Свойства 12 (числа) в основаниях мироустройства.
Части 7–8. Размышлизмы об истоках и степенные особенности

С.Л. Василенко, д.т.н.

Контакт с автором: **texvater@rambler.ru**

Среди важных, если не главенствующих, формообразующих структур в моделировании-описании мироустройства особо можно выделить уникальные свойства-проявления числа "двенадцать". Представляется, что человек ещё не до конца проникся его особой ролью в структурировании-формализации разнообразных процессов-явлений и находится только вначале пути подлинного осознания-признания феномена "12". Представляется важным продолжить начатые исследования, расширив область рассмотрения особенностей данного числа в разных аспектах-направлениях. Это позволит выйти на качественно новые ступени в познании и моделировании окружающего мира.

Часть 7. Размышлизмы об истоках

Вначале было число, – имя ему ничто.
Потом было слово, – имя ему всё...

В наших исследованиях [1] представлена уникальная подборка разнообразных свойств числа "двенадцать". Они проявляются в теории чисел, геометрии, теории графов и других областях математики. Пронизывают буквально все сферы человеческого бытия.

Проведенные исследования в целом позволяют характеризовать "12" как исключительный феномен мироздания.

Конечно, выделенные особенности и описательные характеристики имеют разный уровень представительства или значимости. Но, так или иначе, они дополняют друг друга, создавая неповторимый колорит и мозаику разноплановых качественных и количественных интерпретаций. При этом число и количество – отнюдь не синонимы.

Число – количество – величина

Число и количество во многом соотносятся-употребляются как синонимы.

Число – величина категории количества. С её помощью выполняется счет. Определяется количественная характеристика предметов, явлений. Результат счета предметов даёт отвлеченное отношение какой-либо величины к другой величине того же рода, принятой за единицу (БЭС, т. 29).

Для счетных объектов-множеств, конечно, лучше применять понятие *число*, а для несчетных, таких как вода, песок и др., – *количество*. То есть во всех случаях счета, когда можно сосчитать, следует пользоваться словом "число".

Термин "количество" больше подходит, когда оно является частью названия, например, «количество движения», и/или соотносится с характеристикой величины: «количество вещества».

Не рекомендуется говорить: большое или малое количество. Лучше пользоваться обычными словами "много" либо "мало": «в лесу много деревьев».

Кроме того, количество обычно имеет в виду конкретику чего-нибудь, поэтому обладает вторичным характером в сравнении с числом, которое допустимо мыслить как таковое без всяких добавлений. Оно дано само по себе и является самостоятельным предметом мысли.

Взаимодействие понятий «число – количество – величина», на наш взгляд, наиболее точно и ясно представлено в книге А. Лосева [2] – своего рода единственной попытки в истории философской мысли по отражению "первых" оснований для математической науки.

В частности, ученый отмечает: «Если количество есть число, функционирующее в инобытии, то величина есть само инобытие, осмысленное числом при помощи количества...

Величина является диалектическим синтезом числа и количества... Величина всегда есть нечто измеренное. Измеренное же предполагает как измерение, так и меру. Роль меры играет в данном случае число, измерение совершается здесь при помощи количества, а измеренным оказывается величина» [2, § 16].

Таким образом, оперируя формализованной записью числа 12, мы фактически подразумеваем триединство его выражения (рис. 1) в трёх условных координатах-проявлениях.

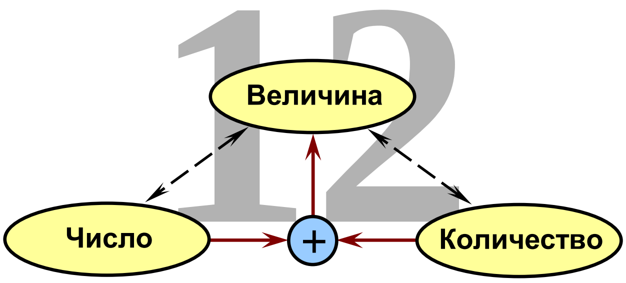


Рис. 1. Диалектическая триада понятийного представления "двенадцати"
в области актов смыслового полагания (по А. Лосеву)

• **В плену 12-мерных мироощущений.** Ещё со времен глубокой древности двенадцать всё время считалось сверхсовершенным количеством-числом-величиной. Неким символом «философского камня». Признаком законченности и божественного круга, вращающего вселенные.

Многие исследователи отмечали 12-ричную структуру мироздания, присутствие двенадцати во многих реалиях жизни, включая религиозно-духовные традиции.

По мысли исследователя символизма чисел А. Ольгина «12 знаков Зодиака, 12 часов дня и ночи, 12 главных олимпийских богов, 12 библейских колен, 12 апостолов, 12 дней Рождества» говорят о всепроникающей и вездесущей природе числа двенадцать.

В словаре символов Х. Керлот пишет [3]:

«Двенадцать символизирует космический порядок и спасение. Оно соответствует числу знаков Зодиака и является основой всех двенадцатеричных групп. С ним связаны понятия пространства и времени, а также колеса и круга».

Далее по этому поводу он отмечает, что числа "3" и "4" являются двумя сущностными прототипами количества. Они означают соответственно динамизм и внутреннюю духовность, а также стабильность и внешнюю активность.

Можно утверждать, что их сумма и их произведение дают два следующих за ними по значимости числа: "7" и "12". Последнее соответствует геометрическому 12-угольнику. Однако может связываться и с окружностью. Поскольку их символические значения практически идентичны.

Системы или схемы, основанные на круге или цикле, имеют тенденцию образовывать в конечном пределе-счёте число "12". Даже если в начале структуры они состоят менее чем из 12 элементов, позднее проявляется тенденция стремиться к совершенному числу "12".

Как, например, в музыке, где модальная шкала из семи нот развилась в 12-нотную систему Арнольда Шенберга и его школы.

Символика числа 12 основательно пронизывает библейские мотивы, в частности, такие ключевые подосновы как двенадцать сыновей Иакова и соответственно колен Израилевых, двенадцать источников воды, двенадцать Апостолов и др.

Так, рисуя образ святого Иерусалима, Иоанн Богослов в откровении даёт такое описание мистического града: он «имеет 12 ворот и на них 12 Ангелов; на воротах написаны имена 12 колен сынов Израилевых... Стена города имеет 12 оснований и на них имена 12 Апостолов Агнца... А двенадцать ворот – двенадцать жемчужин» (Откр. 21:12–21).

В другом месте "Апокалипсиса" говорится: «И показал мне *чистую реку воды жизни, светлую как кристалл*, исходящую от престола Бога и Агнца. Среди улицы его... *древо жизни, двенадцать раз приносящее плоды*, дающее на каждый месяц плод свой; а листья дерева для исцеления народов».

Можно вспомнить рождественские святки или 12 дней Рождества – названия двенадцати праздничных дней между рождеством Христовым и крещением господним, – по календарю некоторых церквей, и многие иные примеры.

- **Древняя Греция.** В своих описаниях античной культуры русский ученый А. Лосев свидетельствовал, что у Гомера число 12 встречается 59 раз [4]:

«Кроме приведенных у нас выше 12 гесиодовских титанов мы находим у Гомера: 12 убитых Диомедом фракийцев, 12 погибших троянцев при появлении Ахилла после смерти Патрокла; 12 пленников, приносимых Ахиллом в жертву; 12 жертвенных быков, 12 участников Одиссеевой разведки, 12 итакийских женихов Пенелопы, 24 (два раза по 12) жениха из Зама; 12 рабынь, занятых помолом зерна; 12 неверных и казненных служанок в доме Одиссея, 12 феакийских царей, 12 коней Агамемнона для примирения с Ахиллом, 12 жеребят Борея, 12 жертвенных телят Гектора, 12 быков в качестве цены треножника для победителя на играх в честь Патрокла, 12 кобыл у одного из женихов Пенелопы, 12 ног у Сциллы. И это еще не все примеры на употребления числа 12 у Гомера. Оно применялось к городам, кораблям, сараям для свиней, амфорам, топорам, украшениям, одеждам».

Число 12 приобрело особую значимость для населяющих народов и стало буквальным символом мирового порядка и мироустройства.

«Объединение государств Древней Греции во времена Тесея в союз двенадцати совпадает по времени с каким-то первичным социальным устроением. В глубинной организации раннего международного союза лежит представление-архетип об особой значимости числа 12. Для многих древних народов это число было символом мировой завершенности, которую внешне выражал годовой цикл. Поскольку понятия "мир" и "год" в мифологическом мышлении сближались, число двенадцать приобрело универсальный характер и стало символизировать мировой и вообще правильный порядок. Именно поэтому *у греков было двенадцать олимпийских богов, двенадцать членов амфиктионии, союзы двенадцати городов в Ионии (также в Этрурии) и, что для нас особенно важно, двенадцать царей*, а значит, и областей в идеальной стране феаков у Гомера» [5].

Традиционно в число олимпийских входило двенадцать главных божеств [6, с. 129–134], включая 6 богов и 6 богинь: Зевс (римский вариант – Юпитер) и Гера (Юнона), как верховные владыки Олимпа, Афина (Минерва), Аполлон (Феб), Арес (Марс), Артемида (Диана), Афродита (Венера), Гермес (Меркурий), Гестия (Веста), Гефест (Вулкан), Деметра (Церера), Посейдон (Нептун).

Например, Дионис формально соотносится с Олимпом, но не причисляется к 12 богам, так как сын Зевса и смертной женщины. Вместо него обычно фигурирует Гестия.

С образом Марса, также соотносятся копьё и **12** щитов.

Известен также алтарь (святилище) двенадцати богов в Афинах, расположенный в северо-западном углу Агоры (522 г. до н.э.). Он является местом моления и убежищ, а также ознаменовал нулевую точку отсчета расстояния.

- **Идеальное государство Платона.** В древности существовали системы мер, основанные на числах с большим количеством делителей. Подтверждение этому мы находим в *Законах Платона.* Философ считал, что идеальное количество граждан в идеальном государстве должно равняться факториалу семи 7! = 1·2·3·4·5·6·7 = 5040.

Это число делится на все числа в пределах десяти. После его разбиения на 12 частей в каждой части оказывается 5040:12 = 420 человек [7]:

> «(737e–738a) Пусть будущих граждан будет пять тысяч сорок... Всё указанное число можно, прежде всего, разделить на две части, затем на три. По своей природе оно делится и на четыре, и на пять, и так вплоть до десяти... Мы признаём наиболее удобным то число, которое обладает наибольшим количеством последовательных делителей. Конечно, всякое число имеет свои разнообразные разделения; число же пять тысяч сорок имеет целых пятьдесят девять разделений, последовательных же – от единицы до десяти...
>
> (745bd) Надо разбить страну на *двенадцать* частей... Граждан также надо разделить на *двенадцать* частей. Вслед за тем эти *двенадцать* наделов надо поделить между *двенадцатью* богами и каждую определённую жребием часть посвятить тому или иному богу, назвав его именем. Такая часть будет носить название филы. В свою очередь и город надо разделить на *двенадцать* частей, точно так же как разделена остальная страна...
>
> (771ac) Нам надо вспомнить о числе пять тысяч сорок: на сколько удобных частей оно делилось – да и делится – как вообще, так и по филам? Каждая фила составляет, как мы положили, одну *двенадцатую* часть этого числа и образуется всего правильнее путём умножения числа двадцать один на двадцать. Общее наше число делится на *двенадцать* частей, на столько же делится число, составляющее филу. Следует вдуматься в то, что каждая такая часть – это священный дар бога: она соответствует месяцам и обращению вселенной».

Кстати, само произведение Платона, написанное в форме диалога, состоит из 12 книг.

Транспонируя рассуждения древнегреческого мыслителя на сегодняшние реалии, невольно возникает мысль, что «число Платона» не такое уж выдуманное.

Если его масштабировать на всю планету Земля, то можно предположить, что численность народонаселения 5,04 млрд весьма близка к идеальному состоянию. Как показывают прогнозно-оценочные расчеты, все люди гарантированно одинаково и достаточно будут обеспечены необходимыми ресурсами и средствами для удовлетворения жизненных потребностей на многие тысячелетия вперед.

- **«Число Платона»: не в бровь, а в глаз.** Число 5040 имеет огромное для своего значения делителей – 60, включая единицу и самое себя.

С учетом ряда отличительных особенностей оно особым образом выделяется на фоне многих остальных "собратьев" – en.wikipedia.org/wiki/5040_(number):

- $n = 5040$ – *супер высокое составное число* (superior highly composite number), то есть существует $\varepsilon > 0$ такое, что для всех $k > 1$

$$\frac{\sigma(n)}{n^{\varepsilon}} > \frac{\sigma(k)}{k^{\varepsilon}},$$

с образованием ряда A002201 (http://oeis.org/): 2, 6, 12, 60, 120, 360, 2520, 5040, 55440, 720720, 1441440, 4324320, 21621600, 367567200, 6983776800, 13967553600…

- $n = 5040$ – *колоссально избыточное число* (colossally abundant number), то есть существует $\varepsilon > 0$ такое, что для всех $k > 1$

$$\frac{\sigma(n)}{n^{1+\varepsilon}} \geq \frac{\sigma(k)}{k^{1+\varepsilon}},$$

с формированием похожей последовательности A004490: 2, 6, 12, 60, 120, 360, 2520, 5040, 55440, 720720, 1441440, 4324320, 21621600, 367567200, 6983776800, 160626866400…

- 5040 – это не только факториал 7!, но и упорядоченное произведение $7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$.

- Сумма 42 последовательных (!) простых чисел: 5040 = 23 + 29 + 31 + 37 + 41 + 43 + 47 + 53 + 59 + 61 + 67 + 71 + 73 + 79 + 83 + 89 + 97 + 101 + 103 + 107 + 109 + 113 + 127 + 131 + 137 + 139 + 149 + 151 + 157 +163 + 167 + 173 + 179 + 181 + 191 + 193 + 197 + 199 + 211 + 223 + 227 + 229.

- Возможно, так совпало ввиду определенной произвольности линейных мер, но $5040 = 3960 + 1080$ – сумма радиусов Земли и Луны в милях. Однако это не всё.

- Поскольку отношение радиусов равно 3/11 их сумму в относительных единицах можно разбить-представить в виде 14 частей, как $\frac{3}{14} + \frac{11}{14}$. Сумма радиусов при делении на 14 дает 360 (градусов круга). Для расстояний-радиусов в такой пропорции подобный выход на угловую меру происходит исключительно для числа 5040.

- Наконец, рассматриваемое натуральное число является предельным в ряду аналогов с большим количеством делителей. Именно здесь просматривается ассоциативная нить-связь с принципом наибольшей идеальности по Платону.

В теории чисел Гай Робин показал (1984) [8], что известная гипотеза Римана (ru.wikipedia.org/?oldid=73010452) эквивалентна (равносильна) следующему утверждению о распределении простых чисел:

для всех $n > 5040$ выполняется неравенство

$$\sigma(n) < e^{\gamma} n \lg \lg n,$$

где $\sigma(n)$ – функция делителей (дивизоров) или сумма положительных делителей числа n;

$\gamma \approx 0{,}577$ – математическая константа Эйлера–Маскерони, определяемая как предел разности между частичной суммой гармонического ряда и натуральным логарифмом числа:

$$\gamma = \lim_{n \to \infty}\left(\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} - \ln n\right) = \lim_{n \to \infty}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} - \ln n\right) \approx 0{,}57722.$$

То есть число 5040, имея очень много делителей (60), является наибольшим известным числом, обладающим уникальным неравенством для суммы $\sigma(n)$ своих делителей.

Подобные числа в теории чисел образуют ограниченную последовательность A067698: 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 16, 18, 20, 24, 30, 36, 48, 60, 72, 84, 120, 180, 240, 360, 720, 840, 2520, 5040 с максимальным элементом 5040.

- **Два круга: 12 Апостолов и 72 апостола.**

В круге первом. Следуя многовековым традициям античных времен, число канонизированных апостолов Христа надежно зафиксировано на уровне 12. Хотя без ущерба их могло быть, например 11, плюс двенадцатый – сам Иисус, как главный проповедник. Или даже 13 – с напрашивающимся включением-добавлением первоверховного апостола Павла.

Греческое слово αποστολος – *апостолос* означает вестник, посланник.

Однако в христианстве это слово получило иной смысл, приведя к образованию целой иерархической структуры наставников: «Бог и Отец всех, который над всеми... и во всех нас» «поставил одних Апостолами, других пророками, иных Евангелистами, иных пастырями и учителями» (Еф.4:6–11).

«Когда же настал день, призвал учеников Своих и избрал из них двенадцать, которых и наименовал Апостолами: Симона, которого и назвал Петром, и Андрея, брата его, Иакова и Иоанна, Филиппа и Варфоломея, Матфея и Фому, Иакова Алфеева и Симона, прозываемого Зилотом, Иуду Иаковлева <Фаддея> и Иуду Искариота, который потом сделался предателем» (Лк. 6:13–16).

Позднее для замены отпавшего Иуды Искариота была проведена жеребьёвка между Матфием и Варсавой. «Выпал жребий Матфию, и он сопричислен к одиннадцати Апостолам» (Деян. 1:26). – Не путать Матфеем-евангелистом.

Павел (Савл из Тарса) не входит в число двенадцати Апостолов, но является одним из самых почитаемых (*первоверховных*) апостолов христианства, наравне с Петром.

Вспомните г. Петропавловск (град Петра и Павла), Петропавловскую крепость в Санкт-Петербурге, Петропавловские соборы и др.

В шиизме известны *двенадцать* имамов (ru.wikipedia.org/wiki/Двенадцать_имамов) –духовные и политические преемники пророка Мухаммеда. Согласно теологии *двенадцати*, всегда существует Имам Вечности. Он наделен божественной властью над всеми делами веры и закона в исламском сообществе.

В круге втором. Существовал и второй более дальний круг учеников-апостолов: «После сего избрал господь и других семьдесят учеников», ибо «**жатвы много, а делателей мало**» (Лк. 10:1–2), – согласно многим древним кодексам – **72 = 6·12** [9].

Так, в некоторых древних рукописях (Ватиканский кодекс, Кодекс Безы и др.) и сочинениях древних христианских писателей (Адамантий, св. Епифаний Кипрский) в этом месте приводится число **72**.

Символика этого числа имеет основание в Писании и соответствует шестикратно умноженному числу колен Израилевых. Число народов в Быт 10 в Септуагинте – 72 (Православная энциклопедия. – pravenc.ru/text/75732.html).

То есть по одному апостолу на символическое число народов земли, произошедших после потопа от Ноя, на которые бог разделил людей: «Вот племена <72> сынов Ноевых ... От них распространились народы по земле после потопа» (Быт. 10).

Число 72 – одно из излюбленных чисел в древности. Встречается практически у всех народов, являясь основой для расчета прецессионного цикла земной оси. На невероятном генетическом уровне засело в человеческой памяти, регулярно фигурируя в мифах и легендах прошлого.

«Оно наделялось особым смыслом: 72 толковника "Септуагинты", 72 составных дхармы буддизма, 72 тысячи каналов йоги, 72 степени веры и покаяния в исламе, 72 вдоха каббалиста. В Авесте перечислены 72 имени Бога <en.wikipedia.org/wiki/Shemhamphorasch>, священный пояс "кушти" состоял из 72 нитей белой овечьей шерсти, символизирующих 72 главы Ясны, литургической части Авесты. Апокалипсис разбивался на 72 главы» [10].

Кроме того, $72^{o} = 360/5$ – это сектор круга, выделенный пентаграммой, а также внешние углы правильного пятиугольника.

72 – максимальное число сфер, касающихся одной сферы в плотной упаковке в 6-мерном пространстве.

Семьдесят два $72 = (6 + 6)\times 6$ – это и три взаимодействующие шестёрки, как символ совершенства и актуальной бесконечности, по нашей версии [11].

Семьдесят два – это сумма четырех и шести последовательных простых чисел:

$$72 = 13 + 17 + 19 + 23 = 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19.$$

$72 = 8\times 9$ – прямоугольное число, являющееся произведением двух последовательных целых чисел.

Итак, имеем в круге первом – 12 и в круге втором – шесть по 12 или 72.

Почти в аналогии-сравнении с Бульварным и Садовым кольцами Москвы.

- **Заветы 12 патриархов** – составная часть апокрифических писаний, которые не вошли в число канонических книг Библии, утвержденных церковными соборами.

Псевдо-эпиграфический трактат составлен в I веке до н. э. в Палестине от имени умирающих двенадцати патриархов – сыновей праотца Иакова в порядке их старшинства от Рувима до Вениамина.

Для большей части указанных сочинений характерно наличие предсказаний о будущем в традициях пророческой литературы и этических наставлений в обыкновениях литературы премудрости.

Реже встречаются повествования, близкие к апокалипсическому жанру.

Первостепенное внимание уделяется нравственному учению.

Писания содержат жизненно важные этические нормы и порицания в таких сферах как блуд, пьянство, зависть и сребролюбие, сострадание и милосердие, гнев и ложь, естественная благость, ненависть, пути пророка и добродетель, целомудрие и др.

- **Право в Древнем Риме.** *Законы двенадцати таблиц* (450 год до РХ) – кодификация государственного закона от народа в Древнем Риме, как первый писаный источник права.

Законы двенадцати таблиц представляют собой свод законов, регулирующих практически все важные сферы: семейные и наследственные отношения, нормы, относящиеся к займовым операциям и уголовным преступлениям, кроме государственного права. Правовые нормы изложены подряд, без отраслевого деления.

Представляет интерес структура данного закона:

Табл. 1. – Судебное производство.

Табл. 2. – Ограбления.

Табл. 3. – Займы и права кредиторов.

Табл. 4. – Права отцов семейства.

Табл. 5. – Наследство и попечительство.

Табл. 6. – Собственность и владение.

Табл. 7. – Пересечение (границ участка) и ущерб.

Табл. 8. – Землевладение.

Табл. 9. – Публичное право. Общественные дела (равных).

Табл. 10. – Погребальное (церемониальное) право.

Табл. 11. – Божественное право (религиозные обряды).

Табл. 12. – Брачное право (мужа).

- **Сказание о двенадцати пятницах** – ещё один средневековый апокриф, возникший, по-видимому, в начале христианской эпохи. На русскую почву текст попал в переводе с греческого языка. Образует пятничный календарь и содержит 12 особо почитаемых славянами пятниц, которые следует чтить строгим постом.

Состав этих почитаемых 12 пятниц различен в локальных традициях.

Согласно сказанию по пятницам происходили важнейшие трагические или грозные события в священной истории

В их числе: изгнание Адама из рая, убийство Каином Авеля, уничтожение Содома и Гоморы, захват Иерусалима Халдеями, избиение Иродом младенцев в Вифлиеме, убийство Ионана Крестителя, распятие Христа и многие другие – ru.wikipedia.org/?oldid=72940385.

- **Система двенадцати рангов** (603 г. н.э.) – классификация придворной и региональной знати японского государства по образцу китайской чиновничьей бюрократии (ru.wikipedia.org/?oldid=67950178). Система устанавливала иерархию 12 ступеней: рангов, цветных головных уборов и аксессуаров, которым соответствовала определённая степень. Названия рангов заимствованы из конфуцианства: благодать, человеколюбие, вежливость, вера, обязанность, мудрость. По две пары: старшая и младшая ступени. Система 12 рангов заложила правовой фундамент японской государственности на сотни лет.

- **Заклятие 12 пещер** (блуждание души) – важный древнеегипетский погребальный текст времен Нового царства или эпохи наивысшего расцвета древнеегипетской государственности, известной наибольшим количеством памятников, которые составляют основу всего наследия цивилизации фараонов (1550–1069 гг. до н. э.).

- **12 выводов лоллардов** (The twelve conclusions of the lollards)– религиозной текстовый документ, содержащий заявление последователей английской средневековой секты лоллардов (1395). Текст документа в виде плаката был прибит к дверям Вестминстерского аббатства и собора Святого Павла, как обычный метод для публикации тех времен. Трактат содержал тридцать семь статей, направленных против разрастающейся коррупции в церкви.

- **12 земных ветвей** – система циклического времяисчисления циклические на основе знаков 12-ричного цикла, которые используются в Китае и других странах юго-восточной Азии для летоисчисления, а также в качестве понятийных операторов в семействе наук классической китайской метафизики (ru.wikipedia.org/?oldid=67312000):

子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥.

Этим знакам соответствуют традиционные зодиакальные животные (12) и пять стихий (вода, земля, огонь, дерево, металл), образуя 60-ричный цикл.

Кроме того, в сочетании с указанными признаками применяются *небесные стволы* – циклические знаки 10-ричного цикла. Чаще всего совместное использование двух циклов исчисления объясняют взаимодействием инь– янь и неба–земли.

Флаг Китайской Народной Республики содержит 12 лучей белого солнца, представляющего 12 месяцев и 12 традиционных китайских часов, каждый из которых соответствует двум современным часам.

- **Этрусское 12-градие** (Etruscan cities) – 12 городов, составлявших в древности этрусский союз на территории нынешней Италии.

- **12 книг риторических наставлений** (Марк Фабий Квинтилиан, 1 век н.э.), как непревзойденный памятник мировой филологии по теории красноречия и ораторского искусства.

- **Двенадцатигранники.** Конечно, самый знаменитый здесь додекаэдр – платоново тело с 12 правильными пятиугольниками. Последние не могут без зазоров покрыть плоскость. Соответственно додекаэдрами нельзя плотно заполнить 3-мерное пространство.

Из этого следует невозможность существования кристаллов с осями симметрии пятого порядка, равно как и кристаллов в форме платоновского додекаэдра.

Однако, известны вирусы и белки в форме додекаэдра с осями симметрии пятого порядка. Полагают, что они приобрели такую форму во избежание кристаллизации.

Из каталоновых 12-гранные формы имеют:

– ромбододекаэдр – 12 ромбов, двойственен кубооктаэдру;

– триакистетраэдр – 12 тупоугольных треугольников, двойственен усеченному тетраэдру.

Пентагондодекаэдр содержит 12 неправильных пятиугольников, симметричных относительно плоскости, проходящей через центр фигуры. Это одна из простых форм кристаллов. Такая огранка характерна, например, для пирита (железного колчедана). Является переходной формой между кубом и ромбододекаэдром. Имеет тетраэдрическую группу симметрии.

- **Пространственная устойчивость.** Можно заметить, что связи-взаимодействия многих живых организмов с пространством или внешним миром основаны на четных органах, в том числе парных.

4 лапы у животных, 6 ног у насекомых, 8 – у пауков и т.п.

Вероятно, здесь прослеживаются такие технические понятия, как устойчивость, надежность, качество <восприятия>.

Животные имеют шесть основных пар для связи-ориентации-движения в пространстве: 2 глаза (зрение), 2 уха (слух), две носовые ноздри (обоняние), 2 передние лапы или руки, 2 задние лапы или ноги, рот и анальное отверстие – 2, как у хордовых.

Последняя пара имеет альтернативно-дуальное толкование: голова и хвост – 2.

Можно добавить органы чувств: язык (вкус) и кожу (осязание).

Всё это достраивает нулевой базис – туловище, внутри которого элементы-органы уже имеют не только парное, но и единичное присутствие. Наверно, для экономии.

Вдаваться в это не будем. Сейчас для на важно другое.

Человек осуществляет **физическую связь с внешним миром** путем 2 × 6 = **12** степеней-связей по две функциональные пары:

ходит – трудится – видит – слышит – дышит – ест-испражняется.

Поэтому такие сказочно-одушевленные персонажи, как циклопы, скорее всего, абсолютная выдумка. Надо полагать, и в космическом измерении.

Раздвоение направлений для удаления твердых и жидких отходов сути вопроса не меняет. Равно как и функциональное совмещение органов, участвующих в размножении. Ибо связь-поиск полов в пространстве осуществляется в основном органами зрения, обоняния и слуха.

- **Алфавитные истоки или буквы на автомобильных номерах (кодах): кириллица–латиница.** «Какой русский не любит быструю езду?» – Но ещё больше русский человек любит собственный алфавит. Даже букве "Ё" поставили памятник в Ульяновске (2005), Москве, Перми! Равно, как и памятник, букве "ў" и обычному апострофу (') в белорусском городе Полоцке (2003). Или "э" – в Петербурге. Куда там альфа, бете и омеге?

Я до сих пор с душевной теплотой вспоминаю детство и рисованные русские сказки, начинающиеся словами «Жили-были» с неповторимой буквой "Ж", разрисованной цветной вязью и орнаментами.

Но то, что любо нам, не всегда подходит им.

Поэтому в ряде случаев приходится идти на компромисс и в чём-то уступать.

В связи с универсализацией кодировки, а также её гармонизацией с европейскими обозначениями, встал вопрос использования ограниченного числа букв русского алфавита, написание которых идентично их латинскому варианту.

Несмотря на обилие исходного 33-буквенного материала, таких букв оказалось всего одиннадцать: А, В, Е, К, М, Н, О, Р, С, Т, Х.

Древние первопроходцы-синтезаторы в своё время создали своеобразные формы типа Ы, Ж, Ш, которые для многих для европейцев похожи на "страшилки".

В условиях дефицита фантазии или ради экономии основных форм-знаков добавили-накрутили ещё хвостики: Д, Ц, Щ, Ъ и т.п.

Получившийся на такой подоснове "автомобильный" арсенал выглядел досадно урезанным, явно не дотягивая до заветного основания "12".

Величайшее желание к количественному совершенству, тем не менее, победило...

Была добавлена двенадцатая буква "У", как прототип латинской "Y". Хотя если приглядеться, то похожесть приближенная. Но другие подходящие элементы в 33-буквенном алфавите просто не оказались.

Так, вместо идентичности буквенных наборов кириллицы-латиницы вынужденно появилось понятие о «сходности в написании».

Впрочем, сходность в написании весьма условная и отдаленная. Кириллица "У" записывается, не отрывая руки: дужка и далее линия, похожая на длинную запятую. Латиница "Y" записывается за два приёма: дужка и отдельно пристроенная к ней палочка. Либо наоборот.

Уместно вспомнить в этой связи открывающиеся титры в фильме «12 стульев» (The twelve chairs, 1970, USA), дающие название фильма на русском «Двенадцать Ст**ч**льев» с заменой букв: "у" на "ч".

По сравнению с русским в украинском алфавите не используются Ёё, Ъъ, Ыы, Ээ, но присутствуют Ґґ, Єє, Ii, Її. В белорусском алфавите нет Ии, Щщ, Ъъ, но применяются Ii, Ўў.

В контексте "двенадцати совпадений" украинский и белорусский варианты старославянского алфавита оказались априори более гибкими. – За счет буквы "I" с её абсолютным сходством со своей латинской близняшкой.

Понятно, что 12-буквенная тождественность кириллицы–латиницы по ряду обстоятельств и соображений является обыкновенным совпадением. Можно сказать, с наличием элементов случайности.

И всё-таки... Если исходить из критерия абсолютной идентичности, то 12-буквенная украинско-белорусская символика на автомобильных номерах является тождественной латинской без искусственных натяжек:

A	B	E	I	K	M	H	O	P	C	T	X

С точки зрения реалий 12-элементный русский алфавит с буквой "У" также вполне справляется с поставленными задачами в практическом использовании.

Речь не об этом...

В данном случае мы делаем исключительный акцент на 12-знаковую структуру. Как генетически врожденную приверженность человека погружаться в подобные системы где-то на подсознательном уровне.

Поэтому здесь важно, чтобы анализируемые конструкции полностью отвечали исходным положениям по соблюдению формальных признаков для соотнесения в выбранную 12-знаковую систему.

В отличие от безусловной идентификации знаков украинского и белорусского алфавита, русский аналог буквально один шаг не дотягивает до абсолютного сходства по выбранной 12-разрядной шкале.

- **Сказка – ложь, но в ней намек.** Число 12 – особенное, полное мифов-легенд и самое новогоднее число.

В полной мере число 12 представлено в русских народных сказках:

√ «Иван-царевич скопал (землю), видит чугунную доску на *двенадцати* замках; замки он тотчас же сорвал и двери отворил, вошел под землю: тут прикован на *двенадцати* цепях богатырский конь» (Кощей Бессмертный).

√ «Выезжает чудо-юдо *двенадцатиголовое*. Все *двенадцать* голов свистят, все двенадцать огнем-пламенем пышут. Конь у чуда-юда о *двенадцати* крылах...» (Иван – крестьянский сын и чудо-юдо).

√ «Отвинти все *двенадцать* винтов – и явятся перед тобою *двенадцать* тысяч человек, что захочешь, то им и приказывай, – все тебе будет исполнено» (Сказка про перстень о двенадцати винтах).

√ Из челобитной Пахома: «Занял-де бурлак у меня *двенадцать* вареных яиц и доселева не отдает, отчего причинил мне великие убытки. Из дюжины яиц вывелось бы у меня *двенадцать* цыплят; те цыплята выросли бы большими курами, и каждая снесла бы мне по малой мере по сотне яиц; из тех яиц вывелись бы новые цыплята...» [12, с. 372] (Мудрая дева).

√ «Вошли в избушку, а в избушке никого нет – только гроб на столе стоит, на том гробу *двенадцать* железных обручей набито...» [12, с. 378] (Бесстрашный).

√ «Завтра, как придёшь ты за мною, хозяин всех нас *двенадцать* выпустит белыми голубями... После выведет он тебе *двенадцать* жеребцов... После того выведет к тебе *двенадцать* добрых молодцев...».

«После того выпустил он *двенадцать* белых голубей... В другой раз выпустил он *двенадцать* жеребцов... В третий раз вышли *двенадцать* добрых молодцев» (Хитрая наука)

√ «Жил богатый именитый купец, у него была дочь-красавица. Прослышали про нее двенадцать разбойников, свели с купцом знакомство, стали навещать его...» [12, с. 376] (Королева и разбойники).

Кроме того, символика 12-ти издавна использовалась в народном творчестве для усиления эффекта таинственности, загадочности.

В 12 часов начинаются невероятные превращения и волшебство, поэтому символику 12 часто используют именно в волшебных сказках: ровно в 12 часов падают запоры, растворяются двери, оживают и начинают творить свои черные дела покойники (Рассказы о мертвецах), солдату слышится, что кто-то гласит из башни (Елена Премудрая) и т.д.

Как не вспомнить немецкую сказку братьев Гримм «The twelve dancing princesses» – 12 танцующих принцесс.

Или «Дикие лебеди» Андерсена, в которой главными героями являются 12 детей: одиннадцать сыновей-принцев и одна дочь.

Ну, и конечно, известные русские пословицы и поговорки:

Двенадцать братьев друг за другом ходят, но друг друга не обгоняют.

Правда *двенадцать* цепей разорвет.

Одного воробья на *двенадцать* блюд не разложишь.

Рассыпался горох на *двенадцать* дорог.

Эти списки можно продолжать.

Часть 8. Степенные особенности

И помни, Золушка: как пробьет двенадцать,
начнется ... полное импортозамещение!
В современной интерпретации Ж.Ковбасюк

Продолжим начатые ранее исследования [1, 13] по уникальной подборке разнообразных свойств числа "двенадцать", ограничившись особенностями степеней.

Числовая рапсодия или беглая импровизация. Абсолютизировать значение чисел, скорее всего, также неразумно, как и недооценивать их роль в жизни человека. Равно как и рассматривать их непреложный статус в мироздании, что далеко не очевидно. Хотя бы потому, что во многом это искусственные образования. Движение-взаимодействие может осуществляться в виде системных отношений и качественных категорий. Посредством сравнений: «ближе – дальше», «сильнее – слабее» и т.п. Без непременного перевода на системы счисления и цифровые языки. То, что подходит человеку, не обязательно означает удобство-приемлемость для неживой природы.

Другой аспект касается многообразия видов чисел. Сам факт его существования ставит под сомнение их физическую реализуемость. Поскольку в отношении-сопоставлении часто достаточно оценить «больше – меньше», «выше – ниже», «теплее – холоднее», и вовсе не важно насколько? – То есть величины на уровне сравнений.

Ну, а бесконечное множество систем счисления, которое одному и тому же математическому объекту дает множество количественных описаний, вообще ставит жирный вопрос на идее значимости числовых форм, ввиду возможности (пусть и теоретической) их бессистемной волюнтаристической привязки...

Даже сравнительно простое понятие целого числа на деле оказывается слабо реализуемым действом без принятия массы ограничительно-искусственных условий (целостность, неизменность и т.д.).

Или взять множество прекрасных теорем – триумфа человеческого гения – в области чисел. Для многих они являются скорее самореализацией собственной значимости математиков, чем реальным инструментом в познании природы.

Такая себе ярмарка-выставка красивых, но малополезных и бесполезных вещей, которые в отличие от произведений искусства являются плодом человеческих фантазий, не выходящих далеко за пределы мозговых извилин. И в этом есть доля правды.

Наверное, нужно безмерно верить в эти самые числа (возможно, больше чем в бога), чтобы считать как Пифагор, что они правят миром. Весь вопрос, как? – Поскольку управление – это, прежде всего, иерархия и последовательность функций управления, таких как планирование и организация, регулирование и контроль, учет, анализ и др. Например, как именно и чем буквально правит десятизначное число, записанное из $(10^{100})^{100}$ цифр?

Можно возразить и сказать, что не все, а только некоторые избранные из них. То же число π. Но, конечно, не в нашем представлении, с бесконечным количеством знаков, а как-то иначе. Что, скорее всего, останется вне зоны полного познания. Не исключены методы управления вовсе не на языке чисел, но с привлечением иных форм. Числа помогают нам познавать мир в удобной мере, и не более того.

Так вероятность извлечения из натурального ряда двух чисел, не имеющих общих сомножителей, равна $6/\pi^2$. – Каждое слово данного утверждения настолько отвлеченно, что само предложение не имеет физической реализуемости. Хотя на математическом языке всё выглядит довольно корректно.

Нельзя описать мир с помощью одних чисел, но стремиться к этому можно. – В формализованном контексте.

Как в зазеркалье киноискусства, когда мы наблюдаем мир со стороны остающихся в кадре живых. То есть тех, кто де-факто убивает, но не наоборот. Ибо сторона или точка зрения умерших людей нам неизвестна.

Можно только догадываться...

- **Временная подоснова или к истокам.** Длительные наблюдения человека за астрономическими объектами позволили выявить циклические повторения.

Солнце следовало с периодом немногим больше 360 дней. Луна – немногим меньше 30.

Их целочисленное совмещение во времени дало основание для выделения 12-кратного повторения-совмещения луны на фоне вращения солнца $\underline{12 \times 30 = 360}$.

Так появилось деление на месяцы. С небольшими отклонениями. Так, в древнейшую эпоху солнечный армянский год состоял из 365 дней – 12 месяцев по 30 дней и 5 дней составлявших дополнительный месяц Авеляц.

Число 12 оказалось весьма удобным для пользования, поскольку содержало четыре делителя (не считая крайних): 2, 3, 4, 6, то есть $12 = 2 \times 6 = 3 \times 4$.

Если рассматривать правильные многоугольники на геометрической плоскости, то 10-угольник можно составить исключительно из двух 5-угольников.

Возможности для образования 12-угольника гораздо шире: четыре треугольника, три квадрата и два шестиугольника (рис. 2).

И всё благодаря способности числа 12 делиться нацело на 4, 3 и 2. Оно делится и на 6. Но "двухугольники" в евклидовой геометрии отсутствуют. На сферах, в частности, есть, – между двумя несовпадающими меридианами Земли.

Теперь год стало удобным разбивать на 2, 3, 4 или 6 равных частей.

Со временем появилось естественное разбиение на 4 сезона: зима, весна, лето, осень. Ещё позже в статистике – два полугодия и четыре квартала.

Конечно, велико было желание заполучить ещё одни пропущенный делитель – 5.

В результате, было выделено ещё одно знаменитое число $60 = 5 \times 12$ – чрезвычайно удобное число, которое делится на подряд идущие делители 1, 2, 3, 4, 5, 6 и другие их производные.

То есть отсутствующий в двенадцати делитель пять, теперь компенсируется в числе 60.

Отсюда пошли 60 минут, 60 секунд.

Сумма этих делителей равна 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21. Возможно, отсюда позже появилось знаменитое "очко".

Так возник большой 60-летний цикл восточного календаря, состоящий из пяти 12-летних циклов.

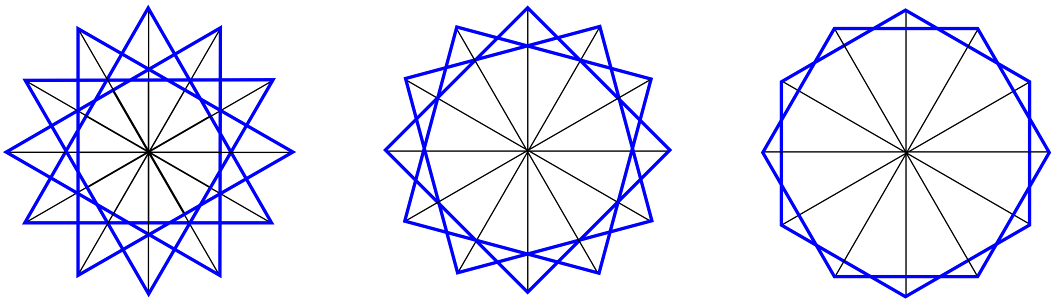


Рис. 2. Варианты составления правильного 12-угольника из правильных многоугольников меньшей размерности

- 365 дней и не только. В бесконечном ряду чисел есть удивительный случай, когда суммы квадратов пяти соседних чисел равны между собой

$$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2 = 365 .$$

Причем именно этим числом – 365 дней – выражается среднее время полного оборота Земли по орбите вокруг Солнца.

Если просто сложить $10 + 11 + 12 + 13 + 14 = 60,$ то получается число минут в часе.

Среднее арифметическое от этих пяти чисел будет совершенное **число 12.**

Примечательно, что 365 – наименьшее число, которое может быть записано в виде суммы последовательных квадратов более чем одним способом.

Более того, 365 – единственное число, которое имеет представление в виде суммы трёх или суммы двух квадратов последовательных положительных чисел и при этом все пять чисел последовательны (10, 11, 12, 13, 14).

Неслучайно данная задача вошла в историю в качестве художественного образа на картине русского художника-передвижника, академика живописи Николая Петровича Богданова-Бельского (1868–1945): «Устный счёт. В народной школе С.А. Рачинского».

На картине изображена деревенская школа конца XIX века во время урока арифметики при вычислении-упрощении дроби в уме:

$$\frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{365} = ?$$

Устный счет сравнительно легко выполняется, если в центр визуализации поставить **число 12**, записав сумму следующим образом

$$(12-2)^2 + (12-1)^2 + 12^2 + (12+1)^2 + (12+2)^2 = 5 \cdot 12^2 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 1 = 5 \cdot 144 + 10 = 730.$$

Здесь удвоенные произведения квадратов двучленов слева и справа от 12^2 взаимно уничтожаются (их можно не считать), что и упрощает вычисления.

- **Обобщение суммирования квадратов.** Упомянутая числовая форма равенства сумм квадратов является частным случаем более общей задачи [14]:

найти $n+1$ последовательных чисел, сумма квадратов которых равна сумме квадратов следующих n чисел

$$x^2+(x+1)^2+\ldots(x+n)^2=(x+n+1)^2+(x+n+2)^2+\ldots+(x+2n)^2,$$

где x – первое из искомых чисел.

Перенесём все слагаемые из левой части, кроме первого, в правую часть и сгруппируем

$$x^2=\left[(x+n+1)^2-(x+1)^2\right]+\ \ldots\ +\left[(x+2n)^2-(x+m)^2\right].$$

Преобразуем содержимое квадратных скобок по формуле разности квадратов и перегруппируем:

$$x^2=n(2x+n+2)+\ \ldots\ +n(2x+n+2n);$$

$$x^2=n[(2x+\ldots+2x)+(n+\ldots+n)\ \ \ldots\ +(2+4+\ldots+2n)].$$

В каждой круглой скобке по n слагаемых. В последней – сумма n членов арифметической прогрессии.

Таким образом, получаем $x^2=n\left[2xn+n^2+n(n+1)\right]$ или квадратное уравнение

$$x^2-2n^2x-n^2(2n+1)=0$$

с его корнями $x_1=n(2n+1)$, $x_2=-n$, $n=1,2,3,\ldots$

Второе значение корня, будучи подставлено в исходное уравнение, приводит к тождеству при любом n: $(-n)^2+(-n+1)^2+\ldots+(-1)^2=1^2+2^2+\ldots+n^2$.

Поэтому искомым решением задачи является значение первого корня (табл. 1).

Таблица 1

Примеры равенства сумм квадратов последовательных чисел

n	x	Числовое равенство	Сумма
1	3	$3^2+4^2=5^2$	25
2	10	$10^2+11^2+\mathbf{12}^2=13^2+14^2$	60
3	21	$21^2+22^2+23^2+\mathbf{24}^2=25^2+26^2+27^2$	365
4	36	$36^2+37^2+38^2+39^2+40^2=41^2+42^2+43^2+44^2$	2030
5	55	$55^2+56^2+57^2+58^2+59^2+60^2=61^2+62^2+63^2+64^2+65^2$	7230

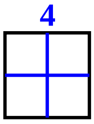
Процесс образования равных сумм квадратов последовательных чисел можно продолжать бесконечно по формуле $x=n(2n+1)$, где x – первое число, n – количество слагаемых в правой части, $x+2n$ – последнее число.

Средние числа имеют вид $2n(n+1)$. Они, в частности, описаны, в целочисленной последовательности A046092: 0, 4, 12, 24, 40, 60, 84, 112, 144, ...

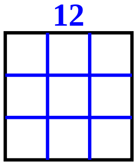
Здесь у нас присутствуют такие числа, как 12, $12\times2=24$, $12\times5=60$, $12^2=144$.

Вместе с базовой формой "12" они имеют ряд любопытных свойств:

4



12



- Количество "внутренних" ребер $(n+1)\times(n+1)$ квадратной сетки со всеми заполненными горизонтальными и вертикальными отрезками.

Число 12 соответствует квадратной сетке размером 3×3.

▪ Количество способов изменить две не одинаковые буквы в слове aabbccdd..., где n – типы букв.

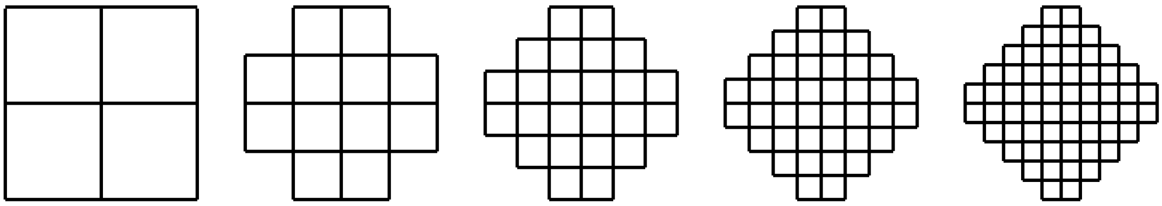
aabb – 4: abab, abba, baab, baba

aabbcc – **12**:

aabcbc	acbbac	ababcc
aabccb	acbbca	abbacc
aacbbc	cabbac	babacc
aacbcb	cabbca	baabcc

▪ **Алмаз Ацтеков.** В комбинаторной математике, алмаз Ацтеков [15] порядка n состоит из всех квадратов квадратной решетки, центры которых (x, y) удовлетворяют неравенству $|x|+|y| \le n$, где n – фиксированное целое число. Квадратная решетка состоит из единичных квадратов с началом в вершине четырех из них так, что x и y – "полуцелые" числа вида $n+1/2$, то есть рациональные числа с дробной частью 0,5.

Теорема утверждает, что количество вариантов по разбиению алмаза Ацтеков порядка n на обычное домино 1×2 составляет порядка $2^{n(n+1)/2}$.



4 **12** **24** 40 **60**

▪ Количество $(n-1)$-мерных сторон $(n+1)$-мерного гиперкуба. Например, квадраты имеют 4 угла, кубы обладают **12** ребрами и т.д.

• **Суммы 12 разных степеней.**

Весьма любопытны такие тождества для 12 чисел [16, № 339]:

$$1+6+7+17+18+23=2+3+11+13+21+22;$$

$$1^2+6^2+7^2+17^2+18^2+23^2=2^2+3^2+11^2+13^2+21^2+22^2;$$

$$1^3+6^3+7^3+17^3+18^3+23^3=2^3+3^3+11^3+13^3+21^3+22^3;$$

$$1^4+6^4+7^4+17^4+18^4+23^4=2^4+3^4+11^4+13^4+21^4+22^4;$$

$$1^5+6^5+7^5+17^5+18^5+23^5=2^5+3^5+11^5+13^5+21^5+22^5.$$

Поразительно, но увеличение-уменьшение всех этих чисел на любое целое число приводит к тем же свойствам степеней.

Разгадка кроется в алгебраическом равенстве

$$(m-11)^k+(m-6)^k+(m-5)^k+(m+5)^k+(m+6)^k+(m+11)^k=$$
$$=(m-10)^k+(m-9)^k+(m-1)^k+(m+1)^k+(m+9)^k+(m+10)^k,$$

где m – любое число, k = 1, 2, 3, 4, 5.

Отдельный интерес представляют сами по себе числа, которые вычитаются из числа m или прибавляются к нему.

6	−11	5
−16	**12**	4
10	−1	9

Эти числа, взятые со знаком плюс либо минус, входят в состав верхней и нижней строки так называемого "нулевого" неполного волшебного квадрата, в котором сумма чисел по всем строкам и столбцам равна нулю.

Объединяющим центром этого квадрата является число **12**.

Отметим другую замечательную особенность данной конструкции: суммы произведений чисел по строкам, по столбцам, а также по всем диагоналям, которые могут образовываться при любом перемещении строк и столбцов квадрата, равны между собой (подчеркивание соотносится с минусом – для наглядности написания):

$$6\cdot\underline{16}\cdot10 + \underline{11}\cdot12\cdot\underline{1} + 5\cdot4\cdot\underline{9} = 6\cdot\underline{11}\cdot5 + \underline{16}\cdot12\cdot4 + 10\cdot\underline{1}\cdot\underline{9} =$$

$$= 6\cdot12\cdot\underline{9} + \underline{11}\cdot4\cdot10 + 5\cdot\underline{16}\cdot\underline{1} = 5\cdot12\cdot10 + \underline{11}\cdot\underline{16}\cdot\underline{9} + 6\cdot4\cdot\underline{1} = -1008 = -7\cdot\mathbf{12}^2.$$

Если элементы-числа любого столбца или строки обозначить буквами *a*, *b*, *c*, то, кроме основного тождества $a+b+c=0$, также справедливы соотношения:

$$a^2-bc=b^2-ca=c^2=ab, \qquad a^3+b^3+c^3=3abc.$$

• **Двенадцать и пятая степень.** Эта тема имеет непосредственное отношение к живым объектам, их физическим формам. Первым делом, на Земле. С вероятным транспонированием на ближайший космос. О далеких мирах пока приходится только мечтать, наблюдая в телескопы.

Сначала приведем некоторые числовые закономерности. Они важны как "проводники-поводыри" от формализованных отношений-связей к природным образованиям.

Наиболее отчетливо связь числа "двенадцать" и пятого порядка, как ни странно, проявляется на уровне суммирования чисел в пятой степени.

Прежде всего, 12 является наименьшим числом, которое, будучи в пятой степени, разлагается на сумму из шести слагаемых, тоже в пятой степени [17]:

$$\mathbf{12}^5 = 4^5 + 5^5 + 6^5 + 7^5 + 9^5 + 11^5.$$

Далее такому условию удовлетворяют числа 30, 32, 67, 78, 99...

Но это не всё... Семьдесят два (или 6 по двенадцать) – наименьшее число в этом плане для суммы пятых степеней уже пяти натуральных чисел:

$$(\mathbf{6\cdot12})^5 = 19^5 + 43^5 + 46^5 + 47^5 + 67^5.$$

Следующие подобные числа – 94, 107, 365 и др.

Наконец, 12 в квадрате является наименьшим числом для суммы из четырёх слагаемых:

$$(\mathbf{12\cdot12})^5 = 27^5 + 84^5 + 110^5 + 133^5.$$

Следующее подобное число равно 85359.

Подобного решения для трёх слагаемых степеней нет.

Вот такая получается подборка при суммировании пятых степеней, где наименьшими базовыми становятся числа 12, 72 = 6·12 и 144 = 12·12.

Итак, двенадцать – минимальная формообразующая компонента для уравнивания пятых степеней четырех, пяти и шести натуральных чисел:

$$(1\cdot12)^5 = \sum{}_6 a_i^5, \qquad (6\cdot12)^5 = \sum{}_5 b_i^5, \qquad (12\cdot12)^5 = \sum{}_4 c_i^5. \qquad (1)$$

Теперь несколько слов о рядом идущей параллели.

Максимальную упаковку (световую) трехмерного пространства даёт дюжина (12) одинаковых конусов (рис. 3), исходящих из одного центра, каждый из которых касается пяти таких же конусов [18].

Другими словами, наиболее плотно евклидово пространство заполняется с помощью 12 равных круговых конусов, выходящих из одной общей точки, что позволяет это назвать "*конусной упаковкой*".

Самая большая плотность конусной упаковки получается у додекаэдра ~ 89,61 %. С учётом симметрии получаем шесть пар конусов по два в противоположные стороны.

С другой стороны, тела платоновского додекаэдра с осью симметрии пятого порядка не способны к плотному заполнению пространства и формированию твердых кристаллов.

Именно поэтому живые формы в процессе своей эволюции предпочли симбиоз: максимальное заполнение пространства путем сцепления живых клеток плюс свобода движения-перемещения. Что неминуемо отпечатлелось даже на образовании формальных числовых тождеств (1).

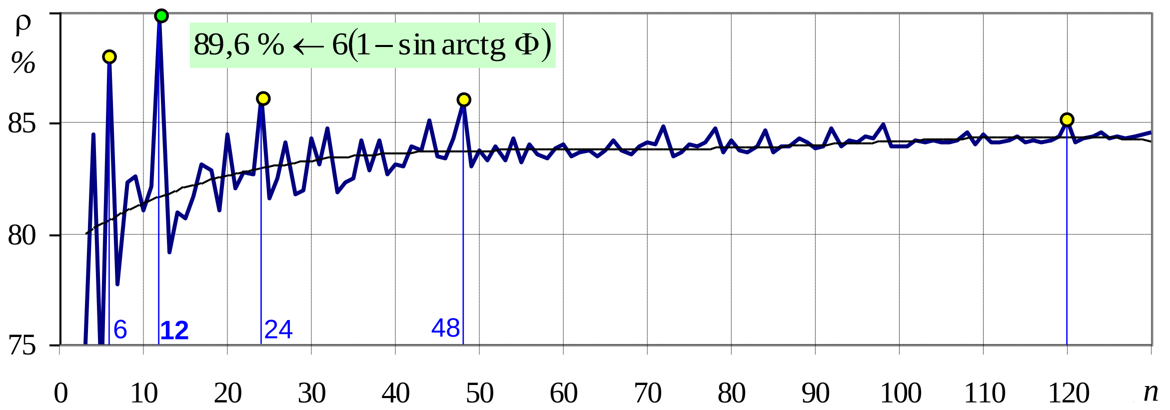


Рис. 3. Плотность конической упаковки трёхмерного пространства
n одинаковыми конусами: $\Phi \approx 1{,}618$ – константа золотого сечения

Божественная концепция создания «по образу-подобию», если таковою руководствоваться на принципах веры, ещё больше усиливает тезу о (5–12)-звенной структуризации живого. Поскольку выкристаллизовывает и приумножает идею о совершенстве творца.

- **Двенадцать в "диофантах".** Характерные особенности числа 12 отчетливо проявляются и в других диофантовых формах (равенствах) вида $\{n, q, p\}$, где n – порядок или степень; q, p – количество слагаемых соответственно в левой и правой части равенства.

В частности с кубами [19].

Минимальная форма-решение {3, 1, 3} представления куба числа в виде суммы трех кубов имеет вид, с косвенным участием числа 3 + 4 + 5 = 12:

$$3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3.$$

Само число 12 увязывает сумму пяти кубов:

$$3^3 + 4^3 + 5^3 + 8^3 + 10^3 = \mathbf{12}^3.$$

В минимально возможной форме типа {3, 2, 2} наибольшим числом является 12:

$$1^3 + \mathbf{12}^3 = 9^3 + 10^3.$$

Наибольший интерес представляет уравнивание двух сумм по шесть слагаемых или двенадцать кубов {3, 6, 6}:

$$1^3 + 2^3 + 4^3 + 8^3 + 9^3 + \mathbf{12}^3 = 3^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 10^3 + 11^3.$$

Это минимальная из всего набора форма вида {3, 6, 6}, причем такая, которая содержит наибольшее число, равное 12.

То же самое имеем для единственно известной формы {3, 4, 4}. Причем снова с максимальным в ней числом 12:

$$2^3+3^3+10^3+11^3 = 1^3+5^3+8^3+\mathbf{12}^3.$$

Для шестой степени $n = 6$ характерна единственно-известная форма {6, 10, 2} с двумя отличительными особенностями: 12 слагаемых [20] и среди них максимальное число 12:

$$1^6+1^6+1^6+4^6+4^6+7^6+9^6+11^6+11^6+11^6=12^6+12^6.$$

Похожее на кубический вариант имеется и решение для седьмой степени {7, 6, 6}:

$$2^7+3^7+6^7+6^7+10^7+13^7=1^7+1^7+7^7+7^7+12^7+12^7.$$

Аналогично для структуры {8, 8, 8}:

$$1^8+3^8+7^8+7^8+7^8+10^8+10^8+10^8+\mathbf{12}^8=4^8+5^8+5^8+6^8+6^8+11^8+11^8+11^8.$$

Наименьшая форма {9, 5, 5} имеет минимальное число 12:

$$192^9+101^9+91^9+30^9+26^9=180^9+175^9+116^9+17^9+\mathbf{12}^9.$$

Таким образом, сравнение разных степенных соотношений позволяет утверждать о структурно-образующей роли числа 12, выражаясь максимальным или минимальным значением среди остальных чисел, участвующих в "склеивании" равенств.

- **12 – визитная карточка чисел Фибоначчи.** Дж. Кон в 1964 г. доказал, что точными квадратами среди классических чисел Фибоначчи F_n являются исключительно числа с индексами $0, 1, 2, 12$, а именно

$$F_0=0^2=0,\quad F_1=1^2=1,\quad F_2=1^2=1,\quad F_{12}=12^2=144.$$

При этом для $n = 0, 1, 12$ верно утверждение $F_n=n^2$.

Таким образом, $12^2 = 144$ – наибольший квадрат в последовательности чисел Фибоначчи. Отбросив очевидные квадраты 0 и 1, можно считать 12^2 единственным нетривиальным квадратом Фибоначчи.

При этом двенадцатый член $F_{12}=12^2=144$ – первый элемент последовательности, который содержит три цифры.

Известно любопытное представление [21, с. 251] чисел Фибоначчи F_{n+1} через определитель трёхдиагональной матрицы (матрицы Якоби, en.wikipedia.org/wiki/Tridiagonal_matrix) размером $n\times n$, в которой элементы главной диагонали и наддиагонали равны 1, элементы поддиагонали –1.

Таким образом, имеет место значение определителя матрицы размером 11×11 или 13×13 (в зависимости от углового элемента 0 или 1):

$$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 1 & 1 & \ddots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}_{11\times 11} = \begin{vmatrix} \mathbf{0} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 1 & 1 & \ddots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}_{13\times 13} = \mathbf{144}.$$

Системы линейных алгебраических уравнений с трёхдиагональными матрицами встречаются при решении многих задач математики и физики.

В связи с этим представляет интерес формализованное *выражение константы золотого сечения* $\Phi \approx 1{,}618$ через предельное отношение определителей квадратных трёхдиагональных матриц особого вида

$$\lim_{n\to\infty} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 1 & 1 & \ddots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}_{(n+1)\times(n+1)} : \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 1 & 1 & \ddots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}_{n\times n} = \Phi.$$

Данное соотношение, возможно, не столь эффектно, как состоящая только из единиц бесконечная непрерывная (цепная) дробь $\Phi = 1 + \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\ldots}}}$. Но имеет чрезвычайную значимость для общей теории математического "золотого" феномена.

Действительно, в общем виде последовательность определителей

$$f_{n+1} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & 0 & \cdots & 0 \\ c_1 & a_2 & b_2 & \ddots & 0 \\ 0 & c_2 & a_3 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & b_n \\ 0 & 0 & 0 & c_n & a_{n+1} \end{vmatrix}$$

трёхдиагональной матрицы порядка n (иногда называется континуантой) может быть вычислена согласно рекуррентной формуле [22]

$$f_{n+1} = a_{n+1} f_n - b_n c_n f_{n-1}$$

с начальными условиями: $(f_{-1},\ f_0) = (0, 1)$.

Очевидно, если элементы удовлетворяют равенствам $a_i = 1,\ b_i c_i = -1$, то образуются числа Фибоначчи, с их последующим предельным соотношением в виде константы золотого сечения. При $a_i = p,\ b_i c_i = -q$ разностная форма имеет характерное алгебраическое уравнение квадратного вида $x^2 = px + q$.

- **12 – эксклюзивный элемент последовательностей Фибоначчи.** Во всей своей красе число двенадцать предстаёт в последовательности Фибоначчи с начальными условиями (0, 12) так, что 12-й член ряда равен 12^3 = 1728!

(0, 12), 12, 24, 36, 60, 96, 156, 252, 408, 660, 1068, 1728...

Не менее впечатляюще выглядит последовательность Фибоначчи с начальными условиями $\left(0,\ 12^2\right)$ так, что 12-й член ряда равен 12^4 = 20736:

0, 144, 144, 288, 432, 720, 1152, 1872, 3024, 4896, 7920, 12816, 20736...

В общем случае для начальных условий $\left(0,\ 12^2 k\right)$ двенадцатый элемент ряда Фибоначчи равен $12^4 k$.

В частности, исходная пара $\left(0, 12^m\right)$ дает двенадцатый элемент 12^{m+2}.

Всё потому, что в обычных числах Фибоначчи, начинающихся с пары (0, 1), 12-й член равен квадрату двенадцати.

Далее, с изменением начального условия, происходит обычное масштабирование. Но такое, казалось бы простое свойство масштабирования, характерно именно для числа 12!

Число 144 = 12·12. Некоторые свойства.

- Равно произведению цифр, умноженному на их сумму [23]:

$$144 = (1\cdot 4\cdot 4)(1+4+4) = 16\cdot 9\,.$$

Другим подобным числом, не считая тривиальной единицы, является 135 и всё! – A038369.

- Равно сумме двух "соседних" факториалов (A001048):

$$144 = 5\,! + 4\,! \;=\; (1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5) + (1\cdot 2\cdot 3\cdot 4) = 120 + 24\,.$$

- Равно произведению двух "соседних" факториалов (A010790 – 1, 2, 12, 144, 2880, 86400...):

$$144 = (4\,!)(3\,!) = \;(1\cdot 2\cdot 3\cdot 4)(1\cdot 2\cdot 3) = 24\cdot 6\,.$$

Данный числовой ряд a_n, содержащий 12 и 144, имеет характерные реализации-интерпретации:

- Пусть M – квадратная $n{\times}n$ симметричная матрица $m_{i\ j} = 1/\min(i,\ j)$.

Тогда для $n \ge 0$ определитель матрицы равен $|M| = (-1)^n / a_{n-1}$. В частности,

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 1/2 & 1/3 \end{vmatrix} = \frac{(-1)^2}{\mathbf{12}}; \qquad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 1/2 & 1/3 & 1/3 \\ 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 \end{vmatrix} = \frac{(-1)^2}{\mathbf{144}}.$$

- Если n женщин и n мужчины рассаживаются вокруг круглого стола так, что отсутствуют сидящие рядом два пола, то число возможных размещений есть a_{n-1}.

- Количество направленных гамильтоновых циклов в полном двустороннем графе $K(n, n)$.

- a_n – количество перестановок из чисел $(1, 2, 3\ldots 2n)$ таких, что отсутствуют смежные нечетные числа.

- a_n – количество перестановок из чисел $(1, 2, 3\ldots 2n+1)$ таких, что отсутствуют смежные нечетные числа.

- Равно сумме двух соседних простых чисел $144 = 71 + 73$, также как и 12 = 5+7.

- Последовательность A045623: 1, 2, 5, **12**, 28, 64, **144**, 320, 704, 1536... :

▪ Количество единиц во всех композициях натурального числа (n + 1), количество двоек во всех композициях (n + 2), количество троек во всех композициях (n + 3) и т.д.

Например,

4 = 1+1+1+1 = 1+1+2 = 1+2+1 = 2+1+1 = 1+3 = 3+1 = 2+2 – 12 единиц;

5=1+1+1+2=1+1+2+1=1+2+1+1=2+1+1+1=1+2+2=2+1+2=2+2+1=2+3=3+2=... – 12 двоек.

Таким образом,

– количество элементов k во всех композициях числа $4 + k$ равно 12;
– количество элементов k во всех композициях числа $7 + k$ равно 144=12·12.

▪ Разность общего количества элементов во всех композициях чисел (n + 1) и n.

Так, все композиции числа n = 3 = 1+1+1 = 1+2 = 2+1 содержат 8 элементов, а числа n + 1 = 4 соответственно 20. Отсюда 20 – 8 = 12.

▪ Количество триангуляций правильного (регулярного) (n+3)-угольника, в которых каждый составляющий треугольник содержит, по крайней мере, одну сторону исходного многоугольника, в том числе:

12 – число триангуляций 6-угольника;
144 – число триангуляций 9-угольника.

Триангуляция многоугольника P – его декомпозиция на множество треугольников, внутренние области которых попарно не пересекаются и объединение которых в совокупности составляет P.

▪ Количество слабых композиций – *weak compositions* числа n, в которых обязательно присутствует один нуль. Например, число 3 раскладывается на следующие 12 слабые композиции (между цифрами предполагается наличие знака +):

1110, 1101, 1011, 0111, 120, 102, 012, 210, 201, 021, 30, 03.

Аналогично для числа 6 имеется 144 подобных композиций.

• 144 – максимально возможный определитель бинарной матрицы Адамара [24], состоящей из 0 и 1, размером 9×9. – A003432.

Количество таких матриц чрезвычайно велико, исчисляется 13716864000. Но их определители всё равно не превышают 144.

Литература:

1. Василенко С.Л. Свойства 12 (числа) в основаниях мироустройства. Части 1–6 // Академия Тринитаризма. – 2011. – URL: http://www.trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/0738-00.htm / URL: trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161815.htm, **19**, **22**, **29**, **38**, **63**.
2. Лосев А.Ф. Диалектические основы математики. М.: Academia, 2013 – 800 с.
3. Керлот Х.Э. Словарь символов: пер. с англ.– М.: REFL-book, 1994. – 608 с.
4. Лосев А.Ф. История античной эстетики. Итоги тысячелетнего развития. Т. VIII, книги I и II. – М.: Искусство, 1992, 1994. – Ч. 6, гл. 2. Число и континуум. – URL: psylib.org.ua/books/lose008/txt20.htm.
5. Проскурин С.Г. Индоевропейские ритуалы и право. К вопросу о сетевом характере международного права // Критика и семиотика. – Новосибирск: НГУ, 2009. – С. 112-120.
6. Тахо-Годи А.А. Греческая мифология. – М.: Искусство, 1989. – 304 с.
7. Щетников А.И. Золотое сечение, квадратные корни и пропорции пирамид в Гизе // Историко-математические исследования. – 2009. – № 13(48). – С. 198-217. – URL: nsu.ru/classics/pythagoras/Pyramis.pdf.
8. Guy Robin, Grandes valeurs de la fonction somme des diviseurs et hypothese de Riemann // J. Math. Pures Appl. 63 (1984), 187-213.
9. Лопухин А.П. Толковая Библия Ветхого и Нового Завета. – URL: http://azbyka.ru/otechnik/Biblia/tolkovaja_biblija_53/.

10. Григорьев А. Код Апокалипсиса. – М.: Accent Graphics commun., 2013. – 130 с.
11. Василенко С.Л. 666 – символ совершенства и актуальной бесконечности // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15872, 08.04.2010. – URL: trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161632.htm.
12. Народные русские сказки А.Н. Афанасьева: В 3 т. – Т. 3. Приложения. – М.: Наука, 1985. – URL: http://feb-web.ru/feb/skazki/texts/af0/af3/af3-367-.htm.
13. Василенко С.Л. "Двенадцать" в основаниях мироустройства // Научно-техническая библиотека SciTecLibrary. – 07.08.2011. – sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/11264.html. – Свойства 12 (числа) в основаниях мироустройства. Часть 7. Размышлизмы об истоках. // Научно-техническая библиотека SciTecLibrary. – 03.10.2015. – sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/15268.html.
14. Сумма квадратов. – URL: math.all-tests.ru/node/421.
15. Russell G., Weisstein E.W. Aztec Diamond. – From MathWorld – A Wolfram Web Resource. – URL: mathworld.wolfram.com/AztecDiamond.html.
16. Кордемский Б.А. Математическая смекалка. – М.: Книга по Требованию, 2012. – 185 с.
17. Weisstein E.W. Diophantine Equation – 5th Powers // From MathWorld. – A Wolfram Web Resource. – URL: mathworld.wolfram.com/DiophantineEquation5thPowers.html.
18. Василенко С.Л. Золотые купола в задаче конусной упаковки евклидового пространства // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 17.07.2011. – URL: artmatlab.ru/articles.php?id=31&sm=2 // Научно-техническая библиотека SciTecLibrary. – 17.07.2011. – URL: sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/11225.html // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17147, 26.12.2011. – URL: trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322102.htm.
19. Piezas T.I., Weisstein E.W. Diophantine Equation – 3th Powers // From MathWorld. – A Wolfram Web Resource. – mathworld.wolfram.com/DiophantineEquation3rdPowers.html.
20. Weisstein E.W. Diophantine Equation – 6th Powers // From MathWorld. – A Wolfram Web Resource. – URL: mathworld.wolfram.com/DiophantineEquation6thPowers.html.
21. Яцкин Н.И. Алгебра: Теоремы и алгоритмы: учеб. пособие. – Иваново: Иван. гос. ун-т, 2006. – 506 с.
22. El-Mikkawy M.E.A. On the inverse of a general tridiagonal matrix // Applied Mathematics and Computation, 2004, **150**(3), 669–679.
23. Weisstein E.W. Sum-Product Number // From MathWorld. – A Wolfram Web Resource. – URL: mathworld.wolfram.com/Sum-ProductNumber.html.
24. Weisstein E.W. Hadamard's Maximum Determinant Problem // From MathWorld. – A Wolfram Web Resource. – URL: mathworld.wolfram.com/HadamardsMaximumDeterminantProblem.html.

Харьков, Украина

Авторские страницы:

http://www.artmatlab.ru/authors.php?id=21&sm=3
http://www.trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/0738-00.htm
http://www.sciteclibrary.ru/rus/avtors/v.html