С.Л. Василенко

Свойства 12 (числа) в основаниях мироустройства.
Ч. 6. Полёты за горизонт

Вначале было число, и имя ему ничто.
Потом было слово, и имя ему всё.

Чем больше мы анализируем замечательные свойства числа 12, тем более утверждаемся в мысли, что их рог изобилия практически неисчерпаем.

Они хотя и разные, но слаженно дополняют друг друга, создавая кружева-серпантины разнообразных математических трактовок-интерпретаций.

Расширим ещё немного горизонты нашего познания.

Итак, число 12… (окончание)

- Наравне с равенством кубов первых 12 натуральных чисел $1^3+2^3+4^3+8^3+9^3+12^3 = 3^3+5^3+6^3+7^3+10^3+11^3$ справедливо также равенство для пятых степеней первых $n = 2\cdot\mathbf{12} = 24$ натуральных чисел (A019568)

$$1^5+2^5+5^5+6^5+10^5+14^5+15^5+16^5+18^5+19^5+20^5+24^5 =$$
$$= 3^5+4^5+7^5+8^5+9^5+11^5+12^5+13^5+17^5+21^5+22^5+23^5 = 17985000.$$

Равенство примечательно также тем, что по обеим сторонам от знака равенства расположено точно по **12** слагаемых, сумма которых равна половине величины:

$$S_5(n)=\sum_{k=1}^{n}k^5=\frac{n^2(n+1)^2\left(2n^2+2n-1\right)}{12}.$$

- Связывает числа π и e через сумму ряда (С. Рамануджан):

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k}{e^{2\pi k}-1}=\frac{1}{2\cdot\mathbf{12}}-\frac{1}{8\pi}=0{,}00187793\ldots$$

Ряд сходится быстро. Так, сумма первых 6 слагаемых даёт вполне приемлемую точность в 15 значащих цифр.

- Скорее, это случайное совпадение, но именно 12-я цифра после запятой является первой одинаковой для чисел $\pi = 3.14159265358\underline{9}79..$ и $e = 2.71828182845\underline{9}04..$ (A068394).

- Такое число, что итеративный цикл «$n \Rightarrow$ сумма цифр n^2» имеет только один отличный элемент (A061904): $\mathbf{12} \Rightarrow 1+4+4 = 9 \Rightarrow 8 + 1 = 9$ ...

- Количество полнократных чисел между 2^8+1 и 2^9 (257 и 512) (A062761):

288, 289, 324, 343, 361, 392, 400, 432, 441, 484, 500, 512.

Полнократное число (*powerful*[1], квадратично-полное) – положительное целое n такое, что для каждого его простого делителя p число p^2 также делит n (A001694). То есть любой из его простых сомножителей p_i имеет кратность $\alpha_i \ge 2$.

---

[1] Powerful number // Wikipedia. – http://en.wikipedia.org/wiki/Powerful_numbers.

- Такое число, что его факториал – произведение трёх факториалов (A034878, A109096):

$$\mathbf{12}! = 2! \cdot 3! \cdot 11!$$

- Является "цифровым родоначальником" и членом ($a_n = \mathbf{12}$) любопытной числовой последовательности (A087955): a_{n+1} – разность между квадратом n-й текущей суммой и текущей суммой квадратов, деленная на a_n, начиная с пары $(a_0, a_1) = (1, 2)$, то есть

$$a_{n+1} = \frac{\left(\sum_{k=0}^{n} a_k\right)^2 - \sum_{k=0}^{n} a_k^2}{a_n}.$$

- – Максимальное число попарно несравнимых "подкубов" дискретного n-куба.

– Антицепи в частном упорядочении $\{0, 1, *\}^n$, где 0 и 1 меньше, чем *.

В математике *антицепь*[2] – частично упорядоченное подмножество такое, что любые его два элемента несравнимы.

– Максимальное количество импликант в нерегулярной дизъюнктивной нормальной форме для $n = 3$ булевых переменных.

В булевой логике импликант – "покрытие" (сумма или произведение термов) одного или более минтермов в сумме произведений (или макстермов в произведении суммы) логической функции.

Минтерм (конъюнктивный одночлен) – конъюнкция переменных или их отрицаний.

Макстерм (дизъюнктивный одночлен) – дизъюнкция переменных или их отрицаний.

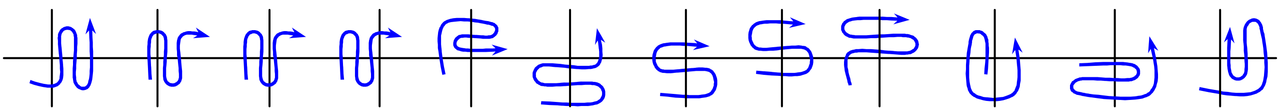
При $n = 3$ имеем всего **12** форм антицепи и эквивалентных импликантов (A109388):

$$00* \equiv x \wedge y; \quad 01* \equiv x \wedge \bar{y}; \quad 10* \equiv \bar{x} \wedge y; \quad 11* \equiv \bar{x} \wedge \bar{y};$$

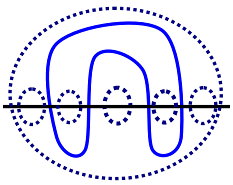
$$0*0 \equiv x \wedge z; \quad 0*1 \equiv x \wedge \bar{z}; \quad 1*0 \equiv \bar{x} \wedge z; \quad 1*1 \equiv \bar{x} \wedge \bar{z};$$

$$*00 \equiv y \wedge z; \quad *01 \equiv y \wedge \bar{z}; \quad *10 \equiv \bar{y} \wedge z; \quad *11 \equiv \bar{y} \wedge \bar{z}.$$

- Количество разновидностей меандров (плавных изгибов) при пересечении речного русла (кривой) с двумя перпендикулярными линиями в $n = 4$ точках, начиная с юго-западного квадранта (–, –) и заканчивая в северо-восточном квадранте (+, +), если n – чётно, или в юго-восточном квадранте (+, –), если n – нечётно (A076906).



- Количество замкнутых 2-компонентных меандров с $2n = 6$ мостами (A006657).



Меандр определяется [1, 2] как условно бесконечная линия (река, дорога). Меандр порядка n – замкнутая самонепересекающаяся связанная петля, которая пересекает линию в $2n$ точках (мостах).

На рисунке показаны 6 возможных вариантов размещения меандра 1 порядка (овал со штриховой линией) по отношению ко второму меандру (типа подковы) 2 порядка. Ещё 6 вариантов образуются при повороте подковы на 180°.

[2] http://en.wikipedia.org/wiki/Antichain, http://mathworld.wolfram.com/Antichain.html.

- Число неизоморфных путей, по которым петля может пересечь дорогу (с востока на запад) $2n = 8$ раз (A077460).

Рассматриваются неизоморфные замкнутые меандры.

Два замкнутых меандра считаются эквивалентными, если один может быть получен из другого зеркальными отражениями с востока на запад или с севера на юг (группа порядка 4).

Меандр можно представить маркировкой $2n$ точек вдоль линии с записью порядка, в котором меандр проходит эти точки.

При $n = 8$ имеем **12** таких меандров:

12345678, 12345876, 12347658, 12763458, 12367854, 12365478,
12765438, 12385674, 12387456, 12567438, 12745638, 14327658.

- Количество различных решений при суммировании $x(2i-1)x(2i) = 0 \pmod n$, $i = \overline{1, 6}$, где $x(\cdot)$ взято из набора $1 \div n-1$ ($n = 3$, A180777):

(1·1 + 1·1 + 1·1 + 1·1 + 1·1 + 2·2)	(1·1 + 1·1 + 1·1 + 1·1 + 1·1 + 1·1)
(1·1 + 1·1 + 1·1 + 1·1 + 2·2 + 2·2)	(1·1 + 1·1 + 1·1 + 1·2 + 1·2 + 1·2)
(1·1 + 1·1 + 1·1 + 2·2 + 2·2 + 2·2)	(1·1 + 1·1 + 1·2 + 1·2 + 1·2 + 2·2)
(1·1 + 1·1 + 2·2 + 2·2 + 2·2 + 2·2)	(1·1 + 1·2 + 1·2 + 1·2 + 2·2 + 2·2)
(1·1 + 2·2 + 2·2 + 2·2 + 2·2 + 2·2)	(1·2 + 1·2 + 1·2 + 1·2 + 1·2 + 1·2)
(2·2 + 2·2 + 2·2 + 2·2 + 2·2 + 2·2)	(1·2 + 1·2 + 1·2 + 2·2 + 2·2 + 2·2)

- Количество унитарных дружественных пар (УДП, unitary amicable pair[3]) 6-значных чисел:

	меньшее (A002952)	*большее* (A002953)
1)	$142310 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19 \cdot 107$	$168730 = 2 \cdot 5 \cdot 47 \cdot 359$
2)	$180180 = 2^2 \cdot 32 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$	$223020 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 59$
3)	$197340 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 23$	$286500 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 191$
4)	$241110 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 19 \cdot 47$	$242730 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 29 \cdot 31$
5)	$296010 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 23$	$429750 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 191$
6)	$308220 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 467$	$365700 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 23 \cdot 53$
7)	$462330 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 467$	$548550 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 23 \cdot 53$
8)	$591030 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 199$	$618570 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 29 \cdot 79$
9)	$669900 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 29$	$827700 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 31 \cdot 89$
10)	$671580 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 41$	$739620 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 587$
11)	$785148 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 719$	$827652 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 59 \cdot 167$
12)	$815100 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 19$	$932100 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 13 \cdot 239$

УДП (n, m) удовлетворяет условию: $\sigma^*(n) = \sigma^*(m) = n + m$,
где $\sigma^*(n)$ – унитарная функция делителей числа n – аналог обычной функции делителей и обозначает сумму унитарных делителей, когда каждый кратный делитель воспринимается одним числом: $3^2 \to 9$ и т.п.

- Наименьшее $k = \mathbf{12}$ такое, что $\varphi(x) = k$ имеет ровно $6 = \mathbf{12}/2$ решений (A007374): 13, 21, 26, 28, 36 и 42, где $\varphi(x)$ – функция Эйлера – целое число, равное количеству натуральных чисел, не больших x и взаимно простых с ним.

---

[3] http://mathworld.wolfram.com/UnitaryAmicablePair.html.

- Количество различных сумм S_n для любой круговой расстановки чисел $0\div n$, где S_n – сумма кубов каждой из сумм двух смежных чисел (A008781):

[0 1 2 3 4] $(0+1)^3 + (1+2)^3 + (2+3)^3 + (3+4)^3 + (4+0)^3 = 560$;

[0 1 2 4 3] $(0+1)^3 + (1+2)^3 + (2+4)^3 + (4+3)^3 + (3+0)^3 = 614$;

[0 1 3 2 4] $1^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 4^3 = 470$; [0 1 4 2 3] $1^3 + 5^3 + 6^3 + 5^3 + 3^3 = 494$;

[0 1 3 4 2] $1^3 + 4^3 + 7^3 + 6^3 + 2^3 = 632$; [0 1 4 3 2] $1^3 + 5^3 + 7^3 + 5^3 + 2^3 = 602$;

[0 2 1 3 4] $2^3 + 3^3 + 4^3 + 7^3 + 4^3 = 506$; [0 2 1 4 3] $2^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3 + 3^3 = 530$;

[0 3 1 2 4] $3^3 + 4^3 + 3^3 + 6^3 + 4^3 = 398$; [0 4 1 2 3] $4^3 + 5^3 + 3^3 + 5^3 + 3^3 = 368$;

[0 3 1 4 2] $3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 2^3 = 440$; [0 4 1 3 2] $4^3 + 5^3 + 4^3 + 5^3 + 2^3 = 386$.

- Количество способов K_n размещения $n = 2$ опознаваемых неотрицательных интервалов точно с тремя запускающими и/или завершающими точками (A059517).

Если aA – обозначает интервал нулевой длины и a–A – возможный положительный интервал, то получаем **12** способов:

aA–b–B, b–aA–B, b–B–aA, bB–a–A, a–bB–A, a–A–bB,

ab–A–B, ab–B–A, a–b–AB, b–a–AB, a–bA–B, b–a–AB.

В общем случае $K_n = 6^n - 3 \cdot 3^n + 3$.

- Египетская дробь – сумма нескольких дробей вида $1/n$ (аликвотных дробей).

На практике обычно используются десятичные дроби, поэтому в математике египетские дроби имеют больше теоретический интерес.

В частности, нерешенной задачей остается гипотеза (Erdos–Straus), что для любого натурального $n \geq 2$ уравнение $\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ имеет решение целых положительных $x < y < z$.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
x	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	5
y	13	14	15	16	18	20	21	7	8	9	10	6
z	156	84	60	48	36	30	28	42	24	18	15	20

Обобщенная версия расширена на аналогичное представление[4] дроби k/n.

Пока она доказана только для $k = 5$ (В.Серпинский).

Примечательно, что при $n = \mathbf{12}$ дробь $5/12$ имеет точно **12** различных решений:

Дюжина решений имеется также для нечётных значений n = 43, 71 и 151 (A075248).

- В продолжение египетского треугольника $3^2 + 4^2 = 5^2$ допускается его целочисленное расширение на "кубоугольник": $3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$. Заметим, что и в одном, и в другом числовом объекте "вмонтировано" число **12**: $3 + 4 + 5 = 12$; $6 = 12/2$.

- Количество тупоугольных ($a^2 + b^2 < c^2$) треугольников ($a + b > c$) с целочисленными сторонами a, b, c и периметром $a + b + c = 34$ (A070101):

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
a	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9
b	15	14	13	14	12	13	11	12	10	11	9	10
c	16	16	16	15	16	15	16	15	16	15	16	15

[4] http://en.wikipedia.org/wiki/Erd%C5%91s%E2%80%93Straus_conjecture.

• Число решений уравнения $\sum_{k=1}^{n} \pm k\frac{k+1}{2}=0$ для треугольных чисел (A158380), число слагаемых n = 10:

$+1+3+6-10+15+21+28+36-45-55=0;$ $\quad -1-3-6+10+15+21+28+36-45-55=0;$

$-1-3+6+10-15+21+28-36+45-55=0;$ $\quad +1-3-6-10+15+21+28-36+45-55=0;$

$+1+3-6+10+15-21-28+36+45-55=0;$ $\quad +1-3-6-10-15-21+28+36+45-55=0.$

Ещё 6 решений образуются тождественно при умножении данных равенств на –1.

• Минимальное число, представимое суммой трёх треугольных чисел $n(n+1)/2$ = 1, 3, 6, 10 … точно двумя разными способами (A064825): **12** = 10+1+1 = 6+3+3.

• Определитель симметричной матрицы $\det\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \mathbf{12}$ (A174963).

• Пара $12^1 + 12^2 + 12^3 + 12^4 \pm 1$ = (22619, 22621) – простые числа-близнецы (A156021).

• Число $\frac{12\cdot 13\cdot 14\cdots 24}{12+13+14+...+24} = 66425387212800$ – целое.

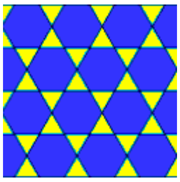
• Порядок (количество цифр) седьмого совершенного числа 137438691328, равного сумме всех своих собственных делителей (A061193).

• Количество 4-значных чисел, имеющих максимальную длину сходящейся процедуры «мультипликативного сохранения»[5] (A046148):

6788, 6878, 6887, 7688, 7868, 7886, 8678, 8687, 8768, 8786, 8867, 8876.

Процедура заключается в последовательной замене чисел произведением их составляющих цифр.

Например, 6788 ⇒ 6·7·8·8 = 2688⇒ 2·6·8·8 = 768⇒ 7·6·8 = 336⇒ 54 ⇒ 20 ⇒ 0.



• Двухходовые пути в *кэйгом*-решётке (kagome lattice[6]) – **12**.

Хотя и называется решёткой, она более тесно связана с три-гексогональной структурой, чем с математической решёткой.

Название происходит от двух разных японских слов, означающих образцы дырок в корзине (a basket – "kago").

• Разность между минимальным 6-значным и максимальным 5-значным простыми числами (A038804): 100003 – 99991 = **12**.

• Разность между двумя соседними простыми числами $p_{10^n} - p_{10^n - 1}$ при n = 9, 10, 12, 13 (A129870).

[5] http://mathworld.wolfram.com/MultiplicativePersistence.html.

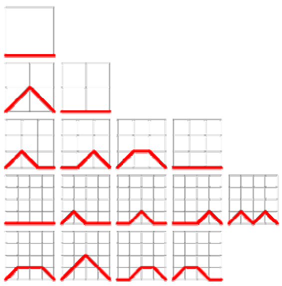
[6] http://en.wikipedia.org/wiki/Kagome_lattice.

- Количество иерархий (порядка подчинённости низших и высших звеньев с их организацией в древовидную структуру) из пяти звеньев, где, по крайней мере, одна под-иерархия состоит точно из трёх уровней и отсутствует любая под-иерархия с более чем тремя уровнями (n = 5, A097392):

3|1|1, 1|3|1, 1|1|3, 2|2|1, 2|1|2, 1|2|2, 1|1|1:2, 1|1|1:1:1, 1|1|1:1|1, 2|1|1:1, 1|2|1:1, 1|1|2:1.

Здесь двоеточие "**:**" означает разделение между двумя под-иерархиями. Например, 2:3 – две подиерархии, где первая содержит два элемента и вторая – три элемента.

Вертикальная линия | обозначает разделение между двумя уровнями. Например, 2|2|1 – иерархия, включающая три уровня: с двумя элементами на уровне 1 и 2 и один элемент на уровне 3.



- Обобщенное баллотирующее число (первые разности чисел Моцкина[7]), n = 3 (A002026).

Исходя из этого, **12** означает количество таких термов:

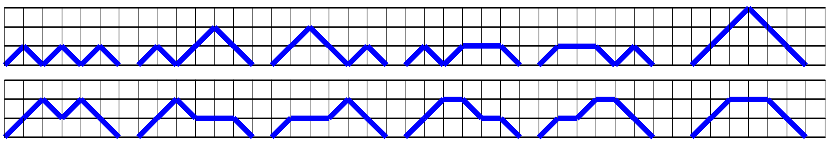
– горизонтальные шаги на нулевом уровне во всех путях Моцкина длиной 4;

– пики на уровне 1 во всех путях Моцкина длиной 5;

– пути Моцкина длиной 5, которые начинаются с шага вверх;

– пути Моцкина длиной 6 без горизонтальных шагов на чётных уровнях (A090345).

В частности, последние **12** термов имеют вид



- Количество квадратных делителей числа 9! = $2^7 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7$ (A055993):

$$1^2,\ 2^2,\ 3^2,\ 4^2,\ 6^2,\ 8^2,\ 9^2,\ 12^2,\ 18^2,\ 24^2,\ 36^2,\ 72^2.$$

- Делители числа **12** (1, 2, 3, 4, 6, 12) обладают исключительным свойством (даже с дополнительной девяткой): все подмножества из набора $\{1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 6^2, 9^2, 12^2\}$ имеют $2^7 = 128$ различные суммы (A138857).

- Минимальная длина последовательности с элементами из {1÷4}, которая содержит как "подпоследовательность" любую возможную перестановку символов 1, 2, 3, 4 (A062714):

1 2 3 4 1 2 3 1 4 2 1 3.

- "Звериное" простое число $666 \cdot 10^{\mathbf{12}} + 1$ = 666000000000001 (A186630).

- "Дюжинный зверь" **12**·666+1 = 7993 – простое число (A037030).

- Произведение первых **12** составных чисел минус 1 – простое (A057017):

$$4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 18 \cdot 20 \cdot 21 - 1 = 5267275775999$$

[7] http://mathworld.wolfram.com/MotzkinNumber.html.

- Единственное число $n > 5$, для которого верно равенство $p(R(n)) = R(p(n))$,

где $R(x)$ – реверс числа x,
$p(x)$ – простое число с порядковым номером x (A069469):

$$p(R(\mathbf{12})) = p(21) = 73;$$
$$R(p(\mathbf{12})) = R(37) = 73.$$

- Количество простых чисел между $4^2 = 2^4 = 16$ и $4^3 = 2^6 = 64$ (A079648):

17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61.

- Количество семизначных двугранных (dihedral[8]) простых чисел p таких, что все четыре числа: $p, R(p), \overline{p}, R(\overline{p})$ – простые и различные (A048661),

где $R(\xi)$ – реверс числа ξ, $\overline{p}$ –зеркальная симметрия числа p (слева–направо):

1028011, 1058011, 1120121, 1150151, 1281281, 1581581,
1108201, 1108501, 1210211, 1510511, 1821821, 1851851.

Эти числа имеют 7-сегментное представление как на цифровых часах или калькуляторе и содержат только цифры 0, 1, 2, 5 и 8.

При этом симметрия двух цифр приводит к взаимной замене $2 \leftrightarrow 5$.

Понятно, что величины $p, R(p), \overline{p}, R(\overline{p})$ – различные, если число p не является палиндромом, а в его представлении присутствует хотя бы одна цифра (2 или 5).

Кроме того, они должны начинаться и заканчиваться на единицу.

120121 – наименьшее такое двухгранное число.

Приведенные двенадцать чисел, для которого все четыре числа $p, R(p), \overline{p}, R(\overline{p})$ – различные, строго структурированы:

– в каждой из трёх пар по горизонтали имеет место смена цифр $2 \leftrightarrow 5$;

– каждая пара по вертикали – взаимно реверсная.

Таким образом, базовыми здесь являются всего лишь три числа, каждое из которых порождает ещё три, образуя три группы по четыре числа.

- Количество множеств различных простых чисел (наибольшее из них равно 13), среднее арифметическое которых является целым числом (A082552):

$13/1 = 13$, $(3+13)/2 = 8$, $(5+13)/2 = 9$, $(7+13)/2 = 10$, $(11+13)/2 = 12$,

$(2+3+13)/3 = 6$, $(3+5+13)/3 = 7$, $(3+11+13)/3 = 9$,

$(3+5+7+13)/4 = 7$, $(3+5+11+13)/4 = 8$, $(5+7+11+13)/4 = 9$, $(2+3+5+7+13)/5 = 6$.

- Произведение **12** факториальных произведений простых чисел плюс единица

$$1 + \underbrace{(2)\cdot(2\cdot 3)\cdot(2\cdot 3\cdot 5)\cdots(2\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 11\cdot 13\cdot 17\cdot 19\cdot 23\cdot 29\cdot 31\cdot 37)}_{\mathbf{12}\text{ составных произведений простых чисел } p_i} = \prod_{i=1}^{\mathbf{12}} p_i^{\mathbf{12}-i+1} =$$

$= 55784440720968513813368002533861454979548176771615744085560000000001$ – простое.

Кстати, произведение n простых чисел p в степени $1/p_n$ стремится к числу e:

[8] http://mathworld.wolfram.com/DihedralPrime.html, http://en.wikipedia.org/wiki/Dihedral_prime.

$$\lim_{n\to\infty}\left(\prod_{k=1}^{n} p_k^n\right)^{1/p_n} = e\,.$$

- Количество вариантов факторизации числа $4\cdot\mathbf{12} = 48$ равно **12** (A096443):

48, 24·2, 16·3, 12·4, 12·2·2, 8·6, 8·3·2, 6·4·2, 6·2·2, 4·4·3, 4·3·2·2, 3·2·2·2·2.

- Единица и 2·**12** слагаемых в виде нечетных степеней **12** дают простое число (A124205)

$$1+\sum_{k=1}^{24} 12^{2k-1} = 530328563519938797979463011383599436184566002520781 \text{ – простое.}$$

- Единица и 2·(**12**+1**)** слагаемых в виде нечетных степеней **12** также дают простое число (A124206)

$$1+12^1+12^3+12^5+\ldots+12^{49}+12^{51} = 1+\sum\nolimits_{k=1}^{26} 12^{2k-1} =$$
$$= 1099689309314945091490214500405031790872316062827089582\,1 \text{ – простое!}$$

- Число $10\cdot\mathbf{12}^k + 1$ является составным (не простым) для любой натуральной степени n (A088783), поскольку оно кратно 11.

- Равно двум суммам: цифр и кубов цифр (A065138) **12** = (1 + 2) + (1^3 + 2^3).

- Количество 5×5×5 треугольных целочисленных неотрицательных массивов, симметричных относительно вращения на 120 градусов, где сумма любого элемента с его соседями не превышает 2 (A166213).

- Наименьшее число представимое произведением трёх факторов четырьмя различными способами (A081833): **12** = 1·1·12 = 1·2·6 = 1·3·4 = 2·2·3.

- Число покрытий {1÷n} переводом и отображением одного набора (A096203):

{{1},{2},{3},{4},{5}}	{{1,2},{3,4},{4,5}}	{{1,2},{2,3},{4,5}}
{{1,3},{2,4},{3,5}}	{{1,2},{2,3},{3,4},{4,5}}	{{1,2,3},{2,3,4},{3,4,5}}
{{1,2,3},{3,4,5}}	{{1,2,4},{2,3,5}}	{{1,3,4},{2,4,5}}
{{1,3,4},{2,3,5}}	{{1,2,3,4},{2,3,4,5}}	{{1,2,3,4,5}}

- Количество выигрышных (победных) 5-цифровых бинарных строк (A035615).

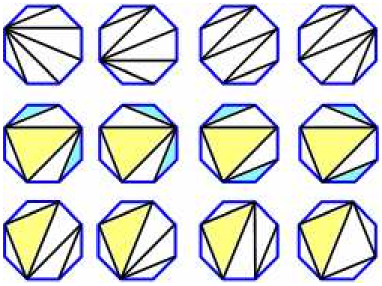
Это строки, которые могут быть сведены к пустой строке многократным удалением всего двух или более последовательных цифр.

- Количество знакопеременных квадратных матриц 7×7 (n = 7) с дополнительным условием симметрии: инвариантность в четверть оборота (A005160): $a_{ij} = a_{j,n-1-i}$ [3, с. 12].

Знакопеременная матрица удовлетворяет условиям:

– элементы равны 1, –1 или 0;
– все строки и столбцы имеют сумму 1,
– в каждой строке и столбце ненулевые элементы чередуются знаком.

- Число неэквивалентных (по вращениям и отображениям) путей рассечения регулярного $(n+2)$-угольника на $n=6$ треугольников не пересекающимися $n-1$ диагоналями (A000207);

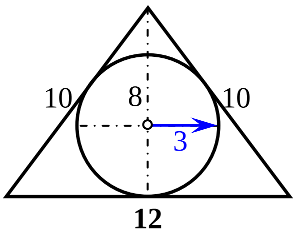


также число плоских 2-деревьев;

также число гекса-флексагонов порядка $n+2$.

Флексагон (*flexagon*[9], от англ. *to flex* – сгибать) – многоугольник, сложенный из полосок бумаги прямоугольной или более сложной изогнутой формы. Он обладает удивительным свойством: при перегибании флексагона его наружные поверхности скрываются внутри, а ранее скрытые поверхности выходят наружу.

- Минимаксная оценка или минимум максимальной стороны c треугольника общего вида, имеющего целочисленные стороны $a \le b \le c$ и радиус вписанной окружности $r = 3$ (A120063).



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a	7	7	8	8	9	10	11	12	13	15	16	19
b	24	65	15	26	12	10	13	55	40	28	25	20
c	25	68	17	30	15	**12**	20	65	51	41	39	37

Примечательно, что в пределах значений $a \le b \le c \le 100$ можно реализовать ровно **12** треугольников с радиусом $r = 3$.

- Имеется точно **12** представлений 360 в виде произведения натуральных чисел:

$$1\cdot360,\ 2\cdot180,\ 3\cdot120,\ 4\cdot90,\ 5\cdot72,\ 6\cdot60,\ 8\cdot45,\ 9\cdot40, 10\cdot36,\ 12\cdot30,\ 15\cdot24,\ 18\cdot20.$$

Все они по-своему весьма интересны, но менее эффективны и уникальны, чем свойства числа **12**, задуманного как геометрический объект для деления круга на **12** равных частей.

- Количество последовательно-параллельных сетей[10] (графов) с 6 ребрами (A001677).

Подобные сети имеют две и более выделенные вершины – терминалы, которые формируются рекурсивно двумя простыми композиционными операндами. Используются для моделирования последовательных и параллельных электрических цепей.

- Сумма первых **12** нечетных составных (не простых) чисел – палиндром (A058849), то есть совпадает со своим цифровым реверсом:

$$9 + 15 + 21 + 25 + 27 + 33 + 35 + 39 + 45 + 49 + 51 + 55 = 404.$$

- Сумма первых 12 палиндромов – есть палиндром (A046486) и к тому же репьюнит:

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+11+22+33 = 111.$$

[9] http://en.wikipedia.org/wiki/Flexagon.
[10] http://mathworld.wolfram.com/Series-ParallelNetwork.html, http://en.wikipedia.org/wiki/Series-parallel_network.

- Такое число n, что существует (предположительно) шесть палиндромов в траектории n, образуемой в результате пошагового сложения чисел с их реверсами (A090067):

12 **33** **66** 132 **363** 726 1353 **4884** … **8836886388** … **47337877873374** …

- Количество палиндромов среди чисел Лишрел (*Lychrel number*) $<10^8$ (A089694).

Каждое из этих натуральных чисел не может стать палиндромами с помощью итеративного процесса "реверс–сложение" в десятичной системе счисления.

Этот процесс называется также 196-алгоритмом[11]. Строго доказанных чисел Лишрел не существует, но многие номера подозреваются, причем наименьшее из них – 196.

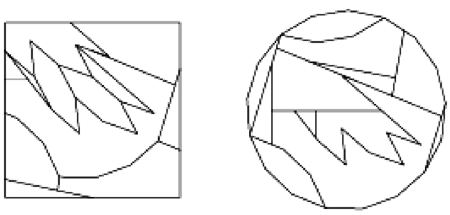
"Реверс–сложение" (*Reverse-Then-Add*) – операция, суть которой заключается в сложении исходного десятичного числа с его перевернутой копией (реверсом – числом, записанным с конца).

Некоторые числа (в частности, все двузначные) становятся палиндромами достаточно быстро – после нескольких применений операции, и поэтому не являются числами Лишрел.

12 Лишрел–палиндромов $<10^8$, которые не становятся палиндромами после операции "реверс–сложение", имеют вид (A089521): 9999, 99999, 990099, 999999, 9901099, 9905099, 9993999, 9996999, 9997999, 9998999, 9999999, 99999999.

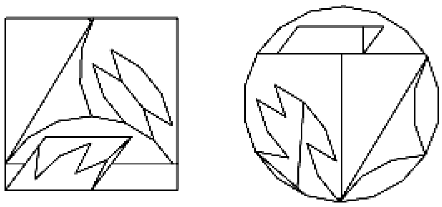
- Целочисленное среднее первых трёх кубов (A164577): $(1^3+2^3+3^3)/3 = \mathbf{12}$.

- Наименьшее число, 5-я степень которого является суммой 5-х степеней меньших чисел (A030052): $\mathbf{12}^5 = 4^5 + 5^5 + 6^5 + 7^5 + 9^5 + 11^5$.



- Правильный 17-угольник – весьма примечательная плоская фигура. Так, его можно построить при помощи циркуля и линейки, что было доказано Гауссом (1769).

Квадрат преобразуется в правильный 17-угольник[12] с помощью рассечения и последующего сложения минимум 12 кусков (A110312).



А вот правильный 18-угольник уже нельзя построить при помощи циркуля и линейки.

Тем не менее, квадрат преобразуется в правильный 18-угольник также с помощью рассечения и последующего сложения минимум 12 кусков.

- Число подмножеств из {1÷7} с суммой элементов $S = 0 \pmod{11}$, то есть делящейся на 11 (A068032): 47, 56, 137, 146, 236, 245, 1235, 4567, 13567, 23467, 123457 + пустое {}.

- Подмножества из {1÷4}, содержащие хотя бы один квадрат (A089888), то есть 1 и 4:

1, 4, 12, 13, 14, 24, 34, 123, 124, 134, 234, 1234.

- Количество точек решётки (i, j, k) на поверхности сферы с центром в начале координат (0, 0, 0) и радиусом $r = \sqrt{i^2 + j^2 + k^2} = \sqrt{2}$ (A071611).

[11] Проблема 196 // Википедия. – http://ru.wikipedia.org/?oldid=30840139.
[12] http://home.btconnect.com/GavinTheobald/HTML/Square.html#Decagon.

- Количество 3-элементных $\{a, b, c\}$ неделящихся подмножеств из $\{1 \div 10\}$ (A187490):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a	3	4	4	4	5	5	6	6	6	6	7	7
b	4	6	6	9	6	8	7	7	8	9	8	9
c	10	7	9	10	8	9	9	10	9	10	10	10

Множество называется неделящимся[13], если ни один из его элементом не делит сумму любого непустого подмножества других элементов.

То есть тройка возрастающих чисел (a, b, c) является делящейся, если выполняется любое из следующих равенств: $a + b = 0\,(\mathrm{mod}\ c)$, $a + c = 0\,(\mathrm{mod}\ b)$, $b + c = 0\,(\mathrm{mod}\ a)$, $b = 0\,(\mathrm{mod}\ a)$, $c = 0\,(\mathrm{mod}\ a)$, $c = 0\,(\mathrm{mod}\ b)$.

- Число решений $3 = xy\ (\mathrm{mod}\ z) = yz\ (\mathrm{mod}\ x) = zx\ (\mathrm{mod}\ y)$, $0 < x < y < z$ (A094185):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x	4	4	5	6	6	6	6	7	12	12	15	21
y	15	21	9	7	9	21	33	9	39	69	24	30
z	57	27	42	39	17	123	39	12	465	75	357	33

- Имеем точно **12** решений $\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm \ldots \pm n = n$ при $n = 8$ (A063890):

+1+2+3+4+5–6+7–8 –1+2+3+4–5+6+7–8 +1–2+3–4+5+6+7–8 –1–2–3+4+5+6+7–8

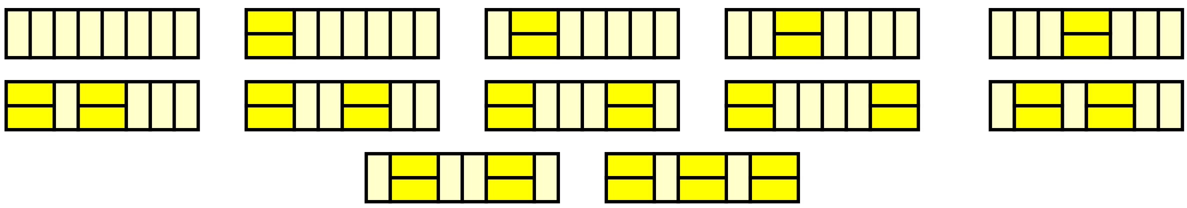
–1+2+3+4+5–6–7+8 +1–2+3+4–5+6–7+8 +1+2–3–4+5+6–7+8 –1–2+3–4+5+6–7+8

+1+2–3+4–5–6+7+8 –1–2+3+4–5–6+7+8 –1+2–3–4+5–6+7+8 +1–2–3–4–5+6+7+8.

- Количество не конгруэнтных способов покрытия комнаты 3×14 прямоугольными матами (татами) размером 1×2 так, чтобы в одной точке сходилось не более 3 шт. (A068928).

Две фигуры называются конгруэнтными[14] или равными, если существует изометрия плоскости, которая переводит одну в другую. Так, в евклидовой геометрии две фигуры называются конгруэнтными, если одна из них может быть переведена в другую сдвигом, вращением и зеркальным отображением (или их композицией).

- Количество не конгруэнтных способов покрытия площади 2×8 прямоугольными матами (татами) размером 1×2 так, чтобы в одной точке сходилось не более 3 шт. (A068927).



- Является базовым элементом для числа Рамануджана–Харди[15] – наименьшего числа, представимого в виде суммы двух кубов двумя способами: $1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$.

Это число харшада, так как делится на сумму своих цифр: 1729/(1+7+2+9) = 91.

Является 19-м 12-угольным $n^2 + 4n(n–1)$ и 13-м 24-угольным числом.

Причем $1729 \Rightarrow 1+7+2+9 = 19$.

---

[13] http://mathworld.wolfram.com/NondividingSet.html.

[14] http://en.wikipedia.org/wiki/Congruence_(geometry).

[15] http://en.wikipedia.org/wiki/1729_(number).

Более того, $1729 = 7\cdot 13\cdot 19 = (\mathbf{12}\cdot 1/2+1)\cdot(\mathbf{12}\cdot 2/2+1)\cdot(\mathbf{12}\cdot 3/2+1)$.

- Хорошо известна *гипотеза Коллатца* ($3n$+1, сиракузская проблема)[16]. Берём любое натуральное число n. Если оно чётное, то делим его на 2, а если нечётное, то умножаем на 3 и прибавляем 1 (получаем $3n + 1$). Над полученным числом выполняем те же самые действия и так далее. Гипотеза Коллатца заключается в том, что какое бы начальное число мы ни взяли, рано или поздно мы получим единицу. Это одна из нерешённых проблем математики.

Можно ослабить исходное условие, оставив свободу выбора, когда начальное или промежуточное число – чётное. А взамен минимизировать количество шагов (A127885).

Некоторые числа сходятся к единице в точности за 12 шагов.

n	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
17	52	26	13	40	20	10	5	16	8	4	2	1
18	9	28	85	256	128	64	32	16	8	4	2	1
96	48	24	12	6	3	10	5	16	8	4	2	1

Примечательно, для для исхлжного числа 18 на третьем шаге четное число не делится на 2, чем минимизируется конечное количество шагов.

- Если в процедуре Коллатца начинать с целого числа $n = 59 + 2^7\cdot k$, то количество итераций (включая первый шаг образования самого числа), после которых промежуточное число впервые становится меньше начального значения n, всегда равно **12** (A075482).

Например:

k	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
0	59	178	89	268	134	67	202	101	304	152	76	38
1	187	562	281	844	422	211	634	317	952	476	238	119

- Число "кусков" пятой зоны Бриллюэна (ЗБ) в 2D-шестиугольной решетке или число многоугольников в этом наборе (A180604). Каждая такая зона имеет одинаковую площадь.

Пятая ЗБ содержит двенадцать (!) 30–60–90 треугольников.

Зона Бриллюэна[17] – отображение ячейки Вигнера-Зейтца в обратном пространстве, где расстояния имеют размерность обратной длины, или множество точек в обратном пространстве, которых можно достигнуть из фиксированного узла решётки, не пересекая ни одной брэгговской плоскости.

Зона Бриллюэна играет важнейшую роль в физике твёрдого тела, в частности в дифракции излучения: на кристаллической решётке дифрагируют только те лучи, волновой вектор которых оканчивается на границе ЗБ.

- Количество треугольников с целочисленными сторонами и периметром n определяется [4, 5] как целая часть выражения:

$$T(n) = \frac{1}{\mathbf{12}}\cdot\left[\left(\frac{n}{2}\right)^2, n = 0 \ (\mathrm{mod}\ 2);\ \left(\frac{n+3}{2}\right)^2, n = 1 \ (\mathrm{mod}\ 2)\right].$$

Также $T(n)$ – число треугольников с разными целочисленными сторонами и периметром $n + 12/2$, то есть количество триплетов (a, b, c) таких, что $1 < a < b < c < a + b,\ a + b + c = n + 6$.

[16] http://ru.wikipedia.org/?oldid=30617014.
[17] http://en.wikipedia.org/wiki/Brillouin_zone.

Примечательно также (A005044), что $T(21) = \mathbf{12}$ и $T(2\cdot\mathbf{12}) = \mathbf{12}$.

Причём периметр $21 = 1+2+3+4+5+6$.

Для $m \geq 2$, последовательность $T(n) \pmod{m}$ является периодической с периодом $\mathbf{12}m$ (*Erickson*, 2008).

- Число неубывающих последовательностей длиной $n = 4$ целых чисел a_k со значениями из $-(n-1) \div (n-1)$ и суммой $\sum_{k=1}^{n} \operatorname{sign}(a_k)\cdot a_k^2 = 0$ (A187994), где $\operatorname{sign}(x) = \{-1,\ x<0;\quad 0,\ x=0;\quad 1,\ x>0\}$ – знаковая функция:

(0 0 0 0) (–1 0 0 1) (–1 –1 1 1) (–2 0 0 2) (–2 –1 1 2) (–2 –2 2 2)
(–3 0 0 3) (–3 –1 1 3) (–3 –2 2 3) (–3 –3 3 3) (–2 –2 –1 3) (–3 1 2 2).

- Число последовательностей из множества $\{1 \div n\} = \{1\ 2\ 3\ 4\ 5\}$ таких, что сумма их элементов делится нацело на 3 (A068010), то есть $S = 0 \pmod{3}$:

3, 12, 15, 24, 45, 123, 135, 234, 345, 1245, 12345 плюс пустое подмножество {}.

В общем случае для произвольного значения n число таких последовательностей равно

$$a(n) = \frac{2^n + 2^{\frac{n+1+\frac{4}{\sqrt{3}}\cos\left(\frac{4n+1}{6}\pi\right)}{3}}}{3}.$$

В частности, $a(5) = \left(2^5 + 2^2\right)/3 = \mathbf{12}$.

- Существует **12** нециклических углеводородов с 4 атомами углерода (A002986).

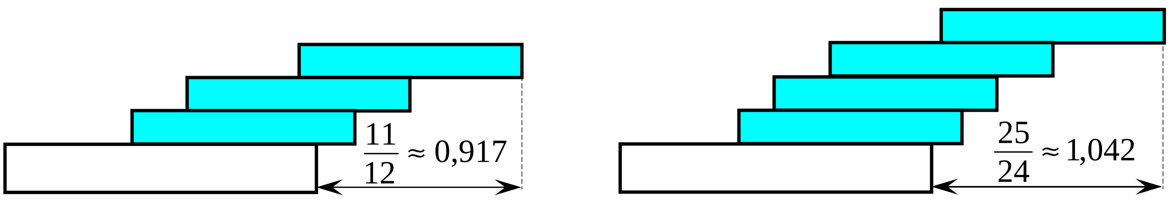
- Число **12** наглядно демонстрируется в интересной проблеме стыковки книг[18] (прямоугольных блоков, кирпичей): определить максимальный выступ, которого можно достичь, укладывая книги стопкой на столе одна на одну с учётом сил гравитации.

Оказывается, что максимально возможный выступ для n книг равен половине соответствующего гармонического числа $H_n = 1 + 1/2 + 1/3 + \ldots + 1/n$.

Примечательно, что переход от трёх объектов к четырем происходит через число 12:

$$\frac{H_3}{2} = \frac{12-1}{12} = \frac{11}{12} \quad < \quad 1 \quad < \quad \frac{H_4}{2} = \frac{2\cdot 12+1}{2\cdot 12} = \frac{25}{24}.$$

Здесь напрашивается ассоциативное сравнение с переходом из третьего в четвёртое измерение, сопровождающегося пересечением единицы.



- Особый феномен числа 12 отмечен в работе [7, п. 4.2].

[18] http://mathworld.wolfram.com/BookStackingProblem.html.

Вместо заключения. Мы отдаем себе отчет в том, что отдельные свойства числа 12 могут носить чисто умозрительный характер, как абстрактное проявление математических взаимосвязей.

Их продолжение и транспонирование на реальность в ряде случаев не имеет особого смысла как постоянно проявляющееся действо и ограничивается преимущественно рамками теоретических положений.

Тем не менее, масштабность проявления свойств числа 12 действительно впечатляет, создавая заслуженный нимб значимости и важности.

В полной мере здесь применим диалектический закон перехода количества в качество. То есть множество (масса) самых разных проявлений с высокой вероятностью обеспечивает переход в качество, каковым может быть особое структурирование, базовая подоснова и т.д.

Число 12, с высокой вероятностью, является математическим выражением кратности нашего мироустройства. Оно связано с числом π и золотой пропорцией.

Свойства числа 12 имеют практически повсеместные и широко распространённые представления в древности, согласно которым, 12 реально претендует на представление меры полноты и целостности наблюдаемого мира [6].

И если 10-ричная система счисления теперь уже привычна для количественного счёта в штуках, то 12-ричная система очень удобна для вычисления дробей или счёта частей целого.

В этом смысле она, если так можно выразиться, выражает кратность устройства мироздания.

В совокупности эти две системы дают 60-ричную систему счисления.

Предположительно, как пятикратное (5 пальцев на руке) повторение целого (12).

Подобный 60-ричный счёт мы и сегодня используем при взаимном переводе радиан и градусов, представляя число π через 180°.

Можно показать, что максимальную упаковку евклидового пространства дают 12 одинаковых конуса, исходящих из одного центра, каждый из которых касается пяти таких же конусов. Другими словами, наиболее плотно всё пространство упаковывается с помощью 12 равных круговых конусов, что позволяет это назвать "конусной упаковкой".

Размеры конуса соответствуют окружности, описанной вокруг правильного пятиугольника, как наибольшего из возможных n-угольников (n = 3, 4, 5).

12 конусов, которые соответствуют самой плотной упаковке, расположены по направляющим граням икосаэдра. Характерно, что максимальная плотность конусной упаковки выражается через число золотого сечения Ф и составляет $6(1-\sin\operatorname{arctg}\Phi) \approx 89{,}6$ %.

Это замечательный результат-модель золотого сечения (ЗС). Несмотря на жёсткость самой константы ЗС, она даёт нам элементы-степени свободы (в сцеплении). Вероятно, именно поэтому и проявляет себя довольно часто в живых системах.

Плотность упаковки, как шаров (молекул), так и конусов (системное заполнение пространства) 90 % вполне подходит. Остальные 10 % отдаются на подвижность системы.

И здесь как нельзя кстати "на арену выходит" строительный материал – химический элемент углерод: порядковый номер 6 и атомная масса 12 (!).

Сегодня уже ясно, что «способность углерода соединяться с большинством элементов и образовывать молекулы различного состава и строения обусловливает многообразие органических соединений (к концу 20 века их число превысило 10 млн). Органические соединения играют ключевую роль в существовании живых организмов».

Общее содержание углерода в организме человека около 20 %.

Вполне закономерен вопрос: почему мы говорим о свойствах числ*а*, а не самом числе? – Потому как ч*и*сла физически не существуют. Это всего лишь удобная математическая абстракция, придуманная человеческим разумом. Тем не менее, в вещественном (материальном) мире реально наличествуют процессы и явления со свойствами формальных числовых объектов. Причем так, что эти свойства практически изоморфны преобразованиям в разных системах счисления.

Ну, а сами свойства числа 12 – это своеобразный переходной мостик между малым и большим.

Нечто подобное мы видим в золотом сечении в сравнении между меньшей и большей частью.

В этом смысле они когерентны, хотя и с разной подосновой.

12 – первое (!) из немногих чисел (12–19), пишущихся обычно слева–направо, а произносящихся наоборот: справа – налево.

Можно было бы, конечно, продолжить наше путешествие по миру "Двенадцати", полному загадочности и неожиданных откровений.

Представляется, что последнее слово о многих аспектах числа 12 ещё не сказано.

Его ждут новые открытия и, в конечном счёте, – общее признание одной из главенствующих ролей в основаниях мироустройства.

Вероятнее всего, это ключевой геном того, что многими принято вкладывать в тезу «Вначале было слово».

И от себя добавим: этим словом было "гросс" – «ДВЕНАДЦАТЬ ДЮЖИН».

А дюжина гроссов 12^3 – "масса" или можно сказать материя, как трёхмерная дюжина.

Не случайно "масса" широко применялась до введения метрической системы и сохранилась в современном русском языке в виде многих выражений, в которых число масса используется в значении "очень много": масса дел, масса вопросов и т.п.

«И более сего несть человеческому уму разумети».

Так что, как ни крути, а **12** – это основание мироустройства...

Литература.

1. *Francesco P., Golinelli O., Guitter E.* Meander, Folding and Arch Statistics // arXiv:hep-th/9506030v1, 6 Jun 1995. – http://arxiv.org/PS_cache/hep-th/pdf/9506/9506030v1.pdf.

2. *Lando S.K., Zvonkin A.K.* Plane and projective meanders // Theoretical Computer Science. – 1993. – Vol. 117. – P. 227–241.

3. *Robbins D.P.* Symmetry Classes of Alternating Sign Matrices // arXiv:math/0008045v1, 5 Aug 2000. – http://arxiv.org/PS_cache/math/pdf/0008/0008045v1.pdf.

4. *Andrews G.E.* A note on partitions and triangles with integer sides // Amer. Math. Monthly. – 86 (1979), 477.

5. *Hirschhorn M.D.* Triangles with integer sides. – http://web.maths.unsw.edu.au/~mikeh/webpapers/paper98.pdf.

6. *Двенадцатеричное устройство мира* // Устье речи. Собираем мозаику мироздания – http://ustierechi.ucoz.ru/publ/14-1-0-327 .

7. *Александров Н.Н.* Числовые инварианты в менталитете: 3-изд., доп. – М.: Академия Тринитаризма, 2011. – 440 с. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0009/001a/00091037.htm.