Грант Аракелян

Об основаниях фундаментальной науки

Часть II.
Основания физической теории

Математические системы могут оформляться в виде исчислений и потому с чисто формальной точки зрения математику можно представить как игру с графическими символами по строгим правилам метаязыка. Сама же метаматематика занимается больше исследованием синтаксиса системы, нежели её семантики и, хотя является составной и важнейшей частью оснований математики, но не включает в себя ряд вопросов содержательного, онтологического характера, не рассмотренных выше из-за ограниченности объёма статьи. Ситуация в физике – существенно иная. Основные физические теории, вообще говоря, не формализованы и если математика, по крылатому выражению Галилея, это язык, на котором написана книга природы, физическая теория это, по принятому, качественное и количественное описание самой природы посредством определённых понятий, принципов и законов с привлечением соответствующего математического аппарата в качестве инструментария. И если в математике на первом плане дедуктивная строгость построений и выводов, в физике, как науке о природе, важнее соответствие с эмпирической действительностью и предсказательный потенциал теоретической модели.

Основанием физики, по большому счёту, могла бы служить ***фундаментальная теория*** *(«Теория всего»). Под этим громким титулом можно понимать единую теорию физического мира с её онтологией, методологией и философией. Сейчас такой теории нет и потому в понимании оснований физики отсутствует та относительная определённость, которая присуща основаниям математики. Существует вместе с тем глубокая вера в единство физического мира, и нередко постижение общей теоретической основы физики провозглашается идеалом естественнонаучного познания, его важнейшей задачей и конечной целью. По словам М. Планка. «С давних времён, с тех пор, как существует изучение природы, оно имело перед собой в качестве идеала конечную, высшую задачу: объединить пёстрое многообразие физических явлений в единую систему, а если возможно, то в одну-единственную формулу» [33, с. 23]. Все лучшие умы теоретической физики, за редким исключением, преисполнены веры в единообразное устройство, конечную сложность и познаваемость физического универсума, хотя и не всегда сходятся в постановке общей цели физического познания и оценке степени её достижимости. К тому же, в самой природе физического познания, уже по определению, заложено стремление к поиску всеобъемлющего начала, которое обычно мыслится не как чисто умозрительное построение, не как систематизирующий опыт и обеспечивающий цельность понимания научный миф, а скорее как существующий сам по себе, независимо от сознания генеральный план устройства природы, снабжённый реализующим его механизмом.*

Понимание основания физической науки как охватывающей весь физический универсум фундаментальной теории с её философско-методологическим окружением и, разумеется, сам факт отсутствия такой теории стимулируют обсуждение концепций и конкретных построений, ведущих, по мысли их творцов, к созданию «Теории всего». Исходя из такого толкования оснований физики и определяя её как теорию физических

величин, а фундаментальную физику соответственно как теорию фундаментальных физических величин, мы попытаемся обсудить связи физической теории с математикой и философией, рассмотреть идеи и объединения, направленные на унификации физического знания.

Связь между физической теорией и философией

Ещё в преддверии создания современной физики Фрэнсис Бэкон предлагал «разделение теоретического учения о природе на физику и метафизику, из которых физика исследует действующую причину и материю, метафизика – конечную причину и форму» [13, с. 217]. Новая физика эпохи Галилея и Ньютона, решительно порывая со своим натурфилософским прошлым и трансформируясь в самостоятельную науку, стала строить свои отношения с философией на принципиально новой основе. Ньютон ещё мог традиционно именовать своё творение *математическими началами натуральной философии*, но сегодня натурфилософия если и упоминается, то не иначе как со снисходительно-уничижительным оттенком. В любом случае, с созданием классической механики завершился более чем двухтысячелетний (начиная с Фалеса и милетской школы – VI век до н.э.) период «философского пленения» физики и на смену всезнающей *натуральной философии* пришла *философия науки* – менее претенциозная, не слитая, где-то даже дистанцированная от научной теории и тем не менее оказывающая определённое влияние на её формирование и развитие. Влияние это, совершенно незаметное на периферии физической теории, становится явным при анализе её оснований и особенно велико при создании новой теории. В этой связи отметим, что теория относительности обязана своим появлением не только таким предпосылкам как всем хорошо известный experimentum crucis Майкельсона–Морли по измерению скорости светового сигнала в зависимости от скорости его источника [30], но и критике Махом [31; 32] основ ньютоновой механики.

Отношение спекулятивного мышления к научному – вечная проблема, никогда не теряющая своей остроты. Быстрое и плодотворное развитие физической науки в Новое время, дискредитировавшее саму идею приобретения нового знания посредством так называемых *интеллигибельных принципов* натурфилософии, породило со временем сильный и всё более усиливающийся мировоззренческий крен в противоположную сторону. Однако все попытки раннего и позднего позитивизма отбросить метафизику (философию и методологию физики) и свести существующие теории, скажем, к «протокольным предложениям» не достигли цели. Немыслимо и просто нелепо пытаться оградить физику от вмешательства метафизики, см. например [62; 11], которая является неотъемлемой частью оснований физического знания.

Другое дело, что с приобретением статуса самостоятельной науки физическая теория активно противодействует всевозможным попыткам повести её в русле того или иного философского течения, пытающегося навязать свои *конкретные* методологические установки. Все подобные поползновения (позитивизм и неопозитивизм, диалектический материализм, неокантианство марбургской школы, конвенционализм, операционализм и др.) в лучшем случае вносили кое-какие коррективы и уточнения, в худшем – искусственно сдерживали развитие физической теории запретительными мерами. Следует, очевидно, признать, что помимо считающейся само собой разумеющейся общей установки на математизацию естественных наук у физики нет и едва ли когда-либо появится общепринятый *изм*, которому будет поклоняться бóльшая часть естествоиспытателей. С другой стороны, философские идеи, альтернативные методологические концепции так же необходимы физической теории как необходимы дереву воздух, солнечный свет и почва. Да и сама краеугольная идея единства физического мира, стимулирующая поиск универсальных принципов и методов описания, не является, если вдуматься, тривиальной. Роль и значение внефизического окружения в реализации способностей человека открывать законы природы достаточно весома, и история физики даёт множество примеров явной и неявной зависимости становления и последующего истолкования физической теории от философско-методологических факторов. Назовём хотя бы концепцию абсолютных пространства и времени; проблему определения субстрата теории – исходных физических величин, которой уделено столько места в

«Началах» Ньютона и которая фактически стоит перед каждой создаваемой теорией, дилеммы дискретное – непрерывное, сохранение – изменение, конечное – бесконечное, наблюдаемое – измеряемое – ненаблюдаемое, измеряемые и неизмеряемые величины.

Велико, конечно, и обратное воздействие физической теории на философию и методологию. Так, с успехами классической механики концепция механицизма, механистического мировосприятия надолго утвердила своё господство не только в философии естествознания, но и за её пределами. Мощные импульсы, полученные от теории относительности и порой весьма своеобразно истолкованные, возродили на новой основе философию релятивизма и способствовали распространению релятивистских идей в гносеологии, науке, изобразительном искусстве и литературе. Значительно влияние и квантовой механики, а также более поздних физических теорий, особенно космологических, хотя в полной мере оно ещё не осознано и не столь заметно. Можно без преувеличения сказать, что многое в философии, методологии, а в определённой степени в культуре вообще, не говоря уж о технике, так или иначе генетически и концептуально связано с развитием физической теории.

Философы разных школ и направлений всегда пытались найти (и конечно находили) в физической теории подтверждение своих взглядов, что решительно оспаривалось представителями других школ и направлений, безапелляционно заявляющих, что именно их подход является единственно правильным. Наглядным и доведённым до крайности проявлением возросшего авторитета физической теории и преувеличенных представлений о её возможностях может служить программа унификации всех конкретных наук путем перевода научных предложений на язык физики (Нейрат, Гемпель, Карнап и другие). С точки зрения определения физики как науки о физических величинах это, по сути, программа редукции большей части науки к высказываниям о физических величинах, понимаемых притом в узком смысле. И всё же наиболее важное, пожалуй, значение в плане влияния физики на философию и методологию имеют результаты, полученные в космологии. Вселенная, космос всегда занимал особое место «в системах воззрений на совокупность явлений» или в «состояниях человеческого ума» (Конт). А по мнению Галилея,

«Из достойных изучения естественных вещей на первое место, по моему мнению, должно быть поставлено устройство Вселенной. Поскольку Вселенная всё содержит в себе и превосходит всё по величине, она определяет и направляет всё остальное и главенствует над всем» [18, 227].

С этим перекликаются идеи, высказанные в «Тимее», и ещё более древние представления о роли космоса, отражённые уже в ранней мифологии. Характерно и другое заявление Галилея, что «до сих пор ещё не решено (и я думаю, что человеческая наука никогда не решит), конечна ли Вселенная или бесконечна?» [там же]. А раз так, следует полагать, что подобные вопросы навечно закреплены за спекулятивным мышлением и можно только подтрунивать над ограниченными возможностями человеческого разума, строя подходящие апории (Зенон) и антиномии (Кант). В действительности вопреки всем прогнозам этот столь недоступный заповедник теологии и философии фактически перешёл во владение науки и решение подобных вопросов является сейчас прерогативой физического познания. Не в последнюю, конечно, очередь это оказалось доступным благодаря тому, что физика получила в своё распоряжение новый, намного более мощный математический аппарат, стимулирующий исследования по основаниям физики, поиск фундаментальной теории.

Фундаментальная физическая теория

Выражаясь *высоким штилем*, фундаментальная (единая) теория есть высший продукт развития физики, светлая мечта и венец творчества естествоиспытателей, эзотерическая книга природы, истинное содержание которой уже много столетий тщетно пытаются раскрыть. Это и учебник физики микро-, макро-, мегамиров в одном переплете с её философией, логикой, математикой, синтез, единство физики и метафизики. Следует признать, что в истории науки не было по большому счету ни одной истинно фундаментальной физической теории, хотя иллюзии по этому поводу были (классическая механика и электродинамика), была теория Эддингтона под таким названием [53] и не было никогда недостатка в

претендентах на свято место, пустующее с начала XX века: «Теория материи» Ми [59], единые теории Вейля [15], Эйнштейна [45], Гильберта [23], Калуцы–Клейна [27], нелинейного спинорного поля Гейзенберга [19], различные варианты аксиоматической квантовой теории поля [9], суперсимметрии и супергравитации [66; 43], см. также [14; 40], суперструн – см. [51; 56], «Исключительно простая теория всего» Лизи [58] и др.; см. также [5; 4; 48; 8; 64]. Как в прошлом, так и в настоящем все новые физические концепции, все серьёзные претенденты на высший титул фундаментальной теории являются детищами своего времени, испытавшими на себе совокупное действие множества внефизических, особенно философских, мировоззренческих, логико-методологических и, конечно, математических факторов. Физическая теория в свою очередь оказывает обратное, порой довольно сильное влияние на своё непосредственное окружение, а также на теологию, искусство, литературу и культуру в целом.

Понятно, что процесс формирования фундаментальной теории, выдвижение соответствующих исследовательских программ, которые часто уже в начале пути оказываются в тупике, сопряжено с большими трудностями различного свойства. В основе же программ построения ФФТ лежат явно декларируемые либо молчаливо предполагаемые, но вполне определённые методологические установки. В работе [47] выдвинуты четыре основных методологических подхода, условно названных *юнионистским*, *методом глобального математического поиска*, *экстраполяционным* и *константным*. По меньшей мере один из них используется в каждой когда-либо предлагавшейся программе построения фундаментальной теории.

Наиболее, вероятно, популярен *юнионистский* подход. История физической науки последних трёх столетий это во многом череда теоретических объединений и слияний. Классическая механика, не говоря уж о её притязаниях на статус абсолютной науки, долгое время расширяла свои владения, подчиняя себе всё новые разделы физики. Даже электродинамику настойчиво пытались истолковать в духе механицизма, а общность пространственно-временных представлений, математического аппарата и бросающееся в глаза сходство между электростатическим и гравитационным полями в совокупности давали, казалось бы, полное право рассматривать механику и электродинамику как единую систему физического знания. Сама электродинамика возникла в результате объединения электростатики с динамикой, электричества с магнетизмом, «поглощения» волновой оптики Гюйгенса–Френеля теорией Максвелла. Примеров успешного объединения, знаменующих появление новых теорий, как и не доведённых до конца или просто неудачных попыток подобного рода, в современной физике более чем достаточно. Для определённости нелишне перечислить (в условной записи и нестрогом приближении) некоторые из них:

электродинамика + квантовая механика + специальная теория относительности = квантовая электродинамика,

относительность + гравитация = теория релятивистской гравитации,

гравитация + электромагнетизм = единые теории поля,

гравитация + релятивизм + кванты = квантово-релятивистские теории гравитации,

электромагнетизм + слабое взаимодействие = теория электрослабых взаимодействий,

электромагнитное взаимодействие + слабое взаимодействие + сильное взаимодействие = Великое объединение,

Великое объединение + гравитация = суперобъединение или супергравитация.

Юнионистская тенденция сейчас, как и раньше, достаточно сильна. Однако поставленная ещё в первой половине XX века программа объединения идеи квантов с релятивизмом, успешное решение которой, как полагали, предрешает создание фундаментальной теории, успехом не увенчалась. Совместить непрерывные континуумы теории относительности с концепцией квантовой дискретности оказалось не так просто. Исследование глубоко увязло в трудностях квантования, в частности

пространства-времени и физических полей, а сам подход «кванты + относительность» к фундаментальной теории стал казаться односторонним и чрезмерно упрощённым. Разумеется, в понятие фундаментальной теории так или иначе заложена идея объединения всех работающих, пользующихся устойчивой репутацией физических теорий. Вопрос в том, представляется ли такое объединение как некий синтез уже имеющегося или же как результат рефлексии, «безумного» полета мысли, нового стиля мышления. А может, как результат применения каких-то неизвестных или же известных, но не используемых в физической теории методов математического исследования?

Ведь не секрет, что в физических исследованиях используется лишь относительно небольшая часть формального аппарата, языка математики. С другой стороны, и в существующем математическом инструментарии не всегда находятся необходимые физической теории готовые средства и тогда потребности физического исследования стимулируют разработку этих средств; тем самым физика оказывает обратное влияние на развитие чистой математики. Как бы то ни было, вера во всесилие математики у многих настолько сильна, что нередко математике приписывается роль некоего спасителя, призванного направить заплутавших и пребывающих в растерянности создателей физической теории на истинный путь. Тем более, что по мнению Зоммерфельда «каждая фундаментальная физическая теория должна в конечном счете быть дедуктивной» [26, с. 11], то есть фактически представляться в виде формального исчисления, соответствующего метаматематическим стандартам.

Подход, делающий главную ставку на чудодейственную силу того или иного математического формализма, назван нами *методом глобального математического поиска*. Идея объединения этим, конечно, не аннулируется, но отходит как бы на второй план: она уже не самоцель, сверхзадача исследования, а следствие, естественный результат применения универсального метода. Правда, его надо ещё найти, опознать и признать, а это всегда сложно. Известно, что на роль математического мессии упорно претендовал аксиоматический метод, в рамках которого, с использованием вариации действия, искал решение глобальных физических проблем Д. Гильберт. И хотя создание Гильбертом теории, аналогичной ОТО, следует считать немалым достижением, однако возможности аксиоматики, как оказалось, далеко не безграничны. Об этом свидетельствует и аксиоматический подход в квантовой теории поля, позволяющий, например, вывести знаменитую *CPT*-теорему из более общих положений, но далёкий от достижения главной цели. Это относится и к алгебраическому (также с использованием аксиоматики), топологическому и теоретико-групповому подходам. Возможность теоретико-группового представления различных физических теорий побуждает энтузиастов Великого объединения и супергравитации искать универсальные группы симметрии, охватывающие все фундаментальные поля и частицы современной физики, и время от времени создаётся иллюзия близости решения. Напрашивается сравнение с ловлей кошки в тёмной комнате, которая скорее всего является пустой. В любом случае, излишний крен в сторону математики, преувеличенное представление об эвристических возможностях чисто математического поиска не находит себе оправдания. Не разобравшись должным образом в тонкой специфике исследуемого объекта, не нащупав его «изюминку», трудно или даже практически невозможно подобрать соответствующий математический инструментарий.

И здесь выходит на передний план проблема выбора первичных объектов – исходных физических величин, что особенно заметно в *константном подходе*. В классической электродинамике исходными могут считаться четыре полевые величины для вакуума и среды; в специальной теории относительности – скорость света в вакууме и четырёхмерные инварианты, обычно выражаемые через пространственно-временные и энерго-импульсные переменные; в квантовой механике – комплексная ψ-функция; в различных вариантах аксиоматического подхода к теории поля – S-матрица Гейзенберга, либо ненаблюдаемое квантовое поле, либо совокупность всех физических величин. Характерно, что начиная с закона всемирного тяготения Ньютона во всех без исключения основных уравнениях и соотношениях теории наряду с переменными фигурируют выделенные значения физических величин – фундаментальные физические постоянные (ФФП). В теории Ньютона это гравитационная постоянная G, в СТО – скорость света в вакууме c, в ОТО – c и G, в квантовой (нерелятивистской) механике –

постоянная Планка $\hbar$, в квантовой электродинамике – c и $\hbar$. Исходя из этого иногда приводится такая схема: G-теория, c-теория, $\hbar$-теория, cG-теория, $c\hbar$-теория. Теории как бы выстраиваются по ранжиру в шеренгу, где ранг, степень общности каждого члена определяется количеством фундаментальных констант, а естественное продолжение ряда – $cG\hbar$-теория, то есть квантовая ($\hbar$), релятивистская (c) теория гравитации (G). Между тем, количество постоянных, признаваемых фундаментальными, исчисляется уже десятками, а неполная индукция – неважный советник в подобных случаях. Существенно однако, что интерес фокусируется на выделенных величинах, на фундаментальных физических числах. В основе константного подхода лежит идея главенствующей роли констант, точнее безразмерных – не зависящих от выбора системы измерения – фундаментальных физических постоянных, в физической теории. При таком подходе безразмерная константа, будучи как физической величиной, так и искомым математическим числом, является первичным объектом физической теории и выделенным числом её математического аппарата, поскольку проблема теоретического вычисления безразмерных констант считается здесь основной. С точки зрения константного подхода СТО может в определённой степени считаться первой серьёзной попыткой её реализации, поскольку именно факт неизменности константы c, однозначно задающий группу математических преобразований в четырёхмерном пространстве-времени, является для неё решающим. Следует, правда, оговориться, что c выступает в СТО просто как абстрактная физическая величина, численное значение которой для теории не существенно. Позже, с появлением уже безразмерных физических постоянных, теоретическое определение их значений стали считать одной из основных проблем физической теории. Классическим образцом константного подхода служит «Фундаментальная теория» Эддингтона, о которой подробнее скажем позже.

Весьма характерен для физики и *экстраполяционный подход*. Сущность его в том, что математический метод, например вариационный, оправдавший себя в ряде случаев, постепенно начинает расцениваться как универсальный. Если метод глобального математического поиска направлен на отыскание адекватных средств представления фундаментальной теории, то здесь речь идёт о применении *уже оправдавших себя средств*. В этом плане особые ожидания связывают с принципом калибровочной инвариантности (симметрии), частным случаем которой является релятивистская инвариантность, положенная в основу теории относительности. При расширенном толковании этого принципа все работающие физические теории отвечают требованию калибровочной инвариантности. Это обстоятельство побудило искать некую суперкалибровочную инвариантность, или просто суперсимметрию, призванную объединить все фундаментальные взаимодействия, включая гравитационное, в рамках единой симметрии. Последняя и образует ядро теории супергравитации, претендующей по сей день на вакансию фундаментальной теории.

Но признание за калибровочной инвариантностью статуса фундаментального физико-математического принципа совершенно недостаточно для нахождения искомой суперсимметрии, так же как аналогичное признание в отношении принципа вариации действия не определяет вид так называемого *золотого лагранжиана*. Эвристически эти принципы играют роль методологических правил ограничительного в основном характера, сужающих, канализирующих возможные направления поиска. Кроме того, эти принципы (в том виде, в котором они сегодня встречаются) – из мира непрерывных преобразований симметрии и непрерывно меняющихся величин, чуждых по духу концепции квантовой дискретности физических величин, в частности пространства-времени. Что касается экстраполяционного подхода в целом, то сделанное по поводу метода математического поиска замечание о главенствующей роли «изюминки» исследования, без которой нельзя серьёзно рассчитывать на успех, справедливо и в этом случае.

Физические величины и математический аппарат

Таковы четыре тесно связанных, где-то пересекающихся и порой едва различаемых методологических подхода, относящихся к основаниям физики. В каждом из них во главу угла ставится

один из ключевых аспектов построения, наличие же по меньшей мере одного из подходов нетрудно обнаружить в любой программе построения фундаментальной теории. Можно однако попытаться подойти к проблеме с несколько иных позиций, с иной акцентировкой узловых моментов. Речь идёт об исключительно важной проблеме *соотношения между физическими величинами и математическим аппаратом физической теории*. В представленной в Части I иерархической структуре научного знания этому соответствует связь между вторым – математическим уровнем и основными конструктами третьего – физического уровня.

Первая из важнейших граней проблемы состоит в том, что *выбор адекватных математических средств фактически диктуется выбором исходных физических величин*. Проиллюстрировать эту идею удобно на исторических примерах, рассматриваемых под соответствующим углом зрения. Фундаментальные понятия ньютоновской механики – масса, сила, количество движения и непрерывность континуумов точек пространства и времени, предопределяют форму математической связи между физическими величинами. И вот появляется метод флюксий – прообраз дифференциального и интегрального исчислений [17, с 130], позволяющий записывать изменения величин во времени и в пространстве евклидовой геометрии посредством того, что мы называем сейчас дифференциальными уравнениями. В трёхмерном евклидовом пространстве положение точки характеризуется тремя числами, или координатами точки в выбранной системе отсчета, что приводит к *трём* дифференциальным уравнениям движения для *одной* (материальной) точки. Фактически мы имеем уравнение не для самой величины, а для её проекций, координат. Потребовалось около двух столетий, чтобы осознание необходимости производить операции над самими величинами, а не их координатами, создание векторного анализа и понимание некоторых величин как трёхмерных, трёхкомпонентных векторов привели к окончательной замене системы трёх уравнений для координат (кстати, с практической точки зрения нередко более предпочтительной) одним-единственным уравнением для векторной величины. Получилась более общая, компактная, не зависящая от выбора системы координат и, главное, более отвечающая существу дела форма математической записи уравнений механики.

Пойдём дальше. Основные полевые величины классической электродинамики – напряжённость и индукция электрического и магнитного полей, во многих отношениях аналогичны векторным величинам механики, и не случайно то упорство, с каким долгое время пытались свести электродинамику к механике. Во всяком случае, нужда в новом математическом аппарате не ощущалась, так что евклидова геометрия, дифференциально-интегральное исчисление и векторный анализ сохраняют свои позиции и в электродинамике Максвелла. Но вот почти идиллическая картина почти завершённого здания классической физики нарушается экспериментально удостоверенным фактом постоянства скорости света в вакууме. При обычном выборе переменных математическая запись принципа постоянства величины c в виде уравнения определяет специфику формализма специальной теории относительности (группа Пуанкаре, псевдоевклидово пространство с четвёртой мнимой координатой), ознаменованного появлением новых инвариантных физических величин. Трёхмерные векторные и соответствующие скалярные величины механики и электродинамики, такие как длина и промежуток времени, импульс и энергия, векторный и скалярный потенциалы поля, сливаются в единые четырёхмерные, четырёхкомпонентные пространственно-временной интервал, импульс-энергию, четырёхмерный вектор-потенциал электромагнитного поля, глубже и адекватнее отражающие природу физической реальности. Аналогично, свойствами таких квантово-механических и квантово-полевых величин как вектор состояния ψ и S-матрица предопределяется применение матриц и операторов в физической теории.

Возможны, правда, различные формально эквивалентные варианты математического аппарата, например матричное (Гейзенберг), волновое (Шрёдингер) и лагранжево (Фейнман) представления квантовой механики. Здесь мы имеем дело уже со *второй* гранью проблемы – *альтернативностью при выборе первичных величин*. В связке математика–исходные физические величины выбор физической основы, определяющий использование тех или иных математических средств неоднозначен. Особенно наглядно это видно на примере классической механики. Что если начинать механику не с силы и т.д., а в

духе лагранжева и гамильтонова подходов с величины, названной действием, имеющей размерность Энергия $\times$ Время и обладающей замечательным свойством принимать минимальные значения в различных случаях, реально наблюдаемых в физическом мире.

Новый способ фактически знаменует переход от, пользуясь выражением Пуанкаре, «физики центральных сил» к «физике принципов» [36, с. 233, 235]. Ньютонов формализм в какой-то момент практически уже исчерпал свой теоретический потенциал в пределах классической физики, и простое с виду переизложение механики в стиле Лагранжа вводит в теорию посредством новой энергетической величины лагранжиана известный ранее в частных проявлениях и нередко под другим именем *принцип наименьшего действия*. Например, именно с этим принципом непосредственно связана уникальность *принципа золотого сечения* и константы $\phi = 1{,}6180339\ldots$, которая, помимо прочего, является «самым иррациональным числом», конкретно – *наименьшим* числом, границей между бесконечным счётным и конечным множествами рациональных чисел (теорема Гурвица). Минимальность золотой константы содержательно можно толковать как сохранение, стабильность, оптимальность, экстремальность, устойчивость по отношению к различным воздействиям [1].

Математически принцип наименьшего действия выражается в приравнивании нулю вариации действия δS. Замена исходных величин осуществляет переход от ньютонова представления классической механики с уравнением движения второго порядка к лагранжеву и гамильтонову представлениям с каноническими уравнениями первого порядка. Помимо формальных преимуществ это породило основанные на вариационном принципе лагранжев и гамильтонов формализмы, сыгравшие в дальнейшем большую роль в развитии физической теории. Более того, вариационные методы и лагранжев формализм входят в очень узкий круг наиболее мощных и универсальных математических средств современной физики. Можно сказать, что в экстремальности действия как бы закодирована значительная часть физики, в том числе законы сохранения различных физических величин, основные уравнения классической физики, ОТО, см. [23], квантовой теории поля включая новейшие её разделы, и в первую, быть может, очередь закодирована необходимость использования аппарата вариационного исчисления для обслуживания равенства $\delta S = 0$.

Продемонстрировав свои возможности и несомненные преимущества перед, допустим, силой или импульсом, действие наряду с такими величинами как скорость света в вакууме, электрический заряд, энтропия и некоторыми другими приобретает со временем общефизическую значимость, становится весомым фактором, который неизбежно должен учитываться всякий раз при построении фундаментальной теории. С этим связана *третья* грань в проблеме взаимоотношений между физической величиной и сопутствующим ей математическим формализмом. Дело в том, что характер последнего может быть обусловлен не просто первичностью той или иной физической величины, а в решающей степени её *численным значением*. Так, в зависимости от близости рассматриваемых скоростей частиц или тел к значению скорости света в вакууме c различают нерелятивистский, полурелятивистский, релятивистский, а иногда и ультрарелятивистский случаи; в зависимости от значения действия различают классическую, квазиклассическую и квантовые области. При этом для каждой из величин общий случай это тот, который связан с рассмотрением значений, близких к экстремальным, – максимуму, равному c для скоростей, и минимуму, равному $\hbar/2$ для действия, называемого в квантовой области спином. Все остальные случаи, являющиеся лишь приближениями общего, связаны с ним посредством принципа соответствия, выражаемого предельными соотношениями типа $c \to \infty$, $\hbar \to 0$. Глубокие математические различия возможны однако и в самой области экстремальных значений для спина, где принцип соответствия теряет всякий смысл. Известно, что все обнаруженные и гипотетические частицы современной физики делятся на два класса исключительно в зависимости от значения спина. Частицы с нулевым, или целым в единицах $\hbar$ спином относятся к бозонам и описываются статистикой Бозе – Эйнштейна, а фермионы, или частицы с полуцелым спином, – статистикой Ферми – Дирака. Стремление к объединению обоих классов в единый суперсимметричный

мультиплет – одна из причин появления теории суперсимметрии, а принципиальные математические различия в зависимости уже от конкретного числового значения спина существуют в пределах класса бозонов. Спин 0 (хиггсоны, голдстоуновские бозоны), спин $\hbar$ (фотон, промежуточные векторные бозоны, глюоны) и спин $2\hbar$ (гравитон) это не просто различные физические числа, но и серьёзные различия в математическом аппарате тех теорий и моделей, где частицам с этими значениями спинов принадлежит решающая роль. Так, применение тензорного, а не векторного анализа в ОТО и других релятивистских теориях гравитации, появление таких сложных величин как тензор энергии-импульса, метрический тензор, тензор Риччи непосредственно связано с тем, что спин гравитона, являющегося агентом гравитационного взаимодействия, равен $2\hbar$. В этом и других схожих случаях спин фундаментальной частицы – переносчика данного взаимодействия, то есть конкретное численное значение фундаментальной физической величины, является одним из основных условий выбора математического аппарата теории.

Физическая математика. О критерии математической красоты

В соотнесённости математических средств с выбором исходных физических величин, при замене их другим набором с конкретными численными значениями фундаментальных величин, на первое место неизбежно ставится физическая величина и лишь второе место отводится математике. При такой расстановке роль, отводимая математике, хоть и велика, но вторична и относительно пассивна. Да, книга природы написана на языке математики, но надо ли это понимать только как наличие в арсенале математики универсальных средств для представления физической реальности? Где корни физической теории и не содержится ли в недрах чистой математики нечто такое, что в каком-то смысле и составляет глубинную основу физики – физическую математику? Или что, например, первичнее: вариационный метод, онтологизируемый в физике как принцип наименьшего действия, или же само действие, обслуживаемое вариационным методом, и не схоластична ли вообще такая постановка вопроса? Ведь может показаться, что это всего лишь разновидность извечного спора о том, что было раньше, яйцо или курица, но даже если это действительно так, яйцо и курица символизируют две формы одной и той же сущности, между тем в понимании математики как языка, пусть даже единственно возможного, всемогущего и т. п., такого единства мы уже не видим.

В истории немало примеров, когда исходя из чисто математических соображений, в частности геометрических и арифметических, включая сюда числовую магию, пытались определить правила математической игры, которым должна подчиняться природа. В отличие от метода глобального математического поиска на первом месте уже не *поиск* подходящего математического формализма, а *изначально заданная* математическая конструкция, признаваемая совершенной, а потому существующей в физической реальности. Древние пифагорейцы вопреки наблюдениям были убеждены в том, что в солнечной системе имеется ровно десять, не больше и не меньше (!?), планет, поскольку именно *декада* считалась у них сакральным числом, которым они давали клятву. Демиург Платона в «Тимее» строит Вселенную посредством пяти платоновских тел, поскольку идея гармонии и красоты космоса – «прекраснейшей из вещей» – предполагает безупречную геометрию, а правильные многогранники кажутся Платону верхом совершенства, причем эмпирическое обоснование идеи его не заботит. В качестве математической модели Вселенной многогранники сегодня выглядят, быть может, наивно, но если говорить только о самой идее, а не способе её реализации, не является разве математическая красота непременным спутником всего, что есть сто́ящего в основаниях физики, и разве не связана эта красота с гармонией мира неразрывными узами?

Послушаем знаменитых естествоиспытателей XX столетия. «На мой взгляд, учёный занимается построением идеально гармоничной картины, придерживаясь некоторой математической схемы» – это отрывок не из «Тимея», а из «Сократовского диалога» Эйнштейна, здесь же декларирующего своё творческое кредо:

«Цель учёного состоит в том, чтобы дать логически непротиворечивое описание природы. Логика для него означает то же, что законы пропорции и перспективы для художника. Так же, как и Пуанкаре, я считаю, что наукой стоит заниматься, ибо она позволяет открывать красоту природы» [46, с. 162].

Не случайно поэтому, что «Мы, – по замечанию Эйнштейна, – с готовностью воспринимаем лишь те физические теории, которые обладают изяществом», см. [16, с. 190].

По мысли самого Пуанкаре

«Учёный изучает природу не потому, что это полезно; он исследует её потому, что это доставляет ему наслаждение, а это даёт ему наслаждение потому, что природа прекрасна. Если бы природа не была прекрасной, она не стоила бы того, чтобы быть познанной; жизнь не стоила бы того, чтобы быть прожитой. Я здесь говорю, конечно, не о той красоте, которая бросается в глаза, не о красоте качества и видимых свойств: и притом не потому, что я такой красоты не признаю, отнюдь нет, а потому, что она не имеет ничего общего с наукой. Я имею в виду ту более глубокую красоту, которая кроется в гармонии частей и которая постигается только чистым разумом» [35, с. 292].

В другой своей работе Пуанкаре заявляет, что «выражающаяся математическими законами» универсальная гармония мира «и есть единственная объективная реальность, единственная истина, которой мы можем достигнуть, ... есть источник всякой красоты». И «потому-то мир и божественен, что он полон гармонии. Если бы он управлялся произволом, то что́ доказывало бы нам, что он не управляется случаем?» [36, с. 157–158].

«Пусть простят теоретика, – как бы оправдывается Зоммерфельд, – который склонен ставить эстетический критерий на одни весы с экспериментами; но открытия последних 20 лет в области теории относительности и квантов часто показывали, что природа отдаёт предпочтение и математически наиболее совершенному решению, которое является и объективно верным» [26].

А вот мнение Дирака:

«Природе присуща та фундаментальная особенность, что самые основные физические законы описываются математической теорией, аппарат которой обладает необыкновенной силой и красотой. ... Вы можете спросить: почему природа устроена именно так? На это можно ответить только одно: согласно нашим современным знаниям, природа устроена именно так, а не иначе. Мы должны просто принять это как данное» [24, с, 139].

Математическая красота имеет по Дираку эвристическую значимость и может служить путеводной звездой для творческих исканий:

«По-видимому, если глубоко проникнуть в сущность проблемы и работать, руководствуясь критерием красоты уравнений, тогда можно быть уверенным, что находишься на верном пути». Что до эмпирии, то «красота уравнений важнее их согласия с экспериментом», и небольшими расхождениями, по мнению Дирака, особенно огорчаться не стоит:

«Если же нет полного согласия между результатами теории и экспериментом, то не стоит слишком разочаровываться, ибо это расхождение вполне может быть вызвано второстепенными факторами, правильный учёт которых будет ясен лишь при дальнейшем развитии теории» [там же, с. 129].

С этим перекликается высказывание Гейзенберга о конфликте между эмпириком и теоретиком,

«творящим математические образы, с помощью которых он пытается упорядочить и тем самым понять природу, – математические образы, проверяемые не только по корректности описания эксперимента, но также, что более специфично, по их простоте и красоте. Именно эти критерии говорят о близости математических образов к истинным Идеям, лежащим в основе естественных законов природы» [20, с. 53].

Не ассоциируется ли это с платоновскими эйдосами? Тем более что

«Если попытаться сопоставить современные представления в области физики элементарных частиц с какой-либо прежней философией, то ею могла бы быть только философия Платона» [22, с. 59].

И, конечно, считает Гейзенберг, философия пифагорейцев, оказавшая глубокое влияние на Платона:

«…Современная физика идёт вперёд по тому пути, по которому шли Платон и Пифагор. Это развитие физики выглядит так, словно в конце его будет установлена очень простая формулировка закона природы, такая простая, какой её надеялся видеть ещё Платон» [21].

Эти и великое множество других суждений со всей очевидностью свидетельствуют, что дух пифагорейской философско-математической доктрины сегодня жив и находится в полном здравии, претерпев за последние два с половиной тысячелетия лишь небольшие, в сущности, изменения. Следовательно, для физической теории математика, по мнению многих и в первую очередь наиболее крупных исследователей, действительно есть нечто большее, чем просто язык, или средство общения, хотя самое трудное начинается тогда, когда пытаются раскрыть это *нечто*.

Физические величины и математический аппарат (продолжение)

Продолжим на конкретных примерах обсуждение связей между первичными физическими величинами и математическим формализмом, что в концепции физической математики является, по сути, проблемой, относящейся к основаниям не только физики, но также математики. Идею «суверенной роли математики в физике» (Вигнер) постараемся наглядно показать на нескольких примерах в трёх различных срезах:

аналитические связи между физическими величинами

роль *математического фактора* при выборе исходных величин

попытки выведения положенных в основу теории *безразмерных констант*, в том числе с помощью числовой магии.

Нахождение *аналитических связей между произвольно заданными физическими величинами* может осуществляться формально-математически, посредством анализа размерностей. Имея размерности отдельных величин, нетрудно получить знаменитые формулы, например

$$F = k_1 G m^2/r^2, \quad E = k_2 m c^2, \quad E = k_3 h\nu$$

без всякой теории тяготения, СТО и квантовой механики (другое дело, откуда берутся величины G, c, h). Наличие безразмерных коэффициентов k_j (j = 1, 2, 3) означает, что анализ размерностей устанавливает связь между величинами лишь с точностью до безразмерного множителя, который в этих формулах равен 1, но в других случаях может сильно отличаться от единицы даже по порядку. Следующее ограничение касается количества связываемых величин, которое не должно превышать количества независимых уравнений размерностей, – в противном случае решение не будет однозначным. С некоторой натяжкой можно, очевидно, сказать, что всякая физическая теория строится в три этапа: *во-первых*, выделение постоянных и переменных величин определённой размерности, которые должны войти в основные уравнения теории, и выяснение математического типа этих уравнений (дифференциальные уравнения первого или второго порядка в частных производных, элементарные аналитические соотношения, векторные, матричные, тензорные уравнения и т.д.); *во-вторых*, анализ размерностей, связывающий величины, и обеспечение правильной размерности всех уравнений теории; *в-третьих*, вычисление всех безразмерных множителей k_j.

Исходная для данной теории физическая величина может задаваться совокупностью предъявляемых к ней как физических, так и *математических требований*. Допустим, мы хотим найти функцию состояния свободной частицы, движущейся для простоты вдоль оси x. Отношение $\lambda = h/p$, имеющее размерность длины, может быть интерпретировано по Бройлю как длина волны частицы и считаться её

фундаментальной характеристикой [12]. Потребуем теперь, чтобы искомая волновая функция частицы $\psi(x)$ была

а) периодической, с периодом λ: $\psi(x \pm \lambda) = \psi(x)$,

б) имела одинаковую амплитуду во всех точках оси x и ни в одной из них не обращалась в нуль.

Единственной функцией, отвечающей этим требованиям, является экспонента $\psi(x) \sim \exp(i\ p_x\hbar)$. Перед нами простейшее и легко обобщаемое на более сложные случаи выражение для знаменитой ψ-функции, или вектора состояния, квантовой механики, получаемое как решение физико-математической задачи, причем ψ в отличие от величин классической физики, принимающих значения лишь на множестве действительных чисел, является комплексной физической величиной. По этому поводу напомним, что мнимую единицу содержит и четвёртая компонента $i\ ct$ четырёхмерного интервала пространственно-временного континуума, также получаемая как результат одновременного учёта физико-математических требований (постоянство скорости света, релятивистская инвариантность величин, псевдоевклидова геометрия). Кстати, появление комплексных чисел в теории относительности и квантовой механике указывает, по мнению Бора, на

«глубокое сходство лишённых непосредственной наглядности математических аппаратов обеих теорий», дающих «поразительную простоту обобщения классических теорий», которая, по его словам, «по существу основана в обоих случаях на введении условного символа $\sqrt{-1}$» [10, с. 431].

Вспомним также о серии последовательных обобщений числовых множеств до уровня комплексных чисел и о невозможности дальнейшего обобщения понятия числа без отказа от его фундаментальных характеристик. Понятно, что наличие комплексных чисел, теории комплексного переменного является необходимым условием существования квантовой физики с её исходной ψ-функцией. В исторической ретроспективе появление квантовой физики в XX веке оказалось возможным благодаря изменениям в основаниях математики, имевшим место в XVIII веке. Хотя, вопреки ожиданиям, удовлетворительного объединения квантов с относительностью до сих пор нет, но знаменательно, что под общим натиском новых физических идей и требований математики стирается грань между действительными и комплексными числами как между числами физическими и нефизическими.

Суверенная роль математики в физике особенно заметна в «Фундаментальной теории» Эддингтона [53], которая с поправкой на эпоху созвучна пифагорейской традиции. Вместо магических чисел пифагорейцев здесь на переднем плане в качестве *безразмерных констант* такие натуральные числа как 136, 137, степени двойки включая 2^{256}, и с их помощью определяется не число планет в солнечной системе, а прежде всего безразмерные константы типа постоянной тонкой структуры (Зоммерфельда), отношение массы протона к массе электрона, число нуклонов во Вселенной, а в качестве фундаментальной физической величины фигурирует вектор полного импульса с девятью вещественными и шестью комплексными компонентами.

«Фундаментальная теория» успехом не увенчалась, однако концепцию поиска оснований физики и чистой математики подхватили другие. Можно думать, что Эддингтон был первым, кто не только в полной мере осознал роль безразмерных констант как связующего звена между математикой и физикой, но и попытался построить не *включающую константы фундаментальную теорию*, а *теорию констант* как *фундаментальную физическую теорию*, хотя найти истинные математические кирпичики для построения физических констант, а тем самым всей теории, ему не удалось.

Остаётся только коротко обозначить собственный подход – теорию ЛМФ, изложенную в ряде статей, в монографиях [5; 4], а в окончательном виде в книге [48]. Уже из аббревиатуры теории видно, что в ней реализуется идея единства логики (математической), математики (числовой) и физики (фундаментальной теории). Формализм теории ЛМФ представляет собой пятичленную иерархическую структуру, основу которой составляет расширенное исчисление предикатов, на котором, не выходя за круг исходных понятий, правил образования и преобразования, последовательно строятся система

аксиом математики, система функциональных уравнений, основные физические коды (уравнения) и безразмерная система измерения физических величин. Используемая в формализме теории ЛМФ универсальная система аксиом математики имеет, наряду с другими, интерпретацию на множестве всех чисел. Решением функциональных уравнений являются восемь фундаментальных математических констант, включая одну совершенно новую – константу суперпозиции косинуса [6; 50; 48; 7; 49] и две материнские функции математики – экспонента и логарифм. В четырёх физических кодах, в виде соотношений между фундаментальными физическими постоянными и переменными величинами закодированы основные физические уравнения. Безразмерная система измерения наделяет все физические величины их истинными числовыми значениями. Экспонента и обратная ей логарифмическая функции являются универсальной формой представления числовых величин, особенно значимых, что подтверждается на примере определяющей интенсивность взаимодействия 48 фундаментальных фермионов и бозонов константы Ферми G_F. В безразмерной системе измерения теории ЛМФ константа Ферми в экспоненциальной форме, с относительной точностью порядка 10^{-7} выражается числом e^{-48}; перевод в экспоненциальную форму приводит здесь к совершенно удивительному результату, играющему решающую роль в деле верификации всей системы.