С.Л. Василенко

Онтология обобщенной модели золотой пропорции

Ночевала тучка золотая
На груди утеса великана
М.Ю. Лермонтов

Понятийная подоснова онтологии золотой пропорции. Разработка онтологической проблематики восходит к Платону и Аристотелю, хотя сам термин предложил немецкий философ Р.Гоклениус ("Философский лексикон") в 1613 г. [1]

В фокусе онтологии сконцентрированы человеческие устремления по наиболее общему описанию "универсума существующего" с помощью интегральных первообразных понятий (пространства, времени, структуры, движения и т.п.), которые не зависят от предметных областей отдельных наук.

В качестве её концептуализации выступает описание множества объектов и связей между ними. Основной предмет – бытие (мироустройство) так таковое [2], в отличие от гносеологии – учения о познании.

Формально онтологию (*ontos* – сущий + *logos* – учение) можно определить через совокупность трех конечных множеств $M_G = \{X, R, F\}$: X – понятий предметной области, R – отношений между понятиями и F – функций интерпретации.

Саму онтологию нельзя обосновать онтологически.

Поэтому в разных интерпретациях обычно принимается исходная гипотеза, в которой мироздание представляет своеобразную реализацию (материализацию) некоей первичной структуры (в т.ч. божественной) так, что естественные системы в процессе самоорганизации занимают определенные гармоничные ниши.

В своих конструкциях природа нередко использует феномен золотого сечения (ЗС), которое имеет строгое математическое (геометрическое, алгебраическое) обоснование и по разным оценкам играет заметную, но не до конца познанную роль в системной организации мироустройства. Оно наделено глубоким онтологическим смыслом, отражающим, как считает архитектор И.Шмелев, «универсальный принцип резонансной организации пространственно-временного континуума и гармоническое единство всех его объектов» [3, с. 151].

Так или иначе, но, зиждясь в основаниях мироздания, золотое сечение становится подходящим объектом онтологических исследований, одновременно порождая собственную онтологию и формируя суждения об «интерпретации способов бытия с нефиксированным статусом» [2], независимым от его частных проявлений.

Центральное место, в частности, здесь занимает выяснение условий и причинно-следственных отношений, при которых ЗС действительно есть и пребывает стабильным во всех своих изменчиво-скрытных формах, а когда только кажется существенным, порождая ложно-структурные представления в виде псевдоЗС.

Действительно, в математическом аспекте "золотоносные образования" – это сравнительно идеальные конструкции, а на физическом уровне – структуры, весьма и весьма отдаленные от реального проявления в природе хотя бы потому, что не учитывают внешние возмущения, лимитирующие факторы и т.п.

В противном случае «Вселенная состояла бы из одних кроликов Фибоначчи».

Тоже относится к улиткам, раковинам, веткам деревьев, подсолнухам и т.п.

Отсюда выстраивается целостная система изучения и применения на практике ЗС.

Новое философское понимание и новая концепция истинной роли ЗС в природе.

А так смотришь на всевозможные сравнительные данные, характеризующие якобы ЗС, и все время себя ловишь на мысли, чего-то не хватает в доказательной базе для завершающего аккорда. Все больше на веру. Но одно дело вера в теологию, и другое – в конкретные цифры, пусть даже близкие по значению к Ф, а может чему-то еще.

В самом общем виде для предмета нашего исследования вполне приемлема такая формулировка: *онтология модели ЗС* – система знаний об общих категориях и закономерностях, принципах и структуре золотой пропорции, которые существуют в единстве с логикой и теорией познания мироздания.

Обобщение и ограничение понятий в области ЗС. По иронии судьбы, отдельные работы, призванные стать гимном новым направлениям развития науки, на деле иногда становятся их тормозом в смысле серьезного запутывания исследуемой проблематики.

Хотя, с другой стороны, в известной мере они выполняют и позитивную роль, инициируя повышение умственной деятельности в изучаемой области отношений и активизируя прогрессивные наработки других ученых.

Нечто подобное объединяет монографии [4–6] в части изложения тематики ЗС.

Не подвергая сомнению их положительные моменты и достоинства в контексте философского осмысления или технических приложений, следует все же отметить, что в методологическом аспекте эти работы, на наш взгляд, стали ощутимым изъяном теории ЗС.

Формально расширяя область алгебраических уравнений и их решений, следовало бы, конечно, исключить видовой (индивидуальный) признак "золотое", который имеет отношение исключительно к математической константе $\Phi = (\sqrt{5}+1)/2 \approx 1{,}618$.

Однако именно эта понятийная сущность позолоты и придавала отличительный глянец исследованиям, без чего они теряли существенные признаки новизны, становясь большей частью обычным пересказом известных математических знаний.

Но как только, кроме числа ЗС называются золотыми иные числа, являющиеся решениями других алгебраических уравнений, авторы сразу ж попадают в собственный терминологический капкан и тупик в систематизации знаний.

В результате получается понятийно-гремучая смесь, подрывающая основы базовых положений не только вокруг идеи золотой пропорции, но и внося противоречия в сложившуюся систематику в области алгебраических уравнений. А вместо обобщения – окончательное нивелирование всего того, что связано с золотым сечением.

Заметим, задача о золотом сечении действительно обобщается, но вот само ЗС – ну, никак. Это примерно, то же самое, если обобщить задачу вращения земли вокруг солнца на другие планеты. Мы же не станем говорить о земном вращении Юпитера вокруг солнца или о земном вращении солнечной системы вокруг центра нашей галактики. Понятно, что при обобщении видовой признак "земное" уходит, хотя сама физическая задача вращения земли расширяется с перенесением, осмыслением и интегрированием общих свойств на другие космические системы, но уже с иными неземными закономерностями.

И когда произвольное разделение единичного отрезка на две части вопреки здравому смыслу называют обобщенным золотым сечением [7], то, в нарушение очевидных правил логики, так и хочется продолжить подобный ряд, назвав всех птиц, например, обобщенными дятлами, а все деревья – обобщенными дубами.

По Н.Кондакову [8, с. 395] *обобщение* – мысленное выделение каких-нибудь свойств, принадлежащих некоторому классу предметов, и формулирование такого вывода, который распространяется на каждый отдельный предмет данного класса.

Обобщить понятие – значит уменьшить его содержание (исключить видовые или индивидуальные признаки), но увеличить или расширить объем <исходного единичного понятия>. В цепочке обобщений каждое последующее понятие является родом по отношению к предыдущему.

Таким образом, обобщение понятий подразумевает исключение видового признака. Тем самым образуется новое понятие более широкого объема, но менее конкретного содержания.

Это классика, апробированная временем и практикой в самых разных областях науки и ставшая уже азбучной истиной, не подлежащей ревизии.

Операция, противоположная обобщению, представляет собой ограничение понятия.

Обобщение и ограничение понятий не следует смешивать с мысленным переходом от некоторой части к целому или выделением части из целого. Например, сутки делятся на часы, часы на минуты и т.д. Каждое последующее понятие не является видом предыдущего, которое в свою очередь нельзя рассматривать как родовое. Поэтому перемена понятий "час → сутки" – не обобщение, а переход от отдельной части к целому. И наоборот, переход понятий "час → минута" – не ограничение, а выделение части из целого [9, гл. 3, § 1].

Безусловно, «всякая реальная классификация, полезная для предсказаний, есть обобщение» [10, с. 217].

Хотя это правильно лишь в том случае, если речь идет об интеграции знаний, но не о терминологических смешениях и подменах понятий, когда в темноте без тени сомнения всё называется черным, даже белое.

Новый виток круговорота ЗС в природе. Как уникальная константа, соответствующая особому частному случаю математической пропорции, золотое сечение не обобщается в принципе.

Хотя похожих вариантов сечения существует счетное множество.

Поэтому, что и как делить? – вопрос вовсе не праздный.

«Составные элементы целого, обнаруживаемые в анализе, должны выделяться с оглядкой на целое, сообразно ему, другими словами – с перспективой правильного синтеза. Не всякое разбиение способно в дальнейшем позволить увидеть сущность целого и вновь создать его в его специфике... В идеале анализ и синтез должны быть неразрывно переплетены. Не зря говорят, что физическую задачу надо начинать решать с конца и даже что физик может приниматься за решение задачи, только уже зная ответ» [10, с. 183].

Мы тоже сегодня знаем изъезженно-избитый, из года в год повторяющийся ответ на тему ЗС в виде традиционного деления единичного отрезка на две неравные части.

Хотя он уже перестает нас устраивать как в теоретическом, так и в практическом плане.

Ибо окружающие нас материальные объекты состоят из множества компонентов, тех же молекул, кластеров, клатратов и др.

Применима ли и в этом случае теория ЗС?

Способна ли мировая константа ЗС стать формообразующим фактором при синтезе сложных образований типа ДНК, живой клетки, планеты, галактики и т.д.?

Попытаемся расширить наши представления в этой области, задав новый вектор в развитии онтологии обобщенной модели золотой пропорции.

Вода ... на колесе познания. Представим, что перед нами имеется некоторый объект, подлежащий членению. Так обычно бывает в анализе. Так чаще всего подходят и при интерпретации ЗС на примере деления линейного отрезка фиксированной длины.

Из логического анализа выясняется, что существует, по меньшей мере, две разных процедуры: членение на элементы и членение на единицы [11].

Разница между элементами и единицами была очень хорошо разобрана в книге Л.Выготского "Речь и мышление" [12, с. 11–13], где он обсуждал пример двойного представления воды.

1) Так, рассматривая воду через призму её формулы H_2O как соединение двух химических элементов, мы никогда не сможем объяснить, почему и каким образом вода тушит огонь. Ведь водород сам горит, а кислород поддерживает горение. Почему же тогда вода тушит огонь?

То есть, если расчленить воду на водород и кислород, то это свойство, выделенное в исходном пункте нашего анализа, мы никак не растолкуем.

2) Чтобы объяснить исходно заданное свойство, следует рассматривать молекулярный состав воды и, значит, членить и представлять воду совершенно иным образом.

В этом случае именно молекулы с их сцеплениями будут теми мельчайшими единицами, которые дают возможность объяснить отмеченную особенность.

Этот пример может быть обобщен и стать основанием очень важного методологического принципа.

Любой сложный объект может члениться либо на элементы, либо на единицы.

Особенность дробления объекта на единицы состоит в том, что продукты членения сохраняют свойства целого. Разделение на элементы, наоборот, приводит к таким продуктам, которые свойств целого не имеют. Проводя анализ, мы должны уже учитывать нормы и правила последующего синтеза, ориентироваться на них. И это становится основным законом соответствующих процедур исследования.

Первый способ анализа можно назвать разложением сложных целых на элементы.

Его существенный признак – получение продуктов, чужеродных по отношению к анализируемому целому. То есть элементы не содержат в себе свойств, присущих целому как таковому, но обладают целым рядом новых признаков, которых это целое никогда не могло обнаружить. Поэтому разложение воды на элементы не приводит нас к объяснению её конкретных физических свойств.

Второй способ анализа расчленяет сложно-единое целое на единицы.

Под единицей подразумевается такой продукт анализа, который в отличие от элементов обладает всеми основными свойствами, присущими целому, и который является далее неразложимыми живыми частями этого единства.

Точно так же и живая клетка, сохраняющая все основные свойства жизни, присущие живому организму, является настоящей единицей биологического анализа.

Ещё один момент. Мы выделяем компоненты в том или ином предмете (материале) согласно поставленным целям и наличествующим средствам работы с ним.

Анализ и расчленение на компоненты, равно как и последующий синтез – функции нашего сознания. Поэтому разбиение на различные классы элементов, единиц и других представлений подобного типа относится к прерогативе единения двух систем-отношений: адекватности отображения и мысленного осознания воспроизводимого материала.

Значит, говоря про обобщение, нельзя обойти стороной воспроизведение. А именно то, что реально отражается и воссоздается.

Следовательно, отображения в обобщенном виде будут давать лишь набор описаний определенных классов. А уже из них можно будет сделать общий вывод как квинтэссенцию или основную сущность обобщения.

Непротиворечиво-обобщенный подход к ЗС. Итак, константа ЗС уникальна, но в своей необычности одинока. В том смысле, что не порождает больше никаких "золотых клонов". Но это вовсе не означает, что механизм её образования и проявления как константы также единственен.

В этой связи уместно напомнить, что «адекватность теории неотделима от конечной точности предсказаний. Теории есть обобщения, т.е. дают один ответ на группу реальных ситуаций. Соответственно, и одна реальная ситуация может быть в некоторых отношениях с характерными точностями отражена разными, следовательно – "логически несовместимыми" теориями (моделями)» [10, с. 145].

Таким образом, вполне допустимо выйти за пределы стандартного "золотоносного" квадратного уравнения $x^2 - x - 1 = 0$ на другие модели, которые своими решениями способны по-прежнему воспроизводить ЗС.

Двигаясь именно в таком направлении, в работе [13] введено *обобщенное уравнение* (алгебраическое с произвольной целочисленной степенью) *золотой пропорции*.

К его главным особенностям и отличиям от известных уравнений или их модификаций можно отнести целый ряд несомненных достоинств:

– наличие пары действительных корней $(-\phi, \Phi)$ "золотого" сечения (ЗС) для любого порядка обобщенного уравнения, $\phi = \Phi^{-1}$;
– сохранение фундаментального признака ЗС – единства аддитивных и мультипликативных свойств;
– возможность простого оперирования со сколь угодно большой степенью уравнения;
– равенство единице всех коэффициентов характеристического многочлена;
– получение аналитического решения в общем виде, основанного на знании всех корней в виде простых формул;
– порождение уравнением бесчисленного множества аддитивно-рекуррентных последовательностей в виде целочисленной *суммирующей V-рекурсии*, которые при любом сколь угодно большом количестве произвольных начальных условий, не равных одновременно нулю, всегда асимптотически сходятся к числу Φ (рис. 1).

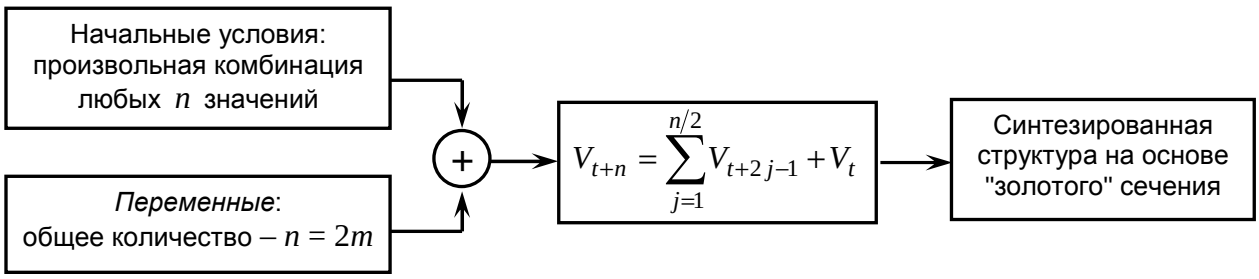


Рис. 1. Синтез структур произвольной сложности по алгоритму целочисленной суммирующей *V*-рекурсии на основе обобщенного уравнения гармонической пропорции

Данные свойства полученного уравнения дают веские основания полагать, что оно выводит на новый качественный этап развития теории золотого сечения с далеко идущими возможностями исследования природных систем: от микромира до глобальных процессов космоса. Первые, пусть пока математические проработки, в этом направлении могут стать генератором развития новых идей о мироустройстве, значительно расширив круг исследователей разных специальностей, и в первую очередь, физиков, привыкших доверять только экспериментам.

Уникальное обобщение формы представления золотого сечения в виде предельного аттрактора $(1+m)$-членной рекурсии $V_{t+n} = V_t + \sum_{j=1}^{n/2} V_{t+2j-1}$ с произвольными начальными условиями $(V_0, V_1, \ldots, V_{2m-1})$, в отличие от чисел и рядов Фибоначчи по двучленно-аддитивной рекурсии, в работе [14] предложено называть "*золотыми цепями*" (Василенко).

Синтез структур произвольной сложности по алгоритму целочисленной суммирующей *V*-рекурсии онтологически подводит нас к принятию правдоподобной гипотезы, что «в основании первичного принципа и, как следствие, устройства Вселенной лежит некоторая *объективно существующая* математическая структура (скорее всего, *числовая* или/и *логическая*), исключительная по своим внутренним свойствам. Вселенная представляет собой своего рода реализацию ("*материализацию*") этой первичной структуры» [15].

В этом смысле сам «процесс эволюции – не порождение чего-то нового, а только новая проявленность того, что извечно задано» [16, с.162].

Будем надеяться, что обобщенное уравнение ЗС станет прообразом такой первичной структуры, в которой извечно заданное реализуется через многократное проявление уникальных свойств гармонической (золотой) пропорции.

Заметим, что прообраз-прототип ЗС в виде квадратного трехчлена вполне закономерен и основан на важнейшем выводе основополагающего характера в эпистемологии познания ЗС:

«у числа золотой пропорции нет ни одного свойства, которое не вытекало бы из квадратного уравнения общего вида» [17].

Как отмечает С.Ясинский [18, с. 104]: «Выбор в качестве моделей квадратных уравнений неслучаен. Оказывается, чем меньшая степень многочлена и чем меньше значения коэффициентов и свободных членов в уравнении с одной переменной, тем больше вероятность природной "реализации" данной математической модели. Следовательно, можно предположить, что чем проще уравнение, тем больше вероятность его природной самоорганизации в плане моделирования наиболее часто встречаемых самоорганизующихся процессов и систем».

Вероятнее всего в основе мироздания лежит триномиально-квадратичный числовой код из фундаментальных математических констант (π, *e*, Φ), которые имеют общее "квадратичное происхождение", порождаемое кривыми второго порядка: эллипсом (окружностью), гиперболой и параболой [19].

Адекватные формы представления обобщенного уравнения ЗС.

Обобщенное уравнение ЗС [13] представляется относительно старшей четной степени $n = 2m$, поэтому для удобства записи будем применять как индекс n, так и его половину m.

Исходный алгебраический аналог обобщенного уравнения ЗС имеет вид [13]:

$$f(x,n) = x^n - \sum_{j=1}^{n/2} x^{n+1-2j} - 1 = 0 \qquad (1)$$

или в развернутой записи

$$x^n = x^{n-1} + x^{n-3} + \ldots + x + 1.$$

Данное уравнение получается достаточно просто, путем многократного последовательного умножения на величину x^2 исходного квадратного "золотоносного" уравнения и повторной его подстановки:

$$x^2 = x + 1;$$

$$x^4 = x^3 + x^2 = x^3 + x + 1;$$

$$x^6 = x^5 + x^3 + x^2 = x^5 + x^3 + x + 1;$$

$$x^8 = x^7 + x^5 + x^3 + x^2 = x^7 + x^5 + x^3 + x + 1 \ \ldots$$

С учетом теоремы о делимости полиномов и собственно выполнения операции их деления [20] на "золотой" трехчлен $x^2 - x - 1$ уравнение (1) можно записать в другой тождественной форме

$$f(x,m) = \left(x^2 - x - 1\right) \cdot \sum_{j=0}^{m-1} x^{2j} = (x - \Phi)(x + \phi) \cdot \sum_{j=0}^{m-1} x^{2j} = 0, \qquad (2)$$

где $\Phi = \dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$, $\phi = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2} = \Phi - 1 = \Phi^{-1}$.

Например, для $m = 4$: $x^8 - x^7 - x^5 - x^3 - x - 1 = \left(x^2 - x - 1\right)\left(x^6 + x^4 + x^2 + 1\right)$.

В соотношении (2) под знаком "сигмы" фактически представлена геометрическая прогрессия со знаменателем x^2 и начальным элементом, равным 1, поэтому обобщенное уравнение ЗС допустимо также представить в ином адекватном виде:

$$\left(x^2 - x - 1\right) \cdot \frac{x^n - 1}{x^2 - 1} = 0. \qquad (3)$$

В частности, при $|x| < 1$ из формулы для суммы бесконечной геометрической прогрессии следует

$$\lim_{\substack{m \to \infty \\ |x| < 1}} f(x, m) = \frac{x^2 - x - 1}{1 - x^2}.$$

Корни n-й степени из 1 удовлетворяют уравнению n-й степени $x^n - 1 = 0$, как в (3).

Но легко понизить его степень на единицу.

Воспользуемся алгебраически эквивалентным представлением [21, с. 51]

$$x^n - 1 = (x - 1)\left(x^{n-1} + x^{n-2} + \ldots + 1\right).$$

Так как произведение двух чисел равно 0 в том и только том случае, если один из множителей равен нулю, то это выражение обращается в нуль или при x = 1, или при условии, что выполняется соотношение $x^{n-1} + x^{n-2} + \ldots + 1 = 0$.

Оно называется циклотомическим, или уравнением деления окружности [22, с. 126].

С другой стороны, комплексная единица представима в тригонометрическом виде $1 = \cos 0 + i \sin 0$, где $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

Тогда по формуле Муавра корни n-й степени из единицы равны ($k = \overline{0, n-1}$):

$$u_k = \cos\frac{2\pi k}{n} + i \sin\frac{2\pi k}{n} = e^{i\frac{2\pi k}{n}}.$$

Отсюда следует, что число корней из единицы всегда ровно n, и все они различны.

На комплексной плоскости корни из единицы являются вершинами правильного n-угольника, вписанного в окружность единичного радиуса с центром в начале координат.

Одной из вершин всегда является комплексная единица.

Можно показать, что сумма всех s-х степеней корней уравнения $x^n = 1$ равна n, если s делится на n, и равна 0, если s не делится на n.

Свойства корней. Выражение суммы в (2) является полиномом четной (старшей) степени, коэффициенты которого равны 0 или 1. Перемен знаков в последовательности коэффициентов нет, поэтому по правилу знаков Декарта [23, с. 40] этот полином не имеет действительных корней.

При интерпретации алгебраических задач удобно также сопоставить центру правильного многоугольника число 0, а одной из его вершин –1. Тогда корни уравнения $x^n - 1 = 0$ соответствуют вершинам n-угольника с четными номерами, а корни уравнения $x^n + 1 = 0$ – вершинам этого n-угольника с нечетными номерами [21, с. 50].

Например, уравнение $x^6 - 1 = 0$ равносильно уравнению

$$(x - 1)(x + 1)\left(x^2 + x + 1\right)\left(x^2 - x + 1\right) = 0.$$

Из соотношения (3) непосредственно следует, что $x^n = 1$, следовательно, мнимые корни уравнений (1)–(3) и идут четверками $(m \geq 3)$:

$$\pm\cos\left(\frac{k}{m}\pi\right) \pm i \sin\left(\frac{k}{m}\pi\right) = \pm e^{\pm i\frac{k}{m}\pi}, \qquad k = \overline{1, \lceil (m-1)/2 \rceil}, \qquad (4)$$

$\lceil \xi \rceil$ – целая часть от ξ; если m кратно 2, то к ним добавляются еще два мнимых корня

$$(\lambda_{2m-2}, \lambda_{2m-1}) = \pm i = e^{\pm i\frac{\pi}{2}}, \qquad \text{if} \qquad m = 0 \bmod 2 \quad \to \quad k = \frac{m}{2}, \tag{5}$$

Исходя из свойств комплексных чисел [23, с. 32], модули всех корней (4)–(5) равны 1. То есть, $\lambda_1 = \Phi$ является максимальным по модулю корнем уравнений (1)–(2) (рис. 2).

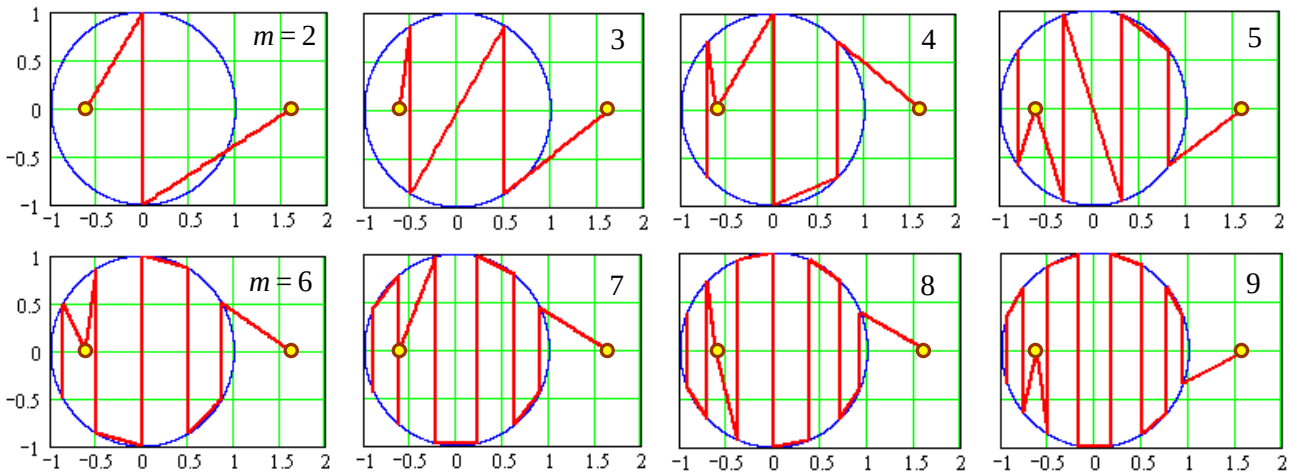


Рис. 2. Расположение корней обобщенного уравнения золотого сечения на комплексной плоскости

Напомним центральную теорему золотого сечения [24]:

если все корни полинома $P(x)$ по модулю $|\lambda_j| < \Phi = (1+\sqrt{5})/2$, $j = \overline{1, n}$, то линейная возвратная (рекуррентная) последовательность, порождаемая алгебраическим уравнением $P(x) \cdot (x^2 - x - 1) = 0$, практически для любого набора начальных данных $X_0 = (x_0, x_1, \ldots x_{n+1})$ и целочисленных значений k имеет асимптотическое свойство $\lim\limits_{t\to\infty} x_{t+k}/x_t = \Phi^k$.

Тогда в соответствии с теоремой Бернулли [20, 24] и сформулированной центральной теоремой ЗС аддитивно-рекуррентные последовательности в виде линейного разностного уравнения суммирующей V-рекурсии, $t = 0, 1, 2, \ldots$

$$V_{t+2m} = \sum_{j=1}^{m} V_{t+2j-1} + V_t. \tag{6}$$

при любых начальных условий (затравочных числах) $(V_0, V_1, \ldots, V_{2m-1})$ сходятся к своему аттрактору – "золотому" сечению Φ – в смысле достижения предела (k = 1, 2, …)

$$\lim_{m} \frac{V_{t+k}}{V_t} = \Phi^k.$$

В этом контексте процесс формирования элементов обобщенной последовательности Фибоначчи V_t напоминает итеративный процесс нахождения одного из корней алгебраического уравнения. Последовательное приближение происходит таким образом, что все промежуточные корни проскакиваются и система циклит только на одном корне с максимальной по модулю величиной.

Отношение соседних членов последовательности формируют свой самостоятельный ряд в виде подходящих рациональных дробей к истинному решению – корню уравнения Φ.

В этом и состоит физический смысл образования всех последовательностей Фибоначчи с постоянными коэффициентами.

Другими словами, линейная аддитивная рекурсия Фибоначчи с постоянными коэффициентами приводит к наибольшему по абсолютной величине действительному корню соответствующего характеристического алгебраического уравнения.

Свойства некоторых сумм.

1) Для полинома общего вида $f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n$ представляет интерес нахождение сумм Ньютона (симметрических функций) – складывания k-х степеней корней полинома: $s_k = \lambda_1^k + \ldots + \lambda_n^k$.

Эти суммы выражаются через коэффициенты полинома $f(x)$ посредством рекуррентных формул Ньютона [20; 23, с. 35]:

$$\begin{cases} (s_0, s_1) = (n, -a_1), \\ s_k = \left(-\sum_{j=1}^{k-1} a_j s_{k-j} + k a_k \quad \text{if} \quad k \le n; \quad -\sum_{j=1}^{n} a_j s_{k-j} \quad \text{if} \quad k > n \right). \end{cases} \tag{6}$$

Именно по такой схеме формируются числа Люка для квадратного уравнения ЗС.

Для обобщенного уравнения ЗС $n = 2m$ суммы Ньютона с учетом выражений (6) выстраиваются (описываются) по такому алгоритму

$$s_{t+2} = s_{t+1} + s_t + \alpha, \quad (s_0, s_1) = (n, 1);$$

$$\begin{cases} \alpha = 0, \\ \alpha = n, \quad \text{if} \quad t = 0 \bmod n, \\ \alpha = -n, \quad \text{if} \quad t - 2 = 0 \bmod n, \\ \alpha = 2, \quad \text{if} \quad t = 1 \bmod 2 \ \wedge \ t - 1 \ne 0 \bmod n, \\ \alpha = -n + 2, \quad \text{if} \quad t - 1 = 0 \bmod n. \end{cases}$$

Анализ сумм (табл. 1) показывает, что их незначительное различие наблюдается только для четных номеров t.

Таблица 1

Некоторые суммы Ньютона для обобщенного уравнения ЗС

$t=0$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	1	3	4	7	11	18	29	47	76	123	199	322	521	843	1364	2207
4	1	1	4	9	11	16	29	49	76	121	199	324	521	841	1364	2209
6	1	1	4	5	11	22	29	45	76	121	199	326	521	841	1364	2205
8	1	1	4	5	11	16	29	53	76	121	199	320	521	841	1364	2213
10	1	1	4	5	11	16	29	45	76	131	199	320	521	841	1364	2205

2) Представляет также интерес вычисление сумм обратных значений всех звеньев в цепях Фибоначчи (6) в зависимости от параметра m

$$S(m) = \sum_{t=2m-1}^{\infty} \frac{1}{V_t},$$

где звенья определяются по рекуррентной формуле $V_{t+2m} = V_t + \sum_{j=1}^{m} V_{t+2j-1}$ с единичными начальными условиями $V_s = 1,\ s = \overline{1, 2m}$.

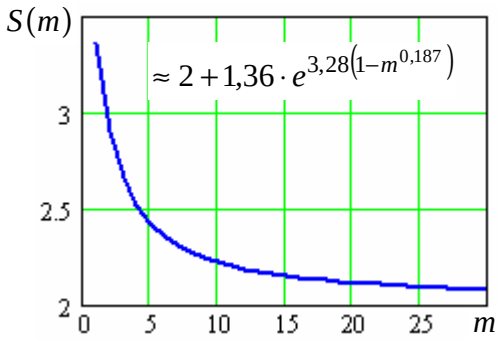


Рис. 3. Суммы обратных значений звеньев в цепях Фибоначчи

В частности при $m=1$ сумма всех обратных чисел Фибоначчи равна

$$S(1)=\sum_{t=1}^{\infty}\frac{1}{F_t}\approx 3{,}359885666\,.$$

У нас пока нет приемлемого обоснования, почему сумма $S(m)$ стремится к двум при увеличении порядка m обобщенного уравнения ЗС (рис. 3).

Но сам по себе этот факт является глубоко символичным, воплощая философию дихотомии и особых квадратичных свойств золотого сечения наряду с фундаментальными константами π и e [19].

Незадачливое обобщение. «В математике все чаще встречаются взгляды на абстрактные структуры, естественно возникающие в рамках различных формализмов, не как на некую "игру ума", а как на *объективные сущности*, которые с неизбежностью имеют прямое отношение к реальности окружающего мира» [15].

Именно такими объективно существующими в своих проявлениях образованиями нам представляются интегрированные модели (1)–(2), которые формируют важное, многостороннее и действительно полезное обобщение (не только в общей концепции ЗС) в части объединяющего начала ЗС в развитии природных процессов и явлений.

Робкие предположения, часто основанные на интуиции, а порой просто бездоказательные голословные утверждения о ключевой роли ЗС в мироздании теперь приобретают реальные очертания и выводят теорию ЗС из сферы догадок и гипотез в область построения более четкой и обоснованной теории [13].

Раскрывая тему обобщения в такой специфической области как математические константы, нельзя не упомянуть об одной критической работе [25] уже в наш адрес.

Возможно специально, но вероятно и по неосведомленности о нюансах стилистики русского языка, название и содержимое главы «Критика Василенко» содержит неразрешенное противоречие, так и не дающее понять, о чем все-таки идет речь: о критике самого Василенко, или о его критических высказываниях? – С извечной дилеммой «казнить – помиловать». Впрочем, там содержится коктейль того и другого, что напоминает помилование после казни.

Так и пытаясь разрешить проблему обобщения на собственный лад (почему бы и нет?), О.Акимов довольно произвольно и вопреки общепризнанной логике объединяет разно-понятийные представления, в результате чего образуется смешение разноплановых смыслов.

Хотя на самом деле все донельзя просто.

Кроме квадратного трехчлена – классического прародителя ЗС, существуют миллиарды других алгебраических уравнений, также приводящих к числу золотого сечения Ф.

Достаточно умножить $(1-\Phi)$ на произвольный полином, корни которого, например, меньше Ф. А вот сама константа Ф – единственна в своем роде (как e или π), и обобщить её как-то дальше, что пытаются иногда сделать некоторые авторы в погоне за позолотой-лоском собственных сочинений, принципиально нельзя. – Это просто вопреки здравому смыслу.

Ярким тому примером являются работы [4–6] с их якобы обобщенными золотыми сечениями (табл. 2), которые не имеют ничего общего с золотой пропорцией и при $n>2$ отражают совершенно иную систематику.

В общем случае между данными типами уравнений и золотым сечением лежит непреодолимая пропасть как в математическом, так и прикладном смысле:

- ✓ они не имеют аналитического решения в общем виде;
- ✓ приводят к числам (корням алгебраических уравнений), совершенно не связанным с числом Ф, но ради красивости без ложной скромности они названы "золотыми";

- ✓ не известны разложения их корней в цепные дроби;
- ✓ иногда говорят об их возможном использовании в качестве основания в иррационально-позиционных системах счисления, но до сих пор не предъявлен алгоритм преобразования натуральных чисел в таких системах (например, для числа 123456789 в системе счисления, основание которой равно максимальному корню уравнения $x^{11} = x^{10} + 1$).

Таблица 2

Алгебраические и адекватные им разностные (возвратные) уравнения псевдоЗС

Уравнение *старших* степеней	Уравнение *младших* степеней, $z = 1/x$
$x^n = x^{n-1} + 1$	$z^n = 1 - z$
$x_{n+t} = x_{n-1+t} + x_t$	$z_{n+t} = z_t - z_{1+t}$
$x^{mn} = \sum_{j=1}^{m} x^{jn-1} + 1$	$z^{mn} = 1 - \sum_{j=1}^{m} z^{n(m-j)+1}$

Отметим ещё одно важное обстоятельство.

Рекуррентные последовательности, соответствующие уравнению старших степеней (А.Стахов), обладают хорошей сходимостью почти при любых начальных условиях.

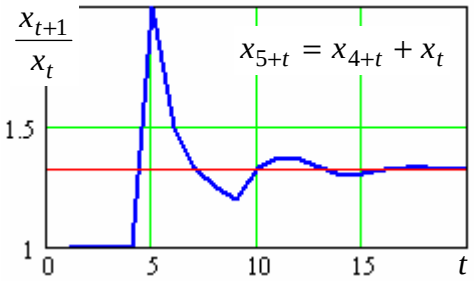


Рис. 4. Сходимость уравнения старших степеней к аттрактору

Так, для $n = 5$ отношение соседних членов x_{t+1}/x_t с ростом t стремится к своему аттрактору – максимальному корню алгебраического уравнения $x^5 = x^4 + 1$, равному $\lambda = \frac{a}{6} + \frac{2}{a} \approx 1{,}325$, где $a = \sqrt[3]{108 + 12\sqrt{69}}$ (рис. 4).

А вот уже уравнение младших степеней $z^n = 1 - z$ (Э.Сороко) полностью лишено этих свойств.

В этом аспекте оно не реализуемо в принципе, что практически сводит на нет возможность самоорганизации естественных систем и обретения ими структурно-функциональной устойчивости согласно данной модели. И терминологически-алхимический окрас-позолота здесь не только не спасает, но и наносит вред золотоносной тематике и в целом теории ЗС.

Единичное тождество между числами Фибоначчи F_t и элементами V_t обобщенного уравнения ЗС имеет вид, $t \geq (n = 2m)$

$$V_t - \frac{n}{2} \sum_{j=1}^{\lceil (t-1)/n \rceil} F_{t+1-jn} = 1.$$

где числа Фибоначчи образуются по стандартной рекуррентной формуле $F_t = F_{t-1} + F_{t-2}$ с традиционными начальными условиями $(F_0, F_1) = (0,\ 1)$.

Можно наоборот переменные поменять местами и преобразовать относительно чисел Фибоначчи, $t \geq 0$.

В результате несложных вычислений получаем следующие эквивалентные соотношения:

$$F_{t+1} = \frac{V_{t+2m} - V_t}{m}, \qquad F_{t+1} = \frac{2}{n}(V_{t+n} - V_t).$$

Об одном возможном применении обобщенной модели ЗС. В научной теории эволюции Ч.Дарвина важнейшее место занимает концепция борьбы за существование: «Благодаря этой борьбе, изменения ... будут способствовать сохранению этих особей и унаследуются их потомками» [26, 3 гл.]. Вместе с тем по его же словам «Термин "борьба за

существование" употреблен в широком смысле» и в известной мере сродни метафоре как разнообразие форм взаимодействия организмов между собой и окружающей средой. То есть это не только противоборство организмов, но и определенные формы их сотрудничества.

Действительно, «невозможна борьба всех против всех» [27]. Обязательно возникают альянсы и союзы. Неизбежно происходит кооперирование. И наблюдая развитие жизни на Земле, мы видим, что кооперацией пронизано всё, сверху донизу.

Так мы приходим к «признанию новой парадигмы, показывающей значение разрозненных и на первый взгляд не связанных наблюдений, данных, результатов и объединяющей их в единое когерентное целое» [28].

Это направление обязано *супрамолекулярной* химии, термин которой введен Жаном-Мари Леном (1978) и определен как «"химия за пределами молекулы", описывающая сложные образования, которые являются результатом ассоциации двух (или более) химических частиц, связанных вместе межмолекулярными силами».

Ее главными объектами являются супермолекулы и молекулярные ансамбли, в основе которых лежат высокоселективные не ковалентные взаимодействия: водородные связи, электростатические силы, ван-дер-ваальсовые взаимодействия и др.

Образование супермолекул подразумевает комплементарность (геометрическое, топологическое и химическое взаимное дополнение) составляющих ее элементов, называемых молекулярным рецептором (хозяином) и субстратом (гостем). Так воссоздаются разнообразные объекты: краун-соединения, клатраты (соединения включения), фуллерены, геликаты, дендримеры, жидкие кристаллы, химические сенсоры [29] и др.

В образовании подобных молекулярных конструкций важное место занимает самосборка – спонтанная генерация (ассоциация) при заданных условиях хорошо определенной супрамолекулярной структуры из отдельных составных компонентов в виде дискретных супермолекул или протяженных полимолекулярных ансамблей [28].

Наиболее яркое проявление самосборки в живой природе – самосборка молекул нуклеиновых кислот и матричный синтез белков [30].

Как известно, существуют два типа нуклеиновых кислот: дезоксирибонуклеиновая кислота (ДНК) и семейство рибонуклеиновых кислот (РНК). В ДНК закодирована вся биологическая информация, необходимая для развития и поддержания жизни живых организмов. Основная функция РНК – обеспечение синтеза надлежащих белков.

С химической точки зрения нуклеиновые кислоты представляют собой биополимеры[1] с молекулярной массой, достигающей нескольких миллионов дальтон [31].

Вероятность случайного образования молекул ДНК и РНК методом отбора мелких и случайных отклонений настолько ничтожна, что даже их единственный экземпляр не смог бы зародиться за всё время существования Вселенной. Поэтому вполне справедливой является критика концепции случайного формирования белков в "океанском бульоне" с возражением против "синтетической теории эволюции".

И здесь мы, наконец, подходим к самому главному.

Оказывается, перебирать все варианты вовсе не обязательно. Можно комбинировать целыми блоками – готовыми кусками существующих, "отлаженных" структур [32].

Подобно тому, как эукариотическая клетка возникает при симбиозе не методом отбора случайных мутаций в одном клоне бактерий, а путем объединения в симбиотический организм нескольких разных <u>готовых</u> (!) бактериальных клеток.

---

[1] *Биополимеры* – класс полимеров, встречающихся в природе в естественном виде. *Полимеры* – высокомолекулярные соединения, получаемые путем многократного повторения различных групп атомов – мономеров (мономерных звеньев). *Мономеры* белков – аминокислоты, нуклеиновых кислот – нуклеотиды. *Нуклеиновые кислоты* ДНК и РНК присутствуют в клетках всех живых организмов и выполняют важнейшие функции по хранению, передаче и реализации наследственной информации.

Из смеси аминокислот в лабораторных условиях удается получить короткие молекулы полипептидов, которые уже обладают различными (зависящими от последовательности аминокислот) слабыми каталитическими свойствами.

Тогда для зарождения жизни достаточно сотни таких структур, чтобы путем комбинирования из них могли уже легко сформироваться все семейства "настоящих" больших белков [32] – на основе обобщенного уравнения (кода) золотой пропорции с произвольным количеством начальных условий (рис. 5).

Рис. 5. Схема отношений в структуре порождающих жизненных процессов

В основе природы лежит первичный принцип (код, алгоритм, метазакон), в частности, основанный на синтез–*V*-рекурсии золотого сечения и имеющий чисто абстрактное математическое происхождение. «Все известные т.н. "законы природы", полученные из эксперимента, либо являются прямыми следствиями этого единственного исходного принципа, либо вообще не имеют отношения к правильному описанию природы и лишь случайно приближенно выполняются при определенных условиях» [15].

Заключение. Пока нет веских оснований считать, что «рассмотренная нами модель – это "истина в последней инстанции", дающая полное и описание физической реальности на основе единого общего принципа» [15]. Тем не мене, вполне допустимо зафиксировать некоторые основные положения онтологической направленности.

Итак, описаны новые адекватные формы представления обобщенного уравнения золотого сечения. Исследованы их свойства. Изложены возможные формы реализации.

Особо подчеркнем смысловую конструкцию понятия обобщенной модели ЗС:

1. Мы не обобщаем само золотое сечение.

2. Мы не обобщаем алгебраические уравнения.

3. Из обширного класса алгебраических уравнений мы выделяем некоторый подкласс, обладающий свойствами ЗС, и на этом основании сформированный подкласс наделяем признаком, в основе которого лежит ЗС.

В подобном обновленном представлении золотая пропорция с её необыкновенными математическими свойствами и обобщенным уравнением становится вполне подходящим кандидатом на роль первичной фундаментальной структуры в синтезе мироздания, как «некоторая абстрактная сущность, допускающая большое количество эквивалентных математических описаний» [15].

Золотое сечение, описываемое обобщенным уравнением ЗС (1) не столько что-то рассекает, как было принято считать ранее, сколько в виде аттрактора объединяет и группирует своим "кодом" различные элементы в одно целое, что ближе к понятию синтеза.

Самый общий принцип ЗС – это *деление* (большой взрыв, живая клетка) *с последующим объединением* в новые сложные системы (планеты, живые организмы).

Синтез по *V*-рекурсии – один из механизмов реализации такого принципа.

Де-факто происходит поочередное объединение-суммирование условно четных и нечетных компонент с их последующим "ассоциированием в единую коалицию".

Например, можно задать миллиарды–триллионы совершенно произвольных соразмерных начальных условий (целых, действительных, мнимых, иррациональных и др. чисел), и через считанное количество итерационных шагов *V*-рекурсия (6) выводит нас на золотое сечение с той или иной точностью.

Реализация концепции случайного формирования белков в "океанском бульоне" при дополнительном теоретическом обосновании может стать простой игрушкой. Поскольку не нужно бесконечно-случайного блуждания по комбинаторным сочетаниям типа "выйдет – не выйдет", а достаточно "знать код Ф", и тогда аддитивно-рекуррентный процесс (6) с безмерно большим количеством произвольных начальных условий (не равных одновременно нулю) автоматически даст нужный результат структурирования. По закономерностям супрамолекулярной химии: от простого – к сложному.

Уравнения (1)–(2) формируют важное, многостороннее и действительно полезное обобщение (не только в общей концепции ЗС) об интегрирующем начале ЗС в развитии природных процессов и явлений. «Робкие предположения, часто основанные на интуиции, а порой просто бездоказательные голословные утверждения о ключевой роли ЗС в мироздании теперь приобретают реальные очертания и выводят теорию ЗС из сферы догадок и гипотез в область построения более четкой и обоснованной теории» [13].

Литература.

1. *Онтология* // Википедия. Обновление: 16.09.2010. – http://ru.wikipedia.org/?oldid=27821436.
2. *История философии*. Энциклопедия. – http://www.velikanov.ru/philosophy/ontologija.asp.
3. *Шмелев И.П.* Язык структурной гармонии в архитектуре // Семиодинамика: Труды семинара / Под ред. Р.Г. Баранцева. – Спб: Изд-во Общества Ведической культуры, 1994. – 192 с.
4. *Сороко Э.М.* Структурная гармония систем. – Минск: Наука и техника, 1984. – 264 с.
5. *Стахов А.П.* Введение в алгоритмическую теорию измерения. – М.: Советское радио, 1977. – 288 с.
6. *Стахов А.П.* Обобщенные золотые сечения и новый подход к геометрическому определению числа // Укр. математ. журнал. – 2004. – Т. 56, № 8. – С. 1143–1150.
7. *Коновалов А.А.* О способе обобщения данных и обобщенном золотом сечении // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16075, 18.09.2010. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161703.htm.
8. *Кондаков Н.И.* Логический словарь-справочник: 2-е изд. – М.: Наука, 1975. – 720 с.
9. *Кириллов В.И.*, *Старченко А.А.* Логика: Уч. для юр. вузов –5-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрист, 2001. – 256 с. – http://www.pravo.vuzlib.net/book_z1448.html.
10. *Губин В.Б.* Физические модели и реальность. – Алматы, 1993. – 231 с.
11. *Щедровицкий Г.П.*. Процессы и структуры в мышлении: Курс лекций / Из архива Г.П. Щедровицкого. Т.6. – М.: Путь, 2003.
12. *Выготский Л.С.* Мышление и речь: 5-е изд., испр. – М.: Лабиринт. –1999. – 352 с.
13. *Василенко С.Л.* Обобщенное уравнение гармонической пропорции. Теория и приложения // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15325, 06.06.2009. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321110.htm.
14. *Василенко С.Л.* Новый взгляд на систематику «Фибоначчи – золотое сечение» // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16189, 01.12.2010. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161734.htm.
15. *Кассандров В.В.* Число. Время. Свет. (Алгебраическая динамика и физическая картина Мира) // Математика и практика. Математика и культура. – М., 2001. – С. 60–69. http://spkurdyumov.narod.ru/Mat100.htm#Ma371.

16. *Налимов В.В.* Разбрасываю мысли. В пути и на перепутье. – М.: Прогресс-традиция, 2000. – 344 с.

17. *Василенко С.Л.* Квадратичная природа золотой пропорции // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16049, 20.08.2010. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161692.htm.

18. *Ясинский С.А.* Основы унификации элементарной математики для инженеров-исследователей и место в ней "золотого" сечения. – СПб.: ВАС, 2006. – 124 с. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/1129-ys.pdf.

19. *Василенко С.Л.* Триномиально-квадратичный код мироздания // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15995, 12.07.2010. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161675.htm.

20. *Утешев А.Ю.* Полиномы и алгебраические уравнения от одной переменной. – http://pmpu.ru/vf4/polynomial.

21. *Понарин Я.П.* Алгебра комплексных чисел в геометрических задачах. – М.: МЦНМО, 2004.– 160 с. – http://ilib.mirror1.mccme.ru/pdf/ponarin.pdf.

22. *Курант Р.*, *Роббинс Г.* Что такое математика? – 3-е изд., испр. и доп. – М.: МЦНМО, 2001. – 568 с.

23. *Корн Г.*, *Корн Т.* Справочник по математике (для научных работников и инженеров). – М.: Наука, 1974. – 832 с.

24. *Василенко С.Л.* Гармоническая пропорция в линейных разностных уравнениях // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15330, 09.06.2009. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321111.htm.

25. *Акимов О.Е.* Конец науки. Гл. 10. – 2010. – http://sceptic-ratio.narod.ru/rep/kn10.htm#kn10c.

26. *Дарвин Ч.* Происхождение видов путем естественного отбора или сохранение благоприятствуемых пород в борьбе за жизнь: Пер с англ. – Спб.: Наука, 1991. – http://charles-darwin.narod.ru/origin-content.html.

27. *Проблемы эволюции*. – http://www.evolbiol.ru/index.html.

28. *Лен Ж.-М.* Супрамолекулярная химия: концепции и перспективы: Пер. с англ. – Новосибирск: Наука СО РАН, 1998. – 334 с.

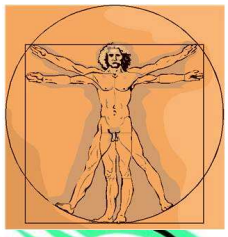
29. *Стид Д.В.*, *Этвуд Д.Л.* Супрамолекулярная химия: В 2-х томах. Пер. с англ. – М.: Академкнига, 2007. – Т. 1. – 480 с.; Т 2. – 416 с.

30. *Зоркий П.М.*. *Лубнина И.Е.* Супрамолекулярная химия: возникновение, развитие, перспективы // Вестн. моск. ун-та. Сер.2. Химия. – 1999. – Т. 40, № 5. – С. 300–307.

31. *Пожарский А.Ф.* Супрамолекулярная химия. Часть 2. Самоорганизующиеся молекулы // Соросовский образовательный журнал. – 1997. – № 9. – С. 40–47. – http://window.edu.ru/window_catalog/files/r21346/9709_040.pdf.

32. *Блочно-модульный* принцип "сборки" новых систем. – http://www.evolbiol.ru/news.htm.

© ВаСиЛенко, 2010

В качестве завершающего образа-символа настоящей статьи приведена эмблема космоса, в просторах которого затерялся *витрувианский человек* – знаменитый рисунок Леонардо да Винчи (1490) с изображением фигуры обнаженного мужчины (с возможными элементами ЗС) как две наложенные одна на другую позиции:

- разведенные в стороны руки и ноги, вписанные в окружность;
- разведенные руки и сведенные вместе ноги, вписанные в квадрат.