, Корольков ДВ. *Теория периодической системы*. СПб, Изд СПбГУ, 2005, 172 с.
12. Rouvray DH, King RB. The Periodic Table: Into the 21st Century. *Journal of chemical education,* 2006, 83(6); DOI: 10.1021/ed083p849.
13. Дидык ЮЛ, Астафьева ЭМ. *Зеркальная симметрия в структуре атома и периодичности элементов*. СПб, Химиздат, 2008, 106 с.
14. Чернышев СЛ. *Четыре измерения Периодической системы элементов*. М., Ленанд, 2019.
15. Leal W, Restero G. Formal structure of Periodic System. arXiv:190210753v1.[CS.DM] 27 Feb, 2019.
16. Шило НА, Динков АВ. *Фенотипическая система атомов в развитие идей Д.И. Менделеева*. «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.14630, 09.11.2007.
17. Петухов С.В. Метафизические аспекты матричного анализа генетического кодирования и золотое сечение. *Метафизика*. 2006, с. 216-250.
18. Stakhov A, Rozin B. The Golden Section, Fibonacci series and new hyperbolic models of Nature. *Visual Mathematics*, 2006, 8(3), http://www.mi.sanu.ac.yu/vismath/stakhov/index.html.
19. Boeyens JCA, Levendis DC. *Number Theory and Periodicity of Matte*r. Springer, 2008.
20. Маврикиди ФИ. *Числовая асимметрия в прикладной математике*. М., Дельфис, 2016. 416 с.
21. Rosinger EE, Khrennikov AYu. Beyond Archimedean Space-Time Structure. *Advances in Quantum Theory*, 2011, 1327:520-526.
22. Изотов АД, Маврикиди ФИ. Компьютер и числовая асимметрия в инженерных науках. *Известия АИН им. А.М. Прохорова,* 2013, 2:31-42.
23. Изотов АД, Маврикиди ФИ. Числовая асимметрия, золотое сечение и квазикристаллы. *Известия АИН им. А.М. Прохорова*, 2015, 1:3-6.
24. Bergman G. A Number System with an Irrational Base. *Mathematics Magazine,* 1957, 31(2):98-119.
25. Stakhov A. *Numeral Systems with Irrational Bases for Mission-Critical Applications*. World Scientific Publ., 2018, 284 p
26. Leal W, Restero G, Stadker PF, Jost J. Forman-Ricci Curvature for Hypergraphs. arXiv:1811.07825 [cs.DM] 19 Nov, 2018.
27. Ферми Э. *Лекции по атомной физике*. М., Ижевск, РХД, 2011, 141 с.
28. Саито К. (ред.) *Химия и периодическая таблица*. М., Мир, 1982, 320 с.
29. Франк-Каменецкий ДА. Происхождение химических элементов. *УФН*, 1959, 68(3):529-556.
30. Кедров БМ. *Микроанатомия великого открытия. К 100-летию закона Менделеева*. М., Наука, 1970, 245 с.
31. Boeyens JCA. *Chemical Cosmology*. Springer, 2010.
32. Ceulemans A, Thyssen P. The "Chemical Mechanics" of the Periodic Table. In: Scerri E, Restero G. (eds.) *Mendeleeev to Oganesson:*

*Multidisciplinary Perspective on the Periodic Table.* New York, NY, USA, 2018, pp. 104-121.
33. Everett CJ, Ulam S. On Some Possibilities of Generalizing the Lorentz Group in the Special Relativity Theory. *J. of Combinatorial Theory,* 1966, 1:248-270.
34. Изотов АД, Изотова ВО, Маврикиди ФИ. Геометрия как параметр в процессах создания материалов. *Тезисы 11 межд. конф. "Химия твердого тела: наноматериалы, нанотехнологии".* Ставрополь, 2012, СевКавГТУ, с. 215-217.

**Изотов Александр Дмитриевич**
*д.х.н., член-корреспондент РАН*
Институт общей и неорганической химии им. Н.С. Курнакова РАН
**Москва 119991, Россия**
**izotov@igic.ras.ru**

**Маврикиди Федор Иванович**
*к.т.н., с.н.с.*
Институт проблем нефти и газа РАН
**Москва 119333, Россия**
**mavrikidi@mail.ru.**